

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה : בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה : קיץ תש"ף, 2020, מועד ב

מספר השאלון : **035581, תוכנית ניסוי**

נספח : דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים

פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה במישור, הסתברות

פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

חומר עזר מותר לשימוש :

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ג. הוראות מיוחדות :

(1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.

(2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה !

ענה על חמש מהשאלות 1 – 7. לכל שאלה - 20 נקודות.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענה על שלושה מארבעת הסעיפים.

א. לפניך טענה: אם פונקציה היא אי זוגית אז היא חייבת לעבור דרך הראשית. קבע אם הטענה נכונה תמיד. אם כן, נמק. אם לא, הבא דוגמה.

ב. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

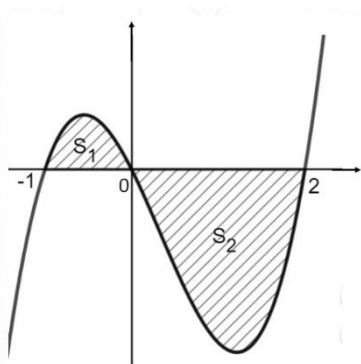
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

ג. נתון משולש ADE . נקודה B ונקודה C מונחות על הצלעות AD ו- AE בהתאמה. לפניך טענה:

$$\text{אם } \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \text{ אז } BC \parallel DE.$$

קבע אם הטענה נכונה תמיד. אם כן, נמק. אם לא, הבא דוגמה.

ד. גרף הפונקציה $f(x)$ רציף וחותר את ציר ה- x ב-3 נקודות, כמתואר בציור. נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x שווה ל- S . S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ברביע השני. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ברביע הרביעי.

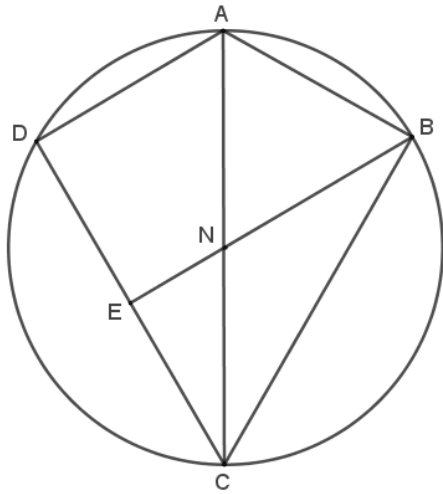


$$\int_{-1}^2 f(x) dx = K \quad \text{נתון גם:}$$

הבע באמצעות S ו- K את השטחים S_1 ו- S_2 .

פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה, הסתברות

2. המרובע ABCD הוא דלתון החסום במעגל ($BC = DC, AB = AD$).



E היא נקודה על DC כך ש- BE מאונך ל- DC.

BE ו- AC נחתכים בנקודה N (ראה ציור).

א. הוכח: $\angle ADC = 90^\circ$.

ב. הוכח: $AB = NB$.

נתון כי שטח המשולש NCE שווה לרבע משטח המשולש ACD.

ג. הוכח: הנקודה N היא מרכז המעגל.

ד. מצא את גודל הזווית BCD. נמק.

נסמן את שטח הדלתון ABCD ב- S.

ה. הבע את שטח המרובע ANED באמצעות S. נמק.

3. נתון משולש ישר זווית ACD ($\angle ACD = 90^\circ$).

העבירו קטע CB כך שהתקבל טרפז ABCD ($BC \parallel AD$) (ראה ציור).

נתון: $AD = 2k, BC = k, \angle ADC = \alpha$.

א. הבע את שוקי הטרפז ABCD באמצעות k ו- α (אם צריך).

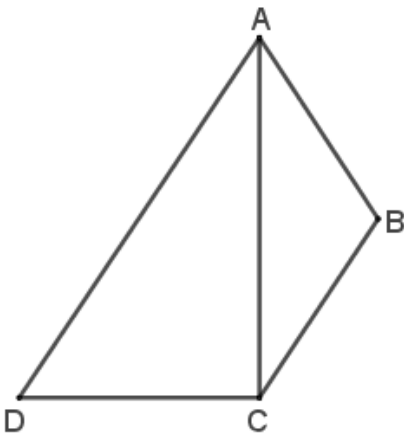
הנקודה E נמצאת על הצלע AD כך שמתקיים: $CE \parallel BA$.

שטח המרובע ABCE הוא $\frac{\sqrt{3}}{2} k^2$.

ב. מצא את α .

ג. הבע באמצעות k את אורך הקטע BE,

עבור הזווית α הקטנה מבין השתיים שמצאת.



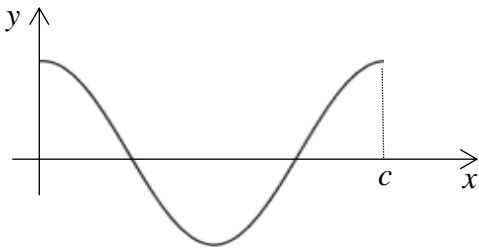
4. בקורס באוניברסיטה עורכים שני מבחני סמסטר. לאחר סיומם סוכמו התוצאות, ונמצא כי:
- 80% מהסטודנטים הצליחו במבחן הראשון.
 - ידוע כי אם בוחרים באקראי סטודנט, אז ההסתברות שהוא הצליח רק במבחן הראשון קטנה פי 3 מההסתברות שהוא הצליח בשני המבחנים.
 - 20% מהסטודנטים נכשלו בשני המבחנים.
- א. בוחרים באקראי סטודנט שידוע שהוא הצליח במבחן הראשון. מהי ההסתברות שהוא עבר בהצלחה את המבחן השני?
- ב. בוחרים באקראי סטודנט. האם יתכן שהסטודנט נכשל במבחן הראשון והצליח במבחן השני? נמק.
- ג. בוחרים באקראי סטודנט שהצליח לכל היותר באחד המבחנים. מהי ההסתברות שהוא הצליח לפחות באחד מהמבחנים?
- ד. נתון כי בקורס לומדים 50 סטודנטים. בוחרים שלושה סטודנטים מתוכם באקראי בלי החזרה. מהי ההסתברות שכל השלושה עברו את שני המבחנים?

פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

5. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים.
- האיבר הראשון של הסדרה הוא a_1 ומנת הסדרה היא q^2 , $q > 0$.
- בין כל שני איברים סמוכים של הסדרה הנתונה מכניסים איבר נוסף, כך שהסדרה החדשה המתקבלת היא סדרה הנדסית.
- א. הבע את מנת הסדרה החדשה באמצעות q במקרים הבאים:
- (1) כל האיברים שמכניסים לסדרה הם חיוביים.
 - (2) כל האיברים שמכניסים לסדרה הם שליליים.
- נתון כי כל האיברים שהכניסו לסדרה הם שליליים.
- סכום הסדרה החדשה קטן פי m מסכום הסדרה הנתונה (m הוא פרמטר).
- ב. הבע את m באמצעות q .
- נתון כי הסכום של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא $-6q$.
- ג. חשב את הסכום של הסדרה הנתונה.
- ד. הבע באמצעות q את סכום האיברים בסדרה החדשה.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^3}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 - רשום את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
 - הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x . רשום לאילו ערכי a יש נקודות חיתוך.
 - הבע באמצעות a את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. רשום לאילו ערכי a יש נקודות קיצון.
- ענה על סעיפים ה-ו עבור $a > 0$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = (f(x + 1))^{2020}$.
- היעזר בסעיפים הקודמים, וקבע את מספר נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$. נמק.



7. בציור מתואר חלק מגרף הפונקציה $f(x) = \cos 2x$. נתון: $f(c) = f(0)$ (c מסומן בציור).
- חשב את c .
 - מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x , בתחום שבין 0 ל- c .
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x) = \sqrt{\cos 2x}$ עבור $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
- ה. הוסף לסקיצה שסרטטת בסעיף ג את הסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. רשום ליד כל גרף את הפונקציה המתאימה.
- ישר המקביל לציר ה- y חותך את הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ בתחום $0 < x < \frac{\pi}{4}$ בנקודות A ו-B בהתאמה. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה A שווה לשיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B.
- מצא את שיעור ה- x של הנקודות A ו-B.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך