פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תש"פ , 2020 , מועד ב', שאלון: 35571

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

א1

הטענה אינה נכונה, נסביר ונראה דוגמה.

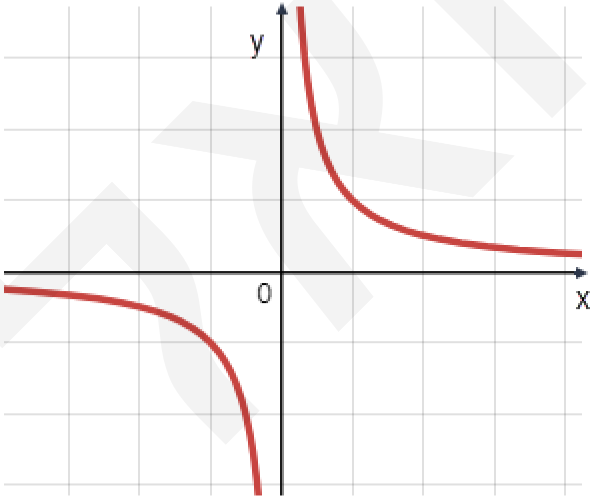
פונקציה אי-זוגית מקיימת $f(-x)=-f(x)$,

ולכן היא סימטרית לראשית הצירים, לנקודה $(0,0)$.

אולם, אם אינה מוגדרת עבור $x=0$ **, אז אינה חותכת ציר ה-** y **בכלל,**

ובפרט אינה עוברת בראשית הצירים.

לדוגמה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{x}$.



אם פונקציה אי-זוגית מוגדרת עבור $x=0$ **, אז היא בהכרח עוברת בראשית הצירים.**

תשובה: הטענה אינה נכונה תמיד.

פונקציה אי-זוגית אינה עוברת בראשית הצירים, כאשר אינה מוגדרת עבור $x=0$.

א. 1. נבדוק את נכונות הטענה עבור $n=1$.

אגף ימין: $\frac{1}{2}=\frac{1}{1+1}$ אגף שמאל: $\frac{1}{2}=\frac{1}{1\cdot 2}$.

אגף שמאל שווה לאגף ימין ולכן הטענה נכונה עבור $n=1$.

2. נניח את נכונות הטענה עבור $n=k$ טבעי כלשהו (הנחת האינדוקציה),

כלומר: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{k(k+1)}=\frac{k}{k+1}$

ונוכיח שהטענה נכונה עבור $n=k+1$.

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{k(k+1)}}_{\downarrow}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{k+1}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

החלפנו, על-פי הנחת האינדוקציה, ביטוי בביטוי השווה לו,

לכן, די אם נוכיח את השוויון שהתקבל.

$$\Leftrightarrow \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(k+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(k+1)}(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{k+2}=\frac{k+1}{k+2}$$

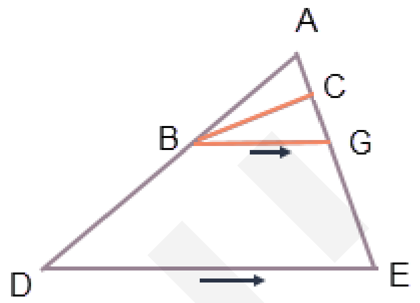
מתקבל שאגף שמאל שווה לאגף ימין.

3. לכן, על פי אקסיומת האינדוקציה, הטענה נכונה לכל n טבעי.

תשובה: הוכחנו ש- $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$ נכון לכל n טבעי.

1ג

הטענה אינה נכונה – נסביר זאת.



בסרטוט שלפנינו: $BG \parallel DE$ **ועל פי משפט תאלס** $\frac{BG}{DE}=\frac{AB}{AD}$.

נעביר את הקטע BC **כך ש-** $BC = BG$

על ידי הצבה, נקבל ש- $\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}$ **, כמו בנתון של השאלה.**

אולם $BC \nparallel DE$ **, כי דרך נקודה (** B **) יכול לעבור רק מקביל אחד לישר (** DE **).**

הערה: נתנו דוגמה אחת שמראה שהטענה אינה מתקיימת תמיד.

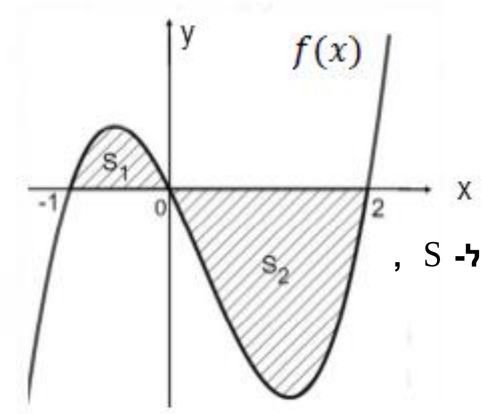
בסרטוטים אחרים ייתכן שהנקודה C **תהיה על המשך הצלע** AC **אחרי הנקודה** A**,**

או אפילו תתלכד עם נקודה זו.

מסקנה: אם ב- ΔADE **מתקיים** $\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}$ **אז לא בהכרח** $BC \parallel DE$.

תשובה: הטענה אינה נכונה תמיד.

יואל גבע
לא מתפשרים.



S_1 הוא שטח שמעל לציר ה- x, לכן $S_1=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

S_2 הוא שטח שמתחת לציר ה- x, לכן $S_2=-\int_{0}^{2} f(x)\,dx$

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x שווה ל- S ,

לכן גודלו של השטח האפור הוא $S_1+S_2=\mathrm{S}$.

נתון: $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=\mathrm{K}$.

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=\int_{0}^{2} f(x)\,dx+\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=-S_2+S_1 ,$$

ולכן: $-S_2+S_1=\mathrm{K}$.

או מילולית, מדובר בחיבור של שטח "שלילי" (שמתחת לציר ה- x) ,

עם שטח "חיובי" (שמעל לציר ה- x), לכן $-S_2+S_1=\mathrm{K}$.

נפתור מערכת של שתי משוואות:

$$+\begin{cases} S_1+S_2=\mathrm{S} \\ S_1-S_2=\mathrm{K} \end{cases} \qquad -\begin{cases} S_1+S_2=\mathrm{S} \\ S_1-S_2=\mathrm{K} \end{cases}$$

$$2S_1=\mathrm{S}+\mathrm{K} \qquad 2S_2=\mathrm{S}-\mathrm{K}$$

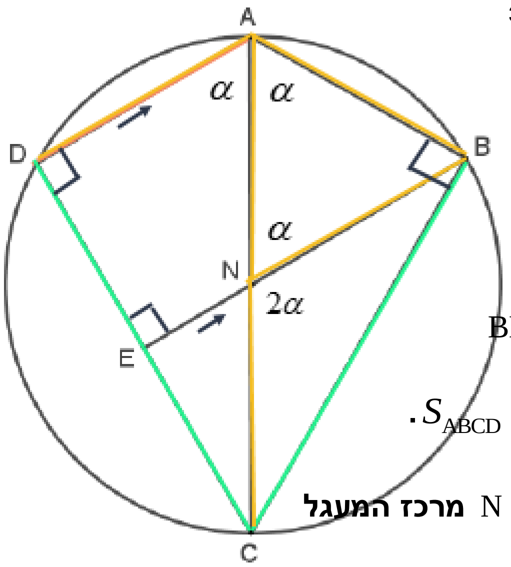
$$\boxed{S_1=\frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2}} \qquad \boxed{S_2=\frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2}}$$

תשובה: $S_1=\frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2}$, $S_2=\frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2}$.

הערה: על פי הציור $S_2>S_1$.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=\mathrm{K}<0$ כי מחברים שטח שלילי הגדול בערכו במוחלט, עם שטח חיובי קטן יותר.

ולכן, באמת: $S_1=\frac{\mathrm{S}+\mathrm{K}}{2}<\frac{\mathrm{S}-\mathrm{K}}{2}=S_2$.



נתונים

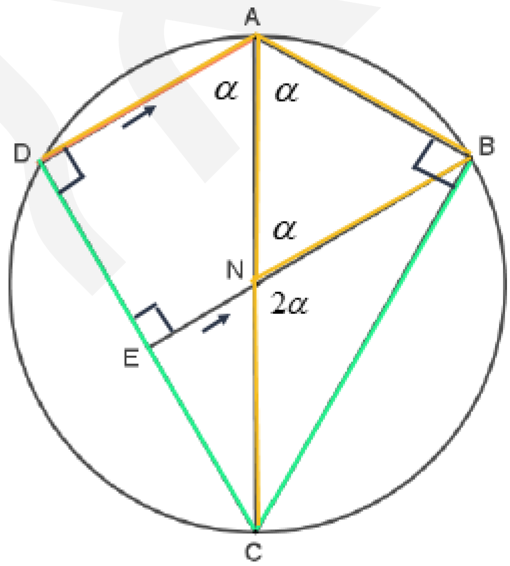
1. $ABCD$ דלתון חסום במעגל
2. $AB=AD$ .3 $BC=DC$ .4 $BE\perp DC$
5. עבור ג. $\frac{S_{\Delta NCE}}{S_{\Delta ACD}}=\frac{1}{4}$ .6 עבור ה. $S_{ABCD}=s$.

צ"ל: א. $\sphericalangle ADC=90^\circ$ ב. $AB=NB$ ג. N מרכז המעגל

ד. $\sphericalangle BCD$ ה. S_{ANED}

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	7	$\sphericalangle ADC=\sphericalangle ABC$	זוויות צד שווה בדלתון
1	8	$\sphericalangle ADC+\sphericalangle ABC=180^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל 180°
7, 8	9	$\sphericalangle ADC=90^\circ$	
			מ.ש.ל. א
4, 9	10	$AD \parallel BE$	שני ישרים המאונכים לישר שלישי מקבילים זה לזה
1	11	$\sphericalangle CAD=\sphericalangle CAB=\alpha$	אלכסון ראשי בדלתון חוצה את זווית הראש
10	12	$\sphericalangle BNA=\sphericalangle CAD=\alpha$	זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים
11, 12	13	$\sphericalangle BNA=\sphericalangle CAB=\alpha$	
13	14	$AB=NB$	אם זוויות שוות, אז הצלעות מולן שוות, ΔANB
			מ.ש.ל. ב
10	15	$\frac{EN}{DA}=\frac{CN}{CA}=\frac{CE}{CD}$	משפט תאלס הרחבה 1
15	16	$\Delta NCE \sim \Delta ACD$	משפט דמיון צלע צלע צלע
5, 15, 16	17	$\frac{CN}{CA}=\frac{1}{2}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה ליחס הדמיון
9	18	AC קוטר במעגל	נשען על זווית היקפית ישרה
17, 18	19	N מרכז המעגל	מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר
			מ.ש.ל. ג
11, 19	20	$\sphericalangle CNB=2\sphericalangle CAB=2\alpha$	זווית מרכזית כפולה מזווית היקפית הנשענת על אותה קשת BC
11, 20	21	$\alpha=60^\circ$	זוויות צמודות משלימות ל- 180°
11, 21	22	$\sphericalangle BCD=60^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל 180°
			מ.ש.ל. ד

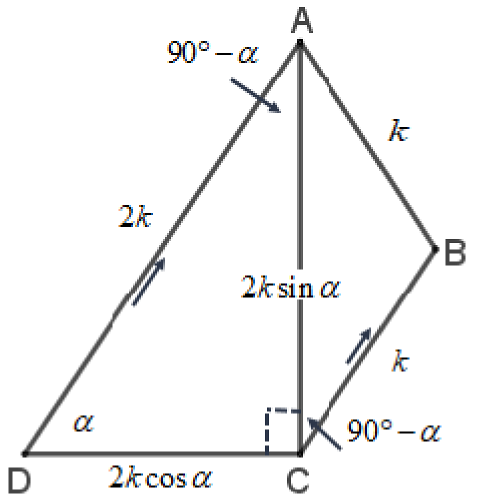
נימוק	טענה	מס'	הסבר
משפט חפיפה צלע זווית צלע	$\Delta ACD \cong \Delta ACB$	23	2,3,7
שטחים שווים של משולשים חופפים	$S_{\Delta ACD} = \frac{s}{2}$	24	23 ,6
	$S_{ANED} = \frac{3}{4} \cdot S_{\Delta ACD}$	25	24 ,23 ,5
	$S_{ANED} = \frac{3}{8} s$	26	25 ,24
מ.ש.ל. ה			



א. $\sphericalangle ADC=\alpha$, $\sphericalangle ACD=90^\circ$, $BC=k$, $AD=2k$, $BC \parallel AD$, $ABCD$ **טרפז (נתון)** .

$\sphericalangle CAD=90^\circ-\alpha$ **(סכום זוויות נגדיות** 180° **ב-** $ABCD$ **)**

$\sphericalangle ACB=90^\circ-\alpha$ **(זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים)**



$\underline{\Delta ACD}$

$\cos\alpha=\dfrac{DC}{AD}$

$\boxed{2k\cos\alpha=DC}$

$\underline{\Delta ACD}$

$\sin\alpha=\dfrac{AC}{AD}$

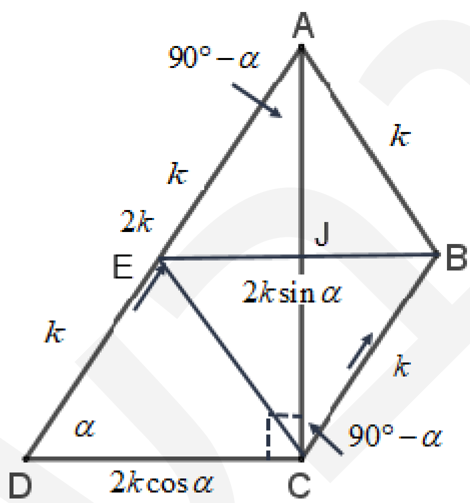
$\boxed{2k\sin\alpha=AC}$

נמצא את AB **ב-** ΔABC **באמצעות משפט הקוסינוסים**

$$(AB)^2=(AC)^2+(BC)^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\sphericalangle ACB$$
$$(AB)^2=(2k\sin\alpha)^2+k^2-2\cdot 2k\sin\cdot k\cdot\cos(90^\circ-\alpha)$$
$$(AB)^2=4k^2\sin^2\alpha+k^2-4k^2\sin^2\alpha$$
$$\boxed{AB=k}$$

תשובה: שוקי הטרפז הם $DC=2k\cos\alpha$ **ו-** $AB=k$.

ב. $CE \parallel BA$, $S_{ABCE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}k^2$ **(נתון)** .



$ABCE$ **הוא מעוין (שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות,**

וזוג צלעות סמוכות שווה), $AE=AB=k$.

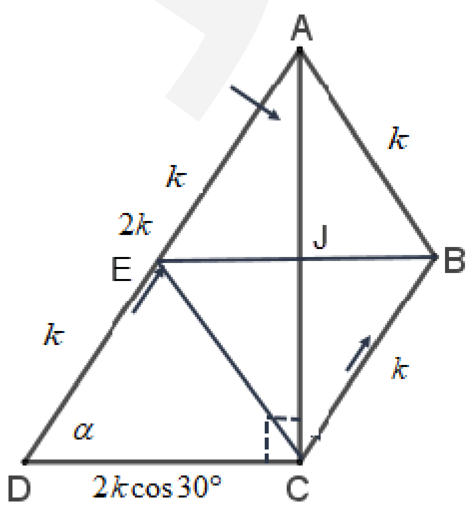
האלכסון AC **חוצה זווית ולכן** $\sphericalangle EAB=180^\circ-2\alpha$.

נמצא את α .

$$S_{ABCE}=\frac{\sqrt{3}}{2}k^2$$
$$k^2\sin(180^\circ-2\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}k^2 \quad /:k^2>0$$
$$\sin 2\alpha=\sin 60^\circ$$
$$2\alpha=60^\circ \rightarrow \boxed{\alpha=30^\circ}$$
$$2\alpha=120^\circ \rightarrow \boxed{\alpha=60^\circ}$$

תשובה: $\alpha=30^\circ$ **או** $\alpha=60^\circ$.

ג. $\alpha=30^\circ$.



JE **הוא קטע אמצעים ב-** ΔACD **(מחבר אמצעי שתי צלעות)**

ולכן שווה למחצית הצלע השלישית.

$$DC=2k\cos\alpha=2k\cos 30^\circ \rightarrow \boxed{DC=k\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{BE=k\sqrt{3}}$$

תשובה: $BE=k\sqrt{3}$.

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - **הצליחו במבחן הראשון** $\qquad$ $\overline{A}$ - **לא הצליחו במבחן הראשון**

B - **הצליחו במבחן השני** $\qquad$ $\overline{B}$ - **לא הצליחו במבחן השני**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות</u>

$$P(A)=0.8 \quad \to P(\overline{A})=0.2$$

$$3P(A\cap\overline{B})=P(A\cap B) \quad \to P(A\cap\overline{B})=\frac{1}{4}P(A)=0.2$$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=0.2$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **הצליחו במבחן הראשון**	$\overline{A}$ **לא הצליחו בראשון**	
B **הצליחו במבחן השני**	0.6	0	0.6
$\overline{B}$ **לא הצליחו בשני**	0.2	0.2	0.4
	0.8	0.2	1

נשים לב שהמאורעות "הצליחו במבחן השני" ו-"לא הצליחו במבחן הראשון" הם מאורעות זרים.

$$P(B/A)=\frac{P(B\bigcap A)}{P(A)}=\frac{0.6}{0.8}=0.75$$

תשובה: ההסתברות לבחור באקראי, סטודנט שעבר בהצלחה את המבחן השני,
אם ידוע שהוא הצליח במבחן הראשון, היא 0.75 .

ב. כמו שהסברנו בסעיף א, $P(\overline{A}/B)=0$ **והמאורעות זרים.**

תשובה: לא ייתכן שסטודנט, שנבחר באקראי, נכשל במבחן הראשון והצליח במבחן השני.

ג. נחשב את ההסתברות שסטודנט הצליח לפחות באחד המבחנים,
אם ידוע שהצליח לכל היותר באחד מהמבחנים.

$$P(\textit{at least one good test / at most one good test})=\frac{P(\textit{at least one good test}\cap\textit{at most one good test})}{P(\textit{at most one good test})}=$$

$$=\frac{P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)}{P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})}=\frac{0.2+0}{0.2+0+0.2}=\frac{0.2}{0.4}=0.5$$

תשובה: ההסתברות היא 0.5 .

ד. בקורס 50 סטודנטים, לכן ישנם 30 סטודנטים שעברו בהצלחה את שני המבחנים ,

כי $N(A\cap B)=P(A\cap B)\cdot 50=0.6\cdot 50=30$ **.**

בוחרים שלושה סטודנטים בלי החזרה, ולכן ההסתברויות משתנות.

$$P=\frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}=\frac{29}{140}$$

תשובה: ההסתברות ששלושה סטודנטים שנבחרו באקראי, מתוך 50 הסטודנטים שלומדים בקורס,

עברו את שני המבחנים, היא $\frac{29}{140}$**.**

א. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת, שכל איבריה חיוביים, $a_1, a_2, a_3, \dots$.

מכאן שזו סדרה מתכנסת, כאשר $a_n \to 0$ **, וסכומה מתכנס.**

מנת הסדרה היא q^2 **, ובהתאם** $0 < q^2 < 1$ **וגם** $0 < q < 1$.

בין כל שני איברים סמוכים של סדרה זו, מכניסים איבר נוסף, כך שגם הסדרה החדשה היא הנדסית.

נסמן את מנת הסדרה החדשה ב- q^* **.**

a_2 **הוא האיבר השלישי בסדרה החדשה, לכן** $a_2 = a_1(q^*)^2$.

וגם $a_2 = a_1 q^2$ **, כי הם שני איברים סמוכים בסדרה המקורית, שמנתה היא** q^2 **.**

$$(q^*)^2 = q^2 \quad \to q^* = \pm q$$

(1) אם $q^* = q$ **, אז כל איברי הסדרה החדשה יהיו חיוביים, כי איברי הסדרה הנתונה חיוביים.**

תשובה: כל האיברים שמכניסים לסדרה הם חיוביים, כאשר מנת הסדרה החדשה היא q **.**

(2) אם $q^* = -q$ **, אז איברי הסדרה החדשה יהיו חיובי-שלילי-חיובי-שלילי וכן הלאה.**

תשובה: כל האיברים שמכניסים לסדרה הם שליליים, כאשר מנת הסדרה החדשה היא $(-q)$ **.**

ב. נתון כי כל האיברים החדשים שהכניסו לסדרה הם שליליים, לכן מנתה $(-q)$ **.**

$-1 < -q < 0$ **, ולכן גם זו סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת (לא עולה ולא יורדת).**

נכין טבלה לארגון הנתונים, שתעזור גם לסעיפים הבאים

	הסדרה הנתונה	הסדרה החדשה
A_1	a_1	a_1
Q	q^2	$(-q)$
S	s	$\frac{s}{m}$

סכום הסדרה החדשה קטן פי m **מסכום הסדרה הנתונה.**

$$m \cdot \frac{a_1}{1+q} = \frac{a_1}{1-q^2} \qquad / : a_1 > 0$$

$$\frac{m}{1+q} = \frac{1}{(1+q)(1-q)} \qquad / \cdot (1+q)(1-q)$$

$$\boxed{m = \frac{1}{1-q}}$$

תשובה: $m = \frac{1}{1-q}$.

ג. נתון כי הסכום של האיברים, הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה, הוא $(-6q)$.

נסמן ב- s **את הסכום של הסדרה המקורית.**

$$\frac{s}{m}-s=-6q$$

$$s(1-q)-s=-6q \quad \leftarrow m=\frac{1}{1-q}$$

$$s-sq-s=-6q$$

$$-sq=-6q \quad /:-q<0$$

$$\boxed{s=6}$$

תשובה: הסכום של הסדרה הנתונה הוא 6.

ד. נביע באמצעות q **את סכום האיברים בסדרה החדשה.**

נסמן ב- s **את הסכום של הסדרה המקורית.**

$$S^*=\frac{s}{m}$$

$$\boxed{S^*=6(1-q)} \quad \leftarrow s=6, \quad m=\frac{1}{1-q}$$

תשובה: סכום האיברים בסדרה החדשה הוא $6(1-q)$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-a}{x^3}$ **(** $a\neq 0$ **פרמטר).**

הפונקציה מוגדרת כאשר המכנה אינו מתאפס.

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 0$.

ב. חזקת המונה (2) **קטנה מחזקת המכנה** (3) **ולכן אסימפטוטה אופקית** $y=0$ $(x\to\pm\infty)$.

$x=0$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: אסימפטוטה המאונכת לציר ה- y **היא** $y=0$ $(x\to\pm\infty)$**.**

אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x **היא** $x=0$.

ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $x^2-a=0 \quad \to x=\pm\sqrt{a}$.

$a\neq 0$ **ולכן פתרון מתקיים, רק עבור** $a>0$.

תשובה: עבור $a>0$ $(\sqrt{a},0)$, $(-\sqrt{a},0)$**. עבור** $a<0$ **אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x**.**

ד. נמצא נקודות קיצון ונקבע את סוגן, ואת התנאי לקיומן על פי ערכי a .

$$f'(x)=\frac{2x\cdot x^3-3x^2(x^2-a)}{x^6}$$

$$f'(x)=\frac{x^2(2x^2-3x^2+3a)}{x^6}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+3a}{x^4}}$$

עבור $a<0$ **הנגזרת שלילית, בתחום ההגדרה, ואין נקודות קיצון (ירידה** $x>0$ **או** $x<0$ **).**

עבור $a>0$ **:**

$$-x^2+3a=0$$

$$x=\pm\sqrt{3a} \quad \leftarrow a>0 \quad o.k.$$

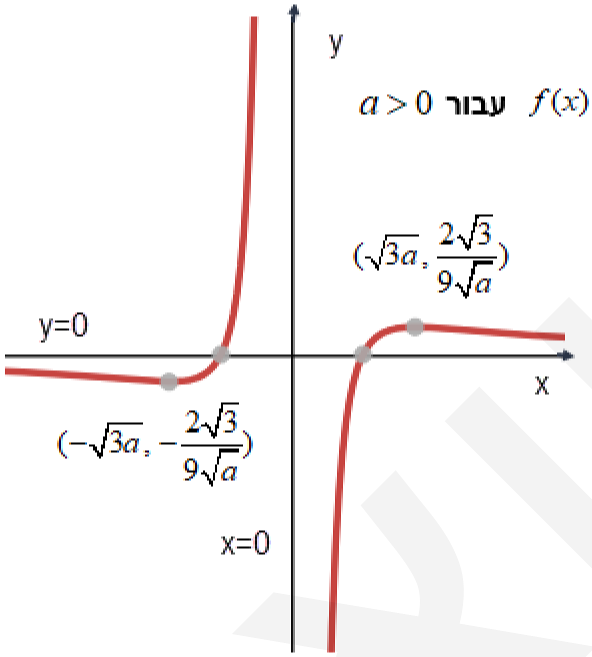
$$y=\frac{3a-a}{(\sqrt{3a})^3}=\frac{2a}{(\sqrt{3})^3a^{1.5}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}}$$

סימני הנגזרת נקבעים על פי סימני הפרבולה ההפוכה ("בוכה") שבמונה,

שעוברת משליליות לחיוביות, ולכן $x=-\sqrt{3a}$ **מינימום, ומחיוביות לשליליות ולכן** $x=\sqrt{3a}$ **מקסימום.**

תשובה: עבור $a>0$**:** $(\sqrt{3a},\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}})$ **מקסימום ,** $(-\sqrt{3a},-\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}})$ **מינימום.**

ה. סרטוט גרף הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-a}{x^3}$, עבור $a>0$.



ו. $g(x)=f(x+1)^{2020}$, עבור $a>0$.

זו העלאה בחזקת 2020 , של הפונקציה המתקבלת מהזזה 1 יחידה שמאלה של $f(x)$.

נשים לב שהחזקה זוגית, ולכן ערכי הפונקציה אי-שליליים.

ל- $f(x)$ יש שתי נקודות אפס, ולכן תתקבלנה שתי נקודות קיצון מינימום של $g(x)$ עבור $x=\pm\sqrt{a}-1$.

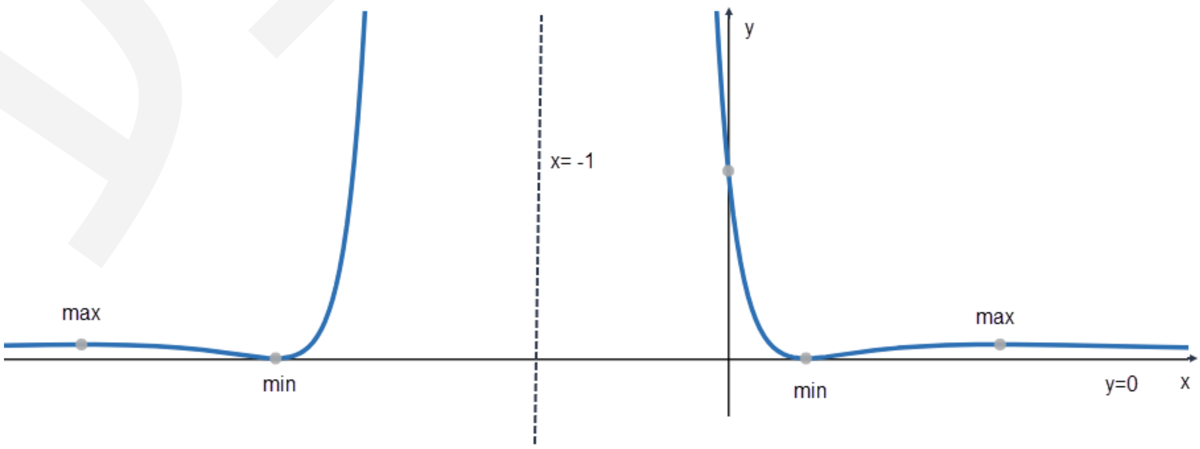
אסימפטוטה אופקית $y=0$ ללא שינוי, ובהתאם המינימום של $f(x)$ יהפוך למקסימום $x=-\sqrt{3a}-1$,

והמקסימום של $f(x)$ יישאר מקסימום $x=\sqrt{3a}-1$, שתיהן כמובן לאחר ההזזה שמאלה ביחידה אחת.

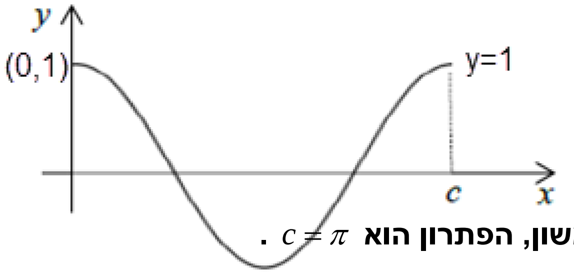
תשובה: 4 נקודות קיצון, 2 מינימום ו- 2 מקסימום.

אפשר להיעזר גם בנגזרת: $g'(x)=2020\cdot f(x+1)\cdot[f'(x+1)]^{2019}$, להבנת נקודות הקיצון.

סקיצה אפשרית (עבור $a>1$) :



א. בציור מתואר חלק מגרף הפונקציה: $f(x)=\cos 2x$ **, ונתון** $f(c)=f(0)$.



$f(0)=\cos(2\cdot 0)=1$

$\cos 2x=1$

$2x=2\pi k$

$x=\pi k$

על פי הציור, בו זה הפתרון החיובי הראשון, הפתרון הוא $c=\pi$.

תשובה: $c=\pi$.

ב. נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- של $f(x)=\cos 2x$ **, בתחום** $0\le x\le \pi$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$:

$$0=\cos 2x$$

$$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$$

$$\boxed{(\frac{\pi}{4},0)}\ ,\ \boxed{(\frac{3\pi}{4},0)}$$

תשובה: $(\frac{3\pi}{4},0)$, $(\frac{\pi}{4},0)$.

ג. נסרטט את גרף הפונקציה $f(x)=\cos 2x$ **, בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le \frac{\pi}{2}$.

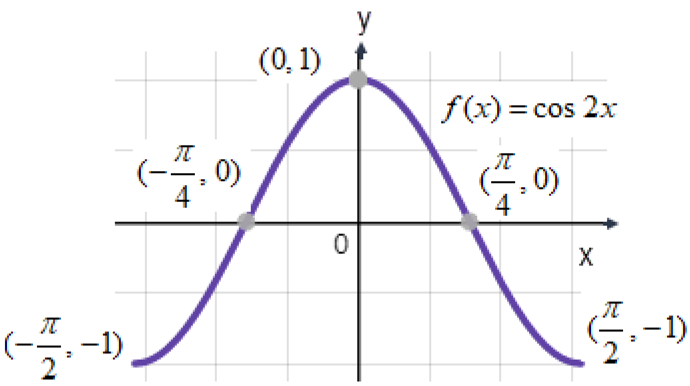
זו פונקציה זוגית, כי $f(-x)=\cos(-2x)=\cos(2x)=f(x)$

ולכן נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הן** $(\frac{\pi}{4},0)$, $(-\frac{\pi}{4},0)$.

עקב הזוגיות, והציור הנתון, אין צורך למצוא נקודות קיצון,

הגם שזה לא מסובך, כי הפונקציה היא כיווץ של $\cos 2x$,

ונקודת הקיצון הן בקצוות ועל ציר y **, והן** $(\frac{\pi}{2},-1)$, $(0,1)$, $(-\frac{\pi}{2},-1)$.



תשובה: הסרטוט מעל.

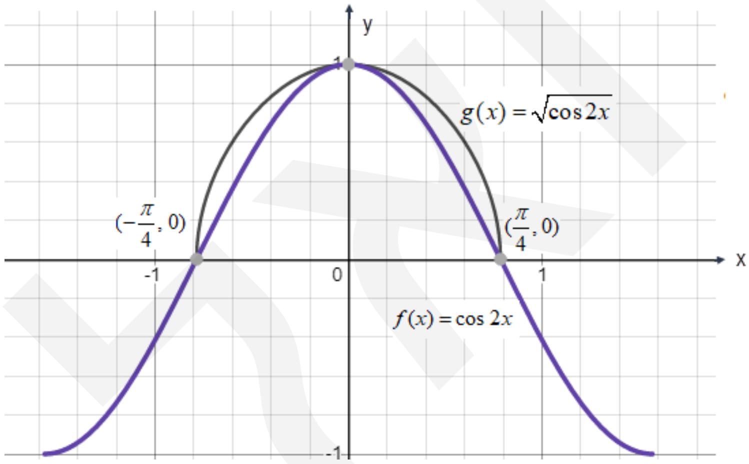
ד. $g(x)=\sqrt{\cos 2x}$, בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

על פי הגרף של $f(x)=\cos 2x$, ניתן לראות שתחום אי-השליליות הוא $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$.

תשובה: $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$.

ה. תחום הערכים של $f(x)=\cos 2x$, עבור $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$, הוא $0\le y\le 1$.

בהתאם ערכי $g(x)=\sqrt{\cos 2x}$, פרט לקצוות ולנקודת המקסימום, גדולים יותר.



ו. נסמן $x_A=x_B=t$ בתחום $0<x<\frac{\pi}{4}$, כי AB מקביל לציר ה- y .

$f'(x_A)=f'(x_B)$, כי שיפועי המשיקים בנקודות A ו- B שווים זה לזה.

$$g'(x)=\frac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}=\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}} \quad , \quad f'(x)=-2\sin 2x$$

$$-2\sin 2t=\frac{-\sin 2t}{\sqrt{\cos 2t}} \quad /:\sin 2t>0 \quad \leftarrow 0<x<\frac{\pi}{4}$$

$$-2=\frac{-1}{\sqrt{\cos 2t}} \quad /\cdot(-0.5\sqrt{\cos 2t})$$

$$\sqrt{\cos 2t}=0.5$$

$$\cos 2t=0.25$$

$$2t=1.318 \quad \leftarrow 0<2t<\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{t=0.659}$$

פ 007 יולי 20 מועד
ןונות עפר סופיים.doc

תשובה: $x_A=x_B=0.659$.