שאלון 35571 מועד
קיץ ב' תש"פ

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35571 מועד קיץ ב' תש"פ.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

הטענה אינה נכונה, נסביר ונראה דוגמה.

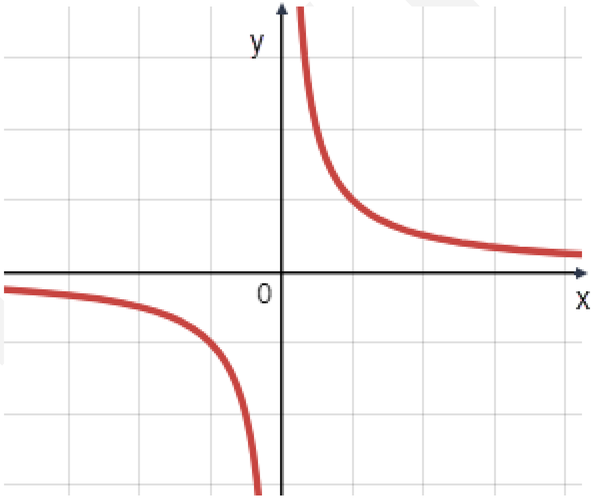
פונקציה אי-זוגית מקיימת $f(-x)=-f(x)$,

ולכן היא סימטרית לראשית הצירים, לנקודה $(0,0)$.

אולם, אם אינה מוגדרת עבור $x=0$ **, אז אינה חותכת ציר ה-** y **בכלל,**

ובפרט אינה עוברת בראשית הצירים.

לדוגמה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{x}$.



אם פונקציה אי-זוגית מוגדרת עבור $x=0$ **, אז היא בהכרח עוברת בראשית הצירים.**

תשובה: הטענה אינה נכונה תמיד.

פונקציה אי-זוגית אינה עוברת בראשית הצירים, כאשר אינה מוגדרת עבור $x=0$.

הערה – שאלה זו נשאלת במסגרת השאלות הקצרות בבחינה של 35581,

ובהתאם זמן כתיבה סביר של תשובה - כעשר דקות או פחות.

1ב

א. 1. נבדוק את נכונות הטענה עבור $n=1$.

אגף ימין: $\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ **אגף שמאל:** $\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{2}$.

אגף שמאל שווה לאגף ימין ולכן הטענה נכונה עבור $n=1$.

2. נניח את נכונות הטענה עבור $n=k$ **טבעי כלשהו (הנחת האינדוקציה),**

כלומר: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{k(k+1)}=\frac{k}{k+1}$

ונוכיח שהטענה נכונה עבור $n=k+1$.

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{k(k+1)}}_{\downarrow}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{k+1}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

החלפנו, על-פי הנחת האינדוקציה, ביטוי בביטוי השווה לו,

לכן, די אם נוכיח את השוויון שהתקבל.

$$\Leftrightarrow \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(k+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(k+1)}(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

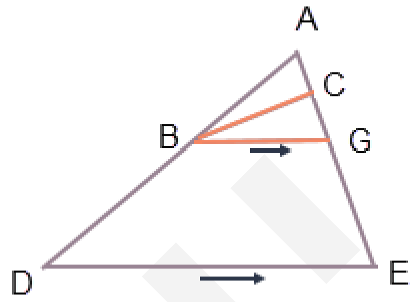
$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{k+2}=\frac{k+1}{k+2}$$

מתקבל שאגף שמאל שווה לאגף ימין.

3. לכן, על פי אקסיומת האינדוקציה, הטענה נכונה לכל n **טבעי.**

תשובה: הוכחנו ש- $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$ **נכון לכל** n **טבעי.**

הטענה אינה נכונה – נסביר זאת.



בסרטוט שלפנינו: $BG \parallel DE$ **וגם** $BG = BC$.

לכן, על פי משפט תאלס (הרחבה 1) $\frac{AB}{AD} = \frac{BG}{DE}$.

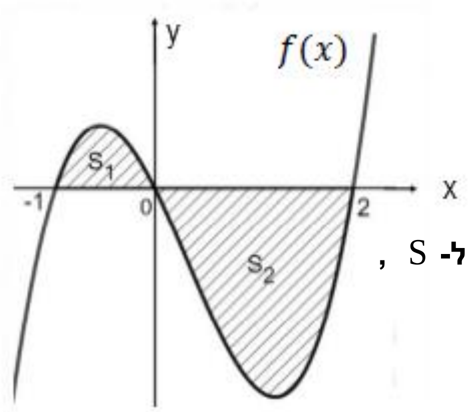
מכאן, על ידי הצבה: $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$, **<u>כמו שנתון בשאלה</u>.**

אולם $BC \nparallel DE$, **כי דרך נקודה** (B) **יכול לעבור רק מקביל אחד לישר** (DE) .

מסקנה: אם ב- ב- ΔADE **מתקיים** $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ **אז לא בהכרח** $BC \parallel DE$.

תשובה: הטענה אינה נכונה תמיד.

הערה – שאלה זו נשאלת במסגרת השאלות הקצרות בבחינה של 35581,
ובהתאם זמן כתיבה סביר של תשובה - כעשר דקות או פחות.



S_1 הוא שטח שמעל לציר ה- x , לכן $S_1 = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

S_2 הוא שטח שמתחת לציר ה- x , לכן $S_2 = -\int_{0}^{2} f(x)\,dx$

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x שווה ל- S ,

לכן גודלו של השטח האפור הוא $S_1 + S_2 = \mathrm{S}$.

נתון: $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \mathrm{K}$.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int_{0}^{2} f(x)\,dx + \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = -S_2 + S_1$,

ולכן: $-S_2 + S_1 = \mathrm{K}$.

או מילולית, מדובר בחיבור של שטח "שלילי" (שמתחת לציר ה- x) ,

עם שטח "חיובי" (שמעל לציר ה- x), לכן $-S_2 + S_1 = \mathrm{K}$.

נפתור מערכת של שתי משוואות:

$$+\begin{cases} S_1 + S_2 = \mathrm{S} \\ S_1 - S_2 = \mathrm{K} \end{cases} \qquad -\begin{cases} S_1 + S_2 = \mathrm{S} \\ S_1 - S_2 = \mathrm{K} \end{cases}$$

$$2S_1 = \mathrm{S} + \mathrm{K} \qquad 2S_2 = \mathrm{S} - \mathrm{K}$$

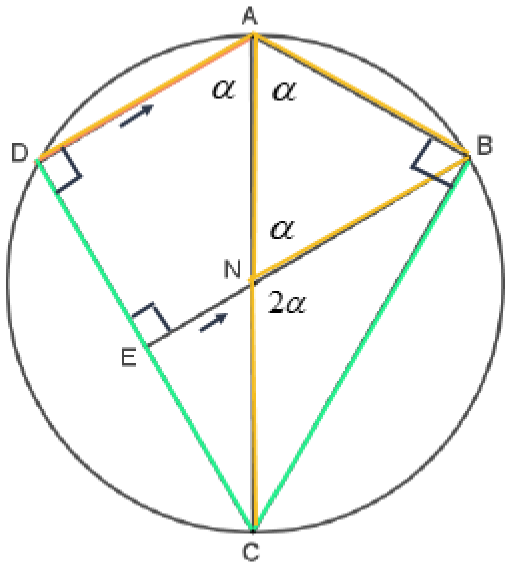
$$\boxed{S_1 = \frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2}} \qquad \boxed{S_2 = \frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2}}$$

תשובה: $S_1 = \frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2}$, $S_2 = \frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2}$.

הערה: על פי הציור $S_2 > S_1$.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \mathrm{K} < 0$ **כי מחברים שטח שלילי הגדול בערכו במוחלט, עם שטח חיובי קטן יותר.**

ולכן, באמת: $S_1 = \frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2} < \frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2} = S_2$.



<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **דלתון חסום במעגל**

2. $AB=AD$ **3.** $BC=DC$ **4.** $BE\perp DC$

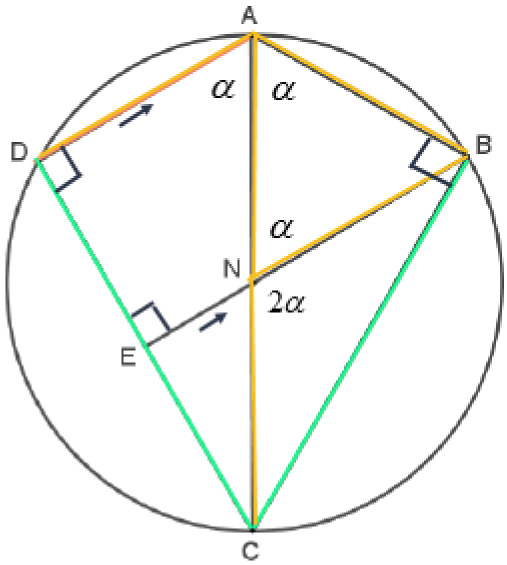
5. עבור ג. $\frac{S_{\Delta NCE}}{S_{\Delta ACD}}=\frac{1}{4}$ **6. עבור ה.** $S_{ABCD}=s$.

צ"ל: א. $\sphericalangle ADC=90^\circ$ **ב.** $AB=NB$ **ג.** N **מרכז המעגל**

ד. $\sphericalangle BCD$ **ה.** S_{ANED}

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	7	$\sphericalangle ADC=\sphericalangle ABC$	זוויות צד שווה בדלתון
1	8	$\sphericalangle ADC+\sphericalangle ABC=180^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל 180°
8 ,7	9	$\sphericalangle ADC=90^\circ$	
		מ.ש.ל. א	
9 ,4	10	$AD\parallel BE$	שני ישרים המאונכים לישר שלישי מקבילים זה לזה
1	11	$\sphericalangle CAD=\sphericalangle CAB=\alpha$	אלכסון ראשי בדלתון חוצה את זווית הראש
10	12	$\sphericalangle BNA=\sphericalangle CAD=\alpha$	זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים
12 ,11	13	$\sphericalangle BNA=\sphericalangle CAB=\alpha$	
13	14	$AB=NB$	אם זוויות שוות, אז הצלעות מולן שוות, ΔANB
		מ.ש.ל. ב	
10	15	$\frac{EN}{DA}=\frac{CN}{CA}=\frac{CE}{CD}$	משפט תאלס הרחבה 1
15	16	$\Delta NCE\sim\Delta ACD$	משפט דמיון צלע צלע צלע
16 ,15 ,5	17	$\frac{CN}{CA}=\frac{1}{2}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה ליחס הדמיון
9	18	AC קוטר במעגל	נשען על זווית היקפית ישרה
18 ,17	19	N מרכז המעגל	מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר
		מ.ש.ל. ג	
19 ,11	20	$\sphericalangle CNB=2\sphericalangle CAB=2\alpha$	זווית מרכזית כפולה מזווית היקפית הנשענת על אותה קשת BC
20 ,11	21	$\alpha=60^\circ$	זוויות צמודות משלימות ל- 180°
21 ,11	22	$\sphericalangle BCD=60^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל 180°
		מ.ש.ל. ד	

הסבר	מס'	טענה	נימוק
2,3,7	23	$\Delta ACD \cong \Delta ACB$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
23 ,6	24	$S_{\Delta ACD} = \frac{s}{2}$	שטחים שווים של משולשים חופפים
24 ,23 ,5	25	$S_{ANED} = \frac{3}{4} \cdot S_{\Delta ACD}$	
25 ,24	26	$S_{ANED} = \frac{3}{8}s$	
			מ.ש.ל. ה

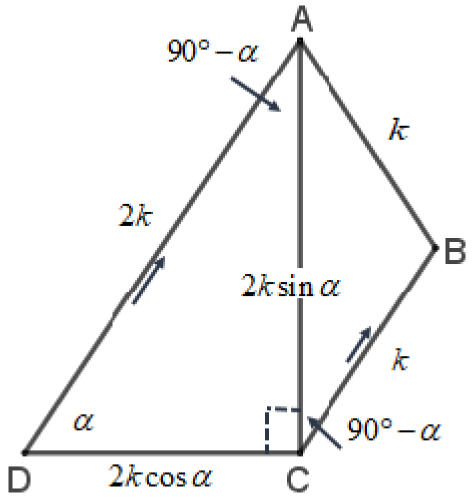


3

א. $\sphericalangle ADC=\alpha$, $\sphericalangle ACD=90^\circ$, $BC=k$, $AD=2k$, $BC\,||\,AD$, ABCD **טרפז (נתון)** .

$\sphericalangle CAD=90^\circ-\alpha$ **(סכום זוויות נגדיות** 180° **ב-** ABCD**)**

$\sphericalangle ACB=90^\circ-\alpha$ **(זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים)**



$\underline{\Delta ACD}$

$\cos\alpha=\dfrac{DC}{AD}$

$\boxed{2k\cos\alpha=DC}$

$\underline{\Delta ACD}$

$\sin\alpha=\dfrac{AC}{AD}$

$\boxed{2k\sin\alpha=AC}$

נמצא את AB **ב-** ΔABC **באמצעות משפט הקוסינוסים**

$$(AB)^2=(AC)^2+(BC)^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\sphericalangle ACB$$

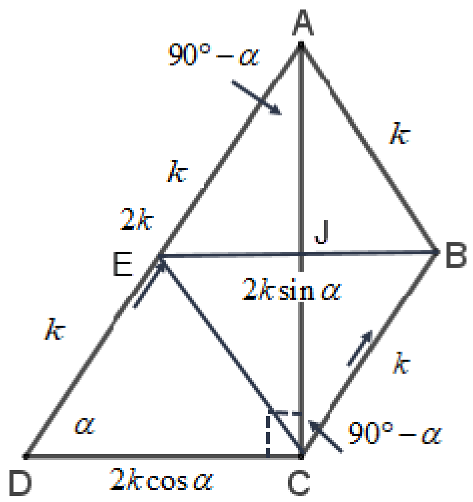
$$(AB)^2=(2k\sin\alpha)^2+k^2-2\cdot 2k\sin\cdot k\cdot\cos(90^\circ-\alpha)$$

$$(AB)^2=4k^2\sin^2\alpha+k^2-4k^2\sin^2\alpha$$

$$\boxed{AB=k}$$

תשובה: שוקי הטרפז הם $DC=2k\cos\alpha$ **ו-** $AB=k$.

ב. $CE\,||\,BA$, $S_{ABCE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}k^2$ **(נתון)** .



ABCE **הוא מעוין (שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות,**

וזוג צלעות סמוכות שוות), $AE=AB=k$.

האלכסון AC **חוצה זווית ולכן** $\sphericalangle EAB=180^\circ-2\alpha$.

נמצא את α .

$$S_{ABCE}=\frac{\sqrt{3}}{2}k^2$$

$$k^2\sin(180^\circ-2\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}k^2 \quad /:k^2>0$$

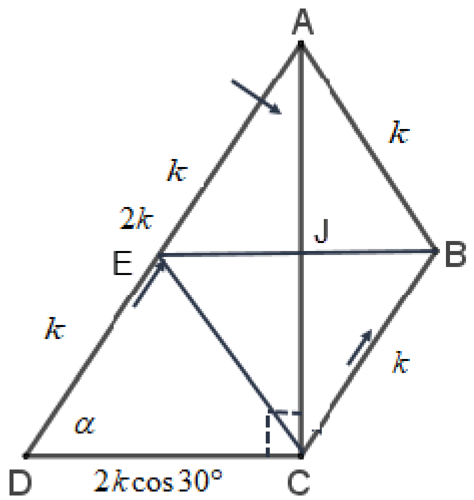
$$\sin 2\alpha=\sin 60^\circ$$

$$2\alpha=60^\circ \quad\rightarrow \boxed{\alpha=30^\circ}$$

$$2\alpha=120^\circ \quad\rightarrow \boxed{\alpha=60^\circ}$$

תשובה: $\alpha=30^\circ$ **או** $\alpha=60^\circ$.

ג. $\alpha=30^\circ$.



JE **הוא קטע אמצעים ב-** ΔACD **(מחבר אמצעי שתי צלעות)**

ולכן שווה למחצית הצלע השלישית.

$$DC=2k\cos\alpha=2k\cos 30^\circ \quad\rightarrow \boxed{DC=k\sqrt{3}} \quad\rightarrow \boxed{BE=k\sqrt{3}}$$

תשובה: $BE=k\sqrt{3}$.

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- הצליחו במבחן הראשון** $\overline{A}$ **- לא הצליחו במבחן הראשון**

B **- הצליחו במבחן השני** $\overline{B}$ **- לא הצליחו במבחן השני**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות</u>

$$P(A)=0.8 \quad \to P(\overline{A})=0.2$$

$$3P(A\cap\overline{B})=P(A\cap B) \quad \to P(A\cap\overline{B})=\frac{1}{4}P(A)=0.2$$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=0.2$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **הצליחו במבחן הראשון**	$\overline{A}$ **לא הצליחו בראשון**	
B **הצליחו במבחן השני**	0.6	0	0.6
$\overline{B}$ **לא הצליחו בשני**	0.2	0.2	0.4
	0.8	0.2	1

נשים לב שהמאורעות "הצליחו במבחן השני" ו-"לא הצליחו במבחן הראשון" הם מאורעות זרים.

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{0.6}{0.8}=0.75$$

תשובה: ההסתברות לבחור באקראי, סטודנט שעבר בהצלחה את המבחן השני,
אם ידוע שהוא הצליח במבחן הראשון, היא 0.75 **.**

ב. כמו שהסברנו בסעיף א, $P(\overline{A}/B)=0$ **והמאורעות זרים.**

תשובה: לא ייתכן שסטודנט, שנבחר באקראי, נכשל במבחן הראשון והצליח במבחן השני.

ג. נחשב את ההסתברות שסטודנט הצליח לפחות באחד המבחנים,
אם ידוע שהצליח לכל היותר באחד מהמבחנים.

$$P(\text{at least one good test} / \text{at most one good test})=\frac{P(\text{at least one good test}\cap\text{at most one good test})}{P(\text{at most one good test})}=$$

$$=\frac{P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)}{P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})}=\frac{0.2+0}{0.2+0+0.2}=\frac{0.2}{0.4}=0.5$$

תשובה: ההסתברות היא 0.5 **.**

ד. בקורס 50 סטודנטים, לכן ישנם 30 סטודנטים שעברו בהצלחה את שני המבחנים ,

כי $N(A \cap B) = P(A \cap B) \cdot 50 = 0.6 \cdot 50 = 30$.

בוחרים שלושה סטודנטים בלי החזרה, ולכן ההסתברויות משתנות.

$$P = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} = \frac{29}{140}$$

תשובה: ההסתברות ששלושה סטודנטים שנבחרו באקראי, מתוך 50 הסטודנטים שלומדים בקורס,

עברו את שני המבחנים, היא $\frac{29}{140}$.

א. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת, שכל איבריה חיוביים, $a_1, a_2, a_3, \ldots$ **.**

מכאן שזו סדרה מתכנסת, כאשר $a_n \to 0$ **, וסכומה מתכנס.**

מנת הסדרה היא q^2**, ובהתאם** $0 < q^2 < 1$ **וגם** $0 < q < 1$ **.**

בין כל שני איברים סמוכים של סדרה זו, מכניסים איבר נוסף, כך שגם הסדרה החדשה היא הנדסית.

נסמן את מנת הסדרה החדשה ב- q^***.**

a_2 **הוא האיבר השלישי בסדרה החדשה, לכן** $a_2 = a_1(q^*)^2$**.**

וגם $a_2 = a_1 q^2$ **, כי הם שני איברים סמוכים בסדרה המקורית, שמנתה היא** q^2**.**

$$(q^*)^2 = q^2 \quad \to q^* = \pm q$$

(1) אם $q^* = q$ **, אז כל איברי הסדרה החדשה יהיו חיוביים, כי איברי הסדרה הנתונה חיוביים.**

תשובה: כל האיברים שמכניסים לסדרה הם חיוביים, כאשר מנת הסדרה החדשה היא q**.**

(2) אם $q^* = -q$ **, אז איברי הסדרה החדשה יחיו חיובי-שלילי-חיובי-שלילי וכן הלאה.**

תשובה: כל האיברים שמכניסים לסדרה הם שליליים, כאשר מנת הסדרה החדשה היא $(-q)$**.**

ב. נתון כי כל האיברים החדשים שהכניסו לסדרה הם שליליים, לכן מנתה $(-q)$**.**

$-1 < -q < 0$**, ולכן גם זו סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת (לא עולה ולא יורדת).**

נכין טבלה לארגון הנתונים, שתעזור גם לסעיפים הבאים

	הסדרה הנתונה	**הסדרה החדשה**
A_1	a_1	a_1
Q	q^2	$(-q)$
S	s	$\frac{s}{m}$

סכום הסדרה החדשה קטן פי m **מסכום הסדרה הנתונה.**

$$m \cdot \frac{a_1}{1+q} = \frac{a_1}{1-q^2} \quad / : a_1 > 0$$

$$\frac{m}{1+q} = \frac{1}{(1+q)(1-q)} \quad / \cdot (1+q)(1-q)$$

$$\boxed{m = \frac{1}{1-q}}$$

תשובה: $m = \frac{1}{1-q}$.

ג. נתון כי הסכום של האיברים, הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה, הוא $(-6q)$.

נסמן ב- s **את הסכום של הסדרה המקורית.**

$$\frac{s}{m} - s = -6q$$

$$s(1-q) - s = -6q \quad \leftarrow m = \frac{1}{1-q}$$

$$s - sq - s = -6q$$

$$-sq = -6q \quad / : -q < 0$$

$$\boxed{s = 6}$$

תשובה: הסכום של הסדרה הנתונה הוא 6.

ד. נביע באמצעות q **את סכום האיברים בסדרה החדשה.**

נסמן ב- s **את הסכום של הסדרה המקורית.**

$$S^* = \frac{s}{m}$$

$$\boxed{S^* = 6(1-q)} \quad \leftarrow s = 6, \quad m = \frac{1}{1-q}$$

תשובה: סכום האיברים בסדרה החדשה הוא $6(1-q)$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-a}{x^3}$ **(** $a\neq 0$ **פרמטר).**

הפונקציה מוגדרת כאשר המכנה אינו מתאפס.

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 0$ **.**

ב. חזקת המונה (2) **קטנה מחזקת המכנה** (3) **ולכן אסימפטוטה אופקית** $y=0$ $(x\to\pm\infty)$ **.**

$x=0$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: אסימפטוטה המאונכת לציר ה- y **היא** $y=0$ $(x\to\pm\infty)$**.**

אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x **היא** $x=0$ **.**

ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $x^2-a=0 \quad \to x=\pm\sqrt{a}$ **.**

$a\neq 0$ **ולכן פתרון מתקיים, רק עבור** $a>0$ **.**

תשובה: עבור $a>0$ $(\sqrt{a},0)$ **,** $(-\sqrt{a},0)$**. עבור** $a<0$ **אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **.**

ד. נמצא נקודות קיצון ונקבע את סוגן, ואת התנאי לקיומן על פי ערכי a **.**

$$f(x)=\frac{2x\cdot x^3-3x^2(x^2-a)}{x^6}$$

$$f'(x)=\frac{x^2(2x^2-3x^2+3a)}{x^6}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+3a}{x^4}}$$

עבור $a<0$ **הנגזרת שלילית, בתחום ההגדרה, ואין נקודות קיצון (ירידה** $x>0$ **או** $x<0$ **) .**

עבור $a>0$ **:**

$$-x^2+3a=0$$

$$x=\pm\sqrt{3a} \quad \leftarrow a>0 \quad o.k.$$

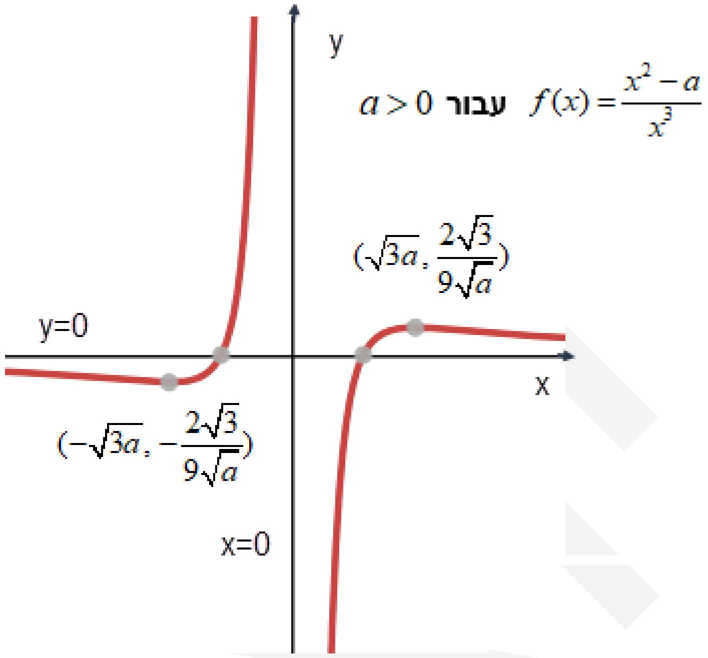
$$y=\frac{3a-a}{(\sqrt{3a})^3}=\frac{2a}{(\sqrt{3})^3a^{1.5}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}}$$

סימני הנגזרת נקבעים על פי סימני הפרבולה ההפוכה ("בוכה") שבמונה,

שעוברת משליליות לחיוביות, ולכן $x=-\sqrt{3a}$ **מינימום, ומחיוביות לשליליות ולכן** $x=\sqrt{3a}$ **מקסימום.**

תשובה: עבור $a>0$ **:** $(\sqrt{3a},\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}})$ **מקסימום ,** $(-\sqrt{3a},-\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}})$ **מינימום.**

ה. סרטוט גרף הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-a}{x^3}$ **, עבור** $a>0$.



ו. $g(x)=f(x+1)^{2020}$ **, עבור** $a>0$.

זו העלאה בחזקת 2020 **, של הפונקציה המתקבלת מהזזה** 1 **יחידה שמאלה של** $f(x)$.

נשים לב שהחזקה זוגית, ולכן ערכי הפונקציה אי-שליליים.

ל- $f(x)$ **יש שתי נקודות אפס, ולכן תתקבלנה שתי נקודות קיצון מינימום של** $g(x)$ **עבור** $x=\pm\sqrt{a}-1$.

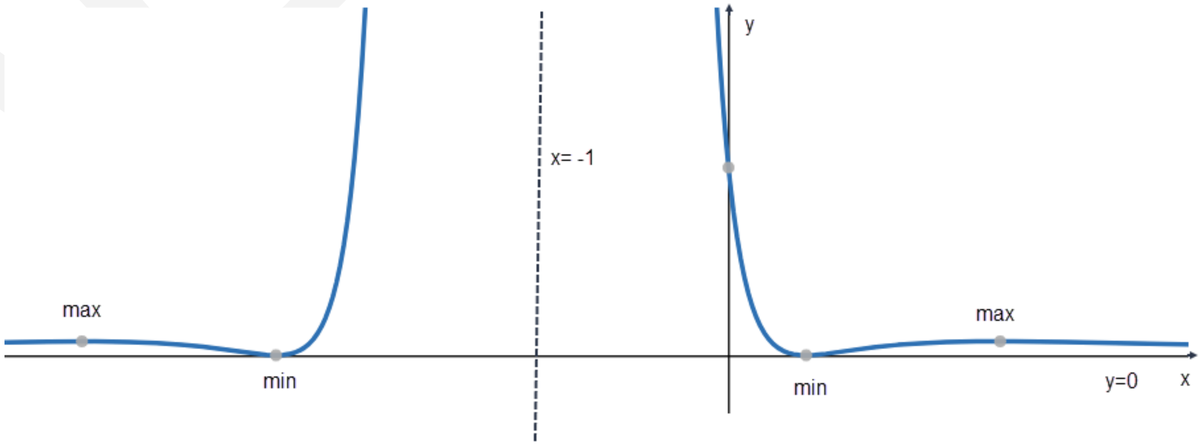
אסימפטוטה אופקית $y=0$ **ללא שינוי, ובהתאם המינימום של** $f(x)$ **יהפוך למקסימום** $x=-\sqrt{3a}-1$ **,**

והמקסימום של $f(x)$ **יישאר מקסימום** $x=\sqrt{3a}-1$ **, שתיהן כמובן לאחר ההזזה שמאלה ביחידה אחת.**

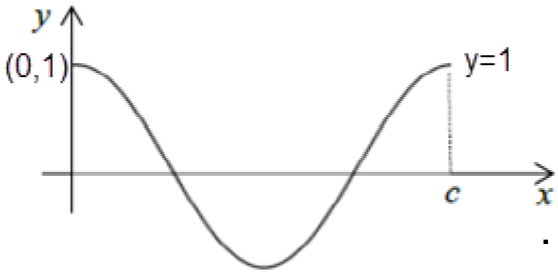
תשובה: 4 **נקודות קיצון,** 2 **מינימום ו-** 2 **מקסימום.**

אפשר להיעזר גם בנגזרת: $g'(x)=2020\cdot f(x+1)\cdot[f'(x+1)]^{2019}$ **, להבנת נקודות הקיצון.**

סקיצה אפשרית (עבור $a>1$**) :**



א. בציור מתואר חלק מגרף הפונקציה: $f(x)=\cos 2x$ **, ונתון** $f(c)=f(0)$.



$f(0)=\cos(2\cdot 0)=1$

$\cos 2x=1$

$2x=2\pi k$

$x=\pi k$

על פי הציור, בו זה הפתרון החיובי הראשון, הפתרון הוא $c=\pi$.

תשובה: $c=\pi$.

ב. נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- של $f(x)=\cos 2x$ **, בתחום** $0\le x\le \pi$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$:

$0=\cos 2x$

$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$

$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$

$\boxed{(\frac{\pi}{4},0)}$, $\boxed{(\frac{3\pi}{4},0)}$

תשובה: $(\frac{3\pi}{4},0)$, $(\frac{\pi}{4},0)$.

ג. נסרטט את גרף הפונקציה $f(x)=\cos 2x$ **, בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le \frac{\pi}{2}$.

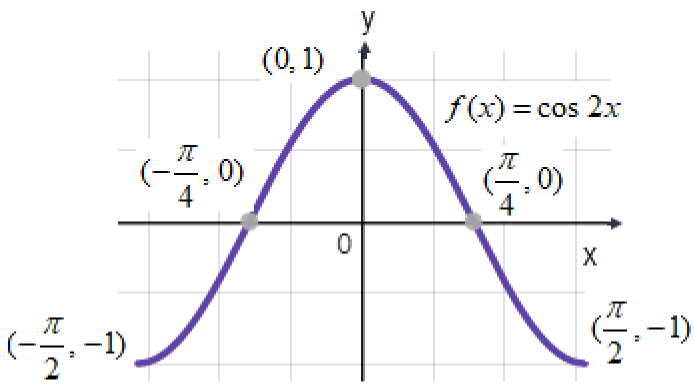
זו פונקציה זוגית, כי $f(-x)=\cos(-2x)=\cos(2x)=f(x)$

ולכן נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הן** $(\frac{\pi}{4},0)$, $(-\frac{\pi}{4},0)$.

עקב הזוגיות, והציור הנתון, אין צורך למצוא נקודות קיצון,

הגם שזה לא מסובך, כי הפונקציה היא כיווץ של $\cos 2x$,

ונקודת הקיצון הן בקצוות ועל ציר y **, והן** $(\frac{\pi}{2},-1)$, $(0,1)$, $(-\frac{\pi}{2},-1)$.



תשובה: הסרטוט מעל.

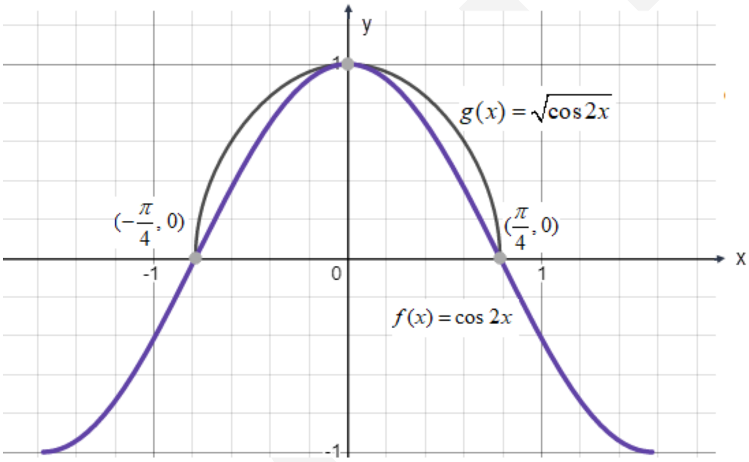
ד. $g(x)=\sqrt{\cos 2x}$ **, בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ **.**

על פי הגרף של $f(x)=\cos 2x$ **, ניתן לראות שתחום אי-השליליות הוא** $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$ **.**

תשובה: $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$ **.**

ה. תחום הערכים של $f(x)=\cos 2x$ **, עבור** $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$**, הוא** $0\le y\le 1$**.**

בהתאם ערכי $g(x)=\sqrt{\cos 2x}$ **, פרט לקצוות ולנקודת המקסימום, גדולים יותר.**



ו. נסמן $x_A=x_B=t$ **בתחום** $0<x<\frac{\pi}{4}$**, כי** AB **מקביל לציר ה-** y **.**

$f'(x_A)=f'(x_B)$ **, כי שיפועי המשיקים בנקודות** A **ו-** B **שווים זה לזה.**

$$g'(x)=\frac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}=\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}\quad,\quad f'(x)=-2\sin 2x$$

$$-2\sin 2t=\frac{-\sin 2t}{\sqrt{\cos 2t}}\quad /:\sin 2t>0\quad\leftarrow 0<x<\frac{\pi}{4}$$

$$-2=\frac{-1}{\sqrt{\cos 2t}}\quad /\cdot(-0.5\sqrt{\cos 2t})$$

$$\sqrt{\cos 2t}=0.5$$

$$\cos 2t=0.25$$

$$2t=1.318\quad\leftarrow 0<2t<\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{t=0.659}$$

תשובה: $x_A=x_B=0.659$ **.**