

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תש"פ, 2020, מועד ב', שאלון: 35381

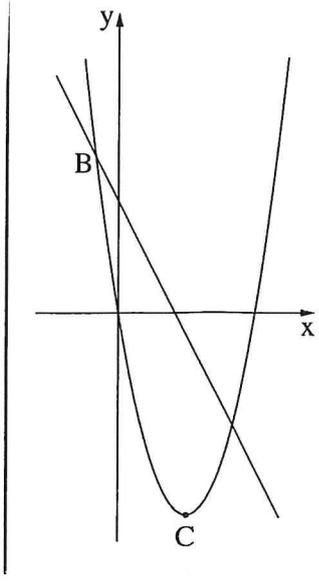
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אלגברה



1. בסרטוט שלפניך מתוארים הפרבולה $f(x) = x^2 - 6x$ והישר $y = -2x + 5$.
- א. הנקודה C היא קודקוד הפרבולה. מצא את שיעורי הנקודה C.
 - ב. הנקודה A נמצאת על הפרבולה ושיעור ה-x שלה הוא 5. מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.
 - ג. (1) הראה שהנקודה A נמצאת על הישר הנתון. (2) הישר הנתון חותך את הפרבולה בנקודה נוספת, B. מצא את שיעורי הנקודה B.
 - ד. כמה נקודות משותפות יש לפרבולה ולישר $y = -9$? נמק.

1. א. הנקודה C היא קודקוד הפרבולה. מצא את שיעורי הנקודה C.
הפרבולה היא $x = -\frac{b}{2a}$

מטואל הפרבולה היא $f(x) = x^2 - 6x$

$a = 1$ $b = -6$

נקודה C הנקודה!

$$x = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

נקודה C $x = 3$ מטואל הפרבולה הנקודה y

$$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$$

אם נק שיעורי הנקודה הם $(3, -9)$

נחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



תשובה: טעויות הנקודה C הן $(3, -9)$

הי, טעויות ה-x של הנקודה A הוא 5.
הנקודה A נמצאת על הישר, ולכן נציב $x=5$ במשוואת הישר.

נקודת:

$$f(x) = x^2 - 6x$$

$$f(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 = -5$$

תשובה:

$$y(A) = -5$$

ג (1) טעויות הנקודה A קנה סגור הן $(5, -5)$
נכנס טעויות הנקודה A נמצאת על

הישר הנטל $y = -2x + 5$
נציב במשוואה $x=5$!
האם מתקיים השוויון?
 $-5 \stackrel{?}{=} -2 \cdot 5 + 5$



$$-5 = -5$$

(2) הנקודה B היא נקודת חיתוך בין הפונקציה והישר, חסן נמצא איתה עד הנקודות מעוברת המשוואה של הפונקציה והישר:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x &= -2x + 5 \\ x^2 - 6x + 2x - 5 &= 0 \\ x^2 - 4x - 5 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

הנקודה B נמצאת בנקודת החיתוך של ה-x הוא שתי, חסן, הנקודות המתאימות הן $x = -1$.

נצאק $x = -1$ באחת המשוואות ונקבל את y .

$$y = -2x + 5$$



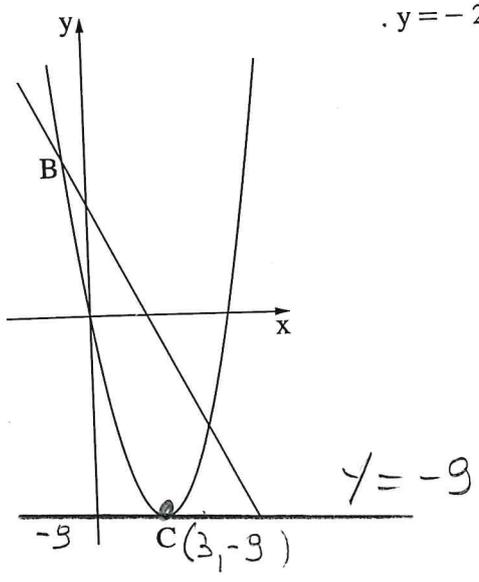
$$y = -2(-1) + 5 = 7$$

שיעורי הנקודה B הם $(-1, 7)$

B (-1, 7)

תשובה!

3. נקודת הקיצון של הפרבולה ע"פ סעיף א היא $(3, -9)$, נואמי הנקודה הנמוכה ביותר היא $y = -9$, ולכן עיטוי $y = -9$ יש נקודה אחת משותפת עם הפרבולה. (ראו ציור)



1. בסרטוט שלפניך מתוארים הפרבולה $f(x) = x^2 - 6x$ והישר $y = -2x + 5$.
 - א. הנקודה C היא קודקוד הפרבולה. מצא את שיעורי הנקודה C.
 - ב. הנקודה A נמצאת על הפרבולה ושיעור ה-x שלה הוא 5. מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.
 - ג. (1) הראה שהנקודה A נמצאת על הישר הנתון. (2) הישר הנתון חותך את הפרבולה בנקודה נוספת, B. מצא את שיעורי הנקודה B.
 - ד. כמה נקודות משותפות יש לפרבולה ולישר $y = -9$? נמק.

תשובה! נקודה משותפת אחת

נחידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מועד ב, מס' 035381 + נספח

2. בתחרות הנושאת פרסים כספיים הפרסים יוצרים סדרה חשבונית.
 הפרס הראשון הוא הגדול ביותר, וכל פרס קטן מקודמו ב-75 שקלים.
 בתחרות זו חולקו כל הפרסים שהערך שלהם היה מספר חיובי.
 תמור סיימה במקום השישי בתחרות וזכתה בפרס השישי: 625 שקלים.
- א. מה היה ערכו הכספי של הפרס הראשון בתחרות?
 ב. מה היה ערכו הכספי של הפרס ה-11 בתחרות?
 ג. האם ניתן פרס למי שסיים במקום ה-17 בתחרות? נמק.
 ד. כמה פרסים חולקו בתחרות? נמק.

א. זהו הנתון כל פרס קטן מקודמו ב-75 שקלים
 חזן $d = -75$

הפרס במקום השישי הוא 625 שקלים
 חזן $a_6 = 625$

נצטרך בנוסחה הכללית:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_6 = a_1 + (6-1)d \quad \text{ונקב}$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

נצטרך את הנתונים ונקב!



$$a_1 + 5(-75) = 625$$

$$a_1 - 375 = 625$$

$$a_1 = 625 + 375$$

$$a_1 = 1000$$

גטאקה: | אריק הינס הראשון הוא 1000 שקלים

ב. אילו זמזמט אל הינס ה-11 בואו

אילו זמזמט אל a_{11}

אפי נוסחת פראיגר הבא:

$$a_{11} = a_1 + (11-1)d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

אריק $a_1 = 1000$, $d = -75$ אפי סקוים קוזמא:
 $a_{11} = 1000 + 10(-75) = 250$

גטאקה: | אריק הינס ה-11 הוא 250 שקלים



ז. נמצא את ערך הביניים במקום ה-17, סדר
נמצא את a_{17} .

זכור: נוסחת האיברי הנכונה:

$$a_{17} = a_1 + (17-1)d$$

$$a_{17} = a_1 + 16d$$

$$d = -75 \quad a_1 = 1000 \quad \text{יציג:}$$

וקבל:

$$a_{17} = 1000 + 16(-75)$$

$$a_{17} = -200$$

זכור: הנטף חלקן ביניים שהערך שלהם הוא
מספר חיובי, ואילו במקום ה-17 מתקבל
ערך שלילי (-200) , ולכן לא ניתן ביניים.

תשובה: אין מסויים במקום ה-17 לא קיבל ביניים



3. נסתיי קטן זכור! קצרה פניסה אקצרה
נ/סחה:

קצרה פניסה: הסדרה היא סדרה יורדת וזוהי
אמצוא את האיבר החלקי האחרון.

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7
1000 925 850 775 700 625 550
 -75 -75 -75 -75 -75 -75

a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12}
475 400 325 250 175
 -75 -75 -75 -75

a_{13} a_{14} a_{15}
100 25 -50
 -75 -75

האיבר החלקי האחרון הוא 25 והוא נמצא
במקום ה-14, חלקן חלקן 14 פרקים

הערה: אסטר היה ארוס החלקי החלקי ה-11
שמצאנו בסעיף ב.

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



צריך הנוסחה: נמצא איברי (אם קיים) שגובהו 0.
האיברי שפניו יהיה האיברי האחרון.

אם כן: $a_n = 0$

$$a_1 + (n-1)d = 0$$

$$a_1 = 1000$$

$$d = -75$$

$$1000 + (n-1)(-75) = 0$$

$$1000 - 75n + 75 = 0$$

$$-75n = -75 - 1000$$

$$-75n = -1075 \quad /: -75$$

$$n = 14 \frac{1}{3}$$

אין איברי שגובהו 0, n אינו שלם.

מטאן שגובה האיברי האחרון נמצא בקוטר ה-14.
אכן חזקן 14 פרסימ.
מטובה! קמתווג חזקן 14 פרסימ

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מועד ב, מס' 035381 + נספח

3. ב- 1/1/2020 נחתם הסכם עם עובדי מפעל מסוים ולפיו בכל שנה תגדל המשכורת של כל עובד באחוז קבוע (אחוז אחר לכל עובד).

בתאריך זה הייתה המשכורת החודשית של נעמה 9,000 שקלים.
המשכורת של נעמה גדלה ב- 2.5% בכל שנה.

א. מה תהיה המשכורת החודשית של נעמה לאחר 5 שנים (בתאריך 1/1/2025)?

ב- 1/1/2020 הייתה המשכורת החודשית של יעל 8,000 שקלים.

לאחר שלוש שנים (בתאריך 1/1/2023) תהיה המשכורת החודשית של יעל 9,261 שקלים.

ב. בכמה אחוזים גדלה המשכורת של יעל בכל שנה?

ג. לאחר 5 שנים (בתאריך 1/1/2025), מי תקבל משכורת חודשית גבוהה יותר, נעמה או יעל? נמק.

א. האטנוט הייתה חלופת טו נקמה היא 9000 טה
חלן $M_0 = 9000$

האטנוט אציה כל שנה ק - 2.5% חלן

$$q = \frac{100 + p}{100}$$

$$q = \frac{100 + 2.5}{100} = 1.025$$

כדי לחצוא את האטנוט לאחר 5 שנים נמצא
את M_5 , סטו $M_0 = 9000$, $q = 1.025$

נציק הנסחה

$$M_t = M_0 q^t$$



$$M_5 = 9000 \cdot 1.025^5 = \text{עוקב}$$

$$M_5 = 10183$$

תשובה! המטרה זאת 5 שנים היא כ-10,183 שקלים

המטרה ההתחלתית של היא 8000 שקלים
חגן $M_0 = 8000$

זאת 3 שנים היא מטרה $M_3 = 9261$
סוף

נמצא את q בעזרת הנוסחה $M_t = M_0 q^t$

$$M_3 = 9261$$

$$M_0 q^3 = 9261$$

$$8000 q^3 = 9261 \quad \text{נציב } M_0 = 8000 \text{ ונקבל}$$

$$8000 q^3 = 9261 \quad / : 8000$$

$$q^3 = \frac{9261}{8000}$$

$$q^3 = \sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = 1.05$$



נמצא את האגף בעזרת הנוסחה

$$q = \frac{100 + p}{100}$$

נציב $q = 1.05$

$$1.05 = \frac{100 + p}{100}$$

$$105 = 100 + p$$

$$105 - 100 = p$$

$$5\% = p$$

גטוה: האטנות של יואל גבע 5% - ק

האטנות של נחמה לאור 5 שנים קודם סעיף א'
היא כ- 10,183 שקלים.

נמצא את האטנות של יואל לאור 5 שנים קודם
 $M_0 = 8000$, $q = 1.05$

$$M_5 = M_0 q^5$$

$$M_5 = 8000 \times 1.05^5 = 10,210.00$$

לאור 5 שנים האטנות של נחמה היא כ- 10,183 שקלים.



מטכונתה של יואל היא כ- 10,210 שקלים, אכן מטכונתה
של יואל גבוהה יותר.

תשובה: [זאתו 5 שנים מטכונתה של יואל ועדיין גבוהה יותר]

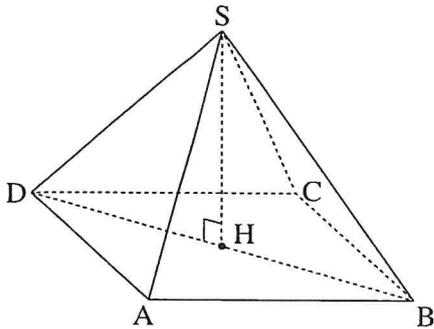
למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מועד ב, מס' 035381 + נספח

טריגונומטריה



4. $SABCD$ היא פירמידה ישרה ומרובעת שבסיסה, $ABCD$, הוא מלבן.

SH הוא גובה בפירמידה (ראה ציור).

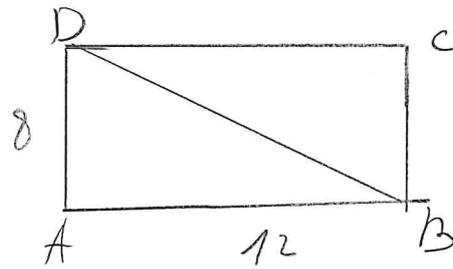
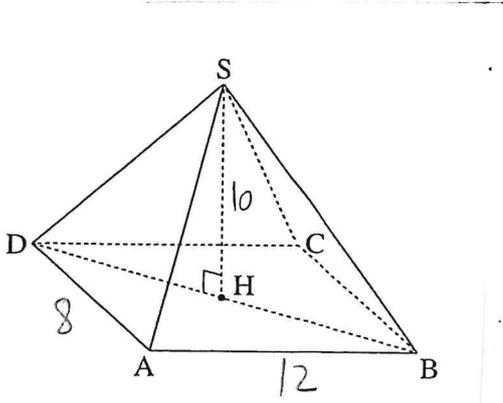
נתון: $AD = 8$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ, $SH = 10$ ס"מ.

א. חשב את אורך אלכסון הבסיס של הפירמידה, DB .

ב. חשב את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה, SD .

ג. חשב את גודל הזווית שבין המקצוע הצדדי לבין בסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש SDB .



$$8^2 + 12^2 = BD^2$$

$$BD = 14.42$$

$$BD = \approx 14.42$$

א. (נצרכו במערכת) ניוטון

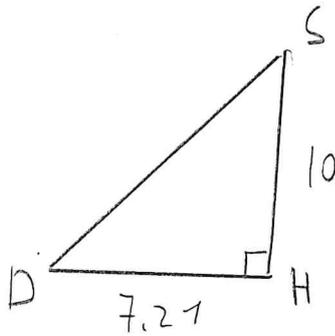
גטאקה!

ק. (מצאנו את האורך של SD במערכת ושרי הציור)

ב. $SH = 10$ ס"מ, $\triangle SHD$

$$HD = \frac{BD}{2} = \frac{14.42}{2} = 7.21 \quad \text{כ"מ כ"פ}$$





נישן באתר כיתובים
אלקטרוני

$$10^2 + 7.21^2 = SD^2$$

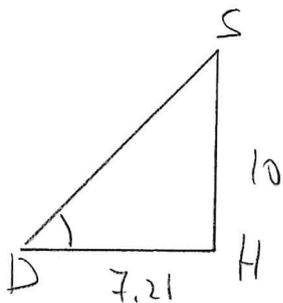
$$SD = 12.33$$

תשובה: $SD = 12.33$ ס"מ

ג. הזווית בין מקבוצ אקסס סמיון הוטן
הזווית $\angle SDH$

לעקוב במטולט יטו הזווית $\angle SDH$

כאטו $SH = 10$, $DH = 7.21$



$$\tan \angle SDH = \frac{10}{7.21}$$

$$\angle SDH = 54.21^\circ$$

תשובה: הזווית בין מקבוצ אקסס הוטן 54.21°

ג. הנוסחה לעטח מטולט הוטן:

$$S = \frac{\text{בזח} \times \text{העוקב הזכח}}{2}$$



$$\sum_{\Delta} SDB = \frac{BD \times SH}{2}$$

$BD = 14.42$ זכר 440 ק"מ

$SH = 10$ זכר הנתון

נ"ב ונתון:

$$\sum_{\Delta} SDB = \frac{14.42 \times 10}{2} = 72.1$$

טעם האטאל SDB הוא 72.1 מ"מ



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מועד ב, מס' 035381 + נספח

הסתברות וסטטיסטיקה

5. לפניך רשימה של שבעה ציונים: 75, 79, 81, 83, 85, 87, 91.
- חשב את ממוצע הציונים ברשימה.
 - חשב את סטיית התקן של הציונים ברשימה.
 - שגיאת טען שאם יוסיפו לרשימת הציונים את הציון 84, הממוצע של רשימת הציונים יגדל. האם הוא צודק? נמק.
 - הוסיפו ציון לרשימה של שבעת הציונים, והממוצע של הרשימה לא השתנה. מה היה הציון שהוסיפו? נמק.

$$\bar{X} = \frac{75 + 79 + 81 + 83 + 85 + 87 + 91}{7} \quad \text{א.}$$

$$\bar{X} = \frac{581}{7} = 83$$

הטובה! 83 הממוצע הוא

ההוספת מס' בקו-הוא:

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

(צ"ב אג הנתונים):

$$S = \sqrt{\frac{(75-83)^2 + (79-83)^2 + (81-83)^2 + (83-83)^2 + (85-83)^2 + (87-83)^2 + (91-83)^2}{7}}$$

$$S = \sqrt{\frac{64 + 16 + 4 + 0 + 4 + 16 + 64}{7}} = \sqrt{\frac{168}{7}} = 4.899$$

הטובה! 4.899 הממוצע התקן הוא



ג. כאשר מוס'ביות זממ'בצ ציוני'ת - ציון 'הג'ב'ה מהממ'בצ -
הממ'בצ ג'רל.

טג'א צו'ק'ו כ' הממ'בצ הוא 83, והוס'בו'ו ל'ו'ט'מ'ה
ה' ציוני'ת א'ר ה' ציון 84 ט'הוא ציון 'הג'ב'ה מהממ'בצ.

ט'ו'ק'ה'ו: טג'א 313

3. כאשר מוס'ביות זרטימ'ת ציוני'ת ציון 'הט'ו'ה מממ'בצ -
הממ'בצ ז'א מ'ט'ר'ה.

מ'ט'ו'ן ט'י'ד'ו ט'הממ'בצ ט' ה'ו'ט'מ'ה ז'א ה'ט'ו'ר'ה
ה'ר'י ט'הוס'בו'ו ציון 'הט'ו'ה מממ'בצ, ט'ו'מ'י
ה'וס'בו'ו א'ר ה' ציון 83.

ג'ט'ו'ר'ה'ו: ה'וס'בו'ו א'ר ה' ציון 83

לחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מועד ב, מס' 035381 + נספח

6. ציוני תלמידים במבחן ארצי מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 8.

69% מן הציונים נמוכים מן הציון 75.

א. מהו ממוצע הציונים?

ב. בוחרים באקראי ציון אחד מכל הציונים.

מהי ההסתברות שהציון שנבחר הוא בין 75 ל- 91?

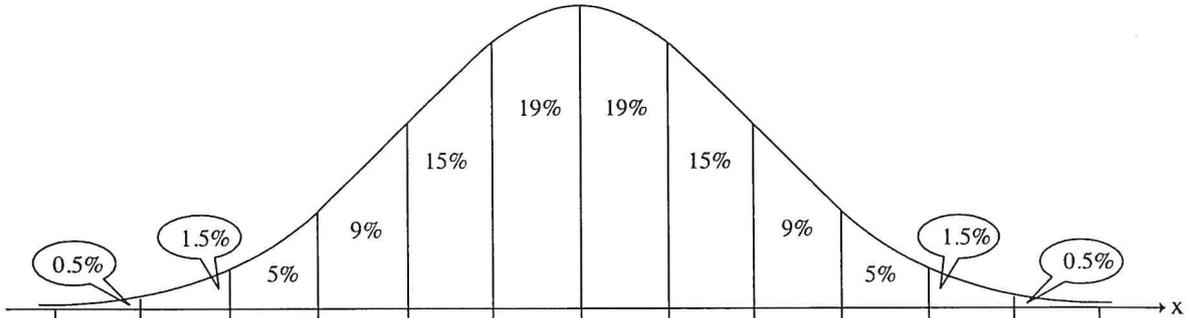
ג. מספר התלמידים שהשיגו במבחן הארצי ציון בין 75 ל- 91 היה 10,675.

על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה תלמידים ניגשו למבחן?

ד. הוחלט כי 7% מן התלמידים, אלה שהשיגו את הציונים הנמוכים ביותר, ישתתפו בשיעורי תגבור בלימודים.

האם תלמיד שציונו היה 54 ישתתף בשיעורי תגבור?

לפניך גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. היעזר בו בחישוביך.



א. נמקם את הציון 75 בעזרת הגרף הנורמלי.

69% מהציונים נמצאים מתחתיו:
נחמי את האחוזים מהצד השמאלי של הגרף.
 $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% + 15\% + 19\% + 19\% = 69\%$

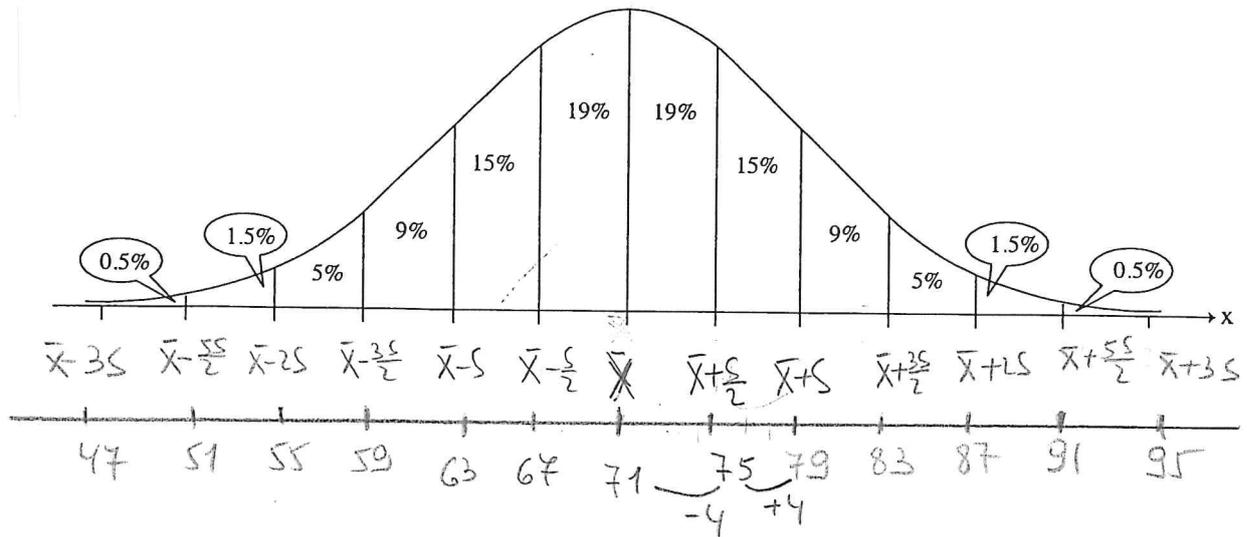
הציון 75 נמצא חצי סטיית תקן מעל הממוצע.

כיוון ש-75 הוא הציון הנמוך ביותר שיש, ישתתפו בשיעורי תגבור 7% מן התלמידים.

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





הממוצע (הוא) 71

טובה: 71 הממוצע (הוא)

ה. נתנו את הממוצעים שבין הבין 75 לבין 91

$$15\% + 9\% + 5\% + 1.5\% = 30.5\%$$

$$p = \frac{30.5}{100} = 0.305$$

טובה: 0.305 (הסתברות) היא

ג. מספר התלמידים שקיבלו בין 75 ל-91 הוא 10675, ואינו אמנותי אך מספר התלמידים שניגטו לקניניהם.

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים
אל תתפשר עליה.



צ'יג א : נאצ'ר בט'ר'ה :

אח'ץ ה'ת'מ'ר'ז'ר ס'ק'ר'ו ק'ר 75 ר-91 ה'ו'א 30.5%

מס'ר ה'ת'מ'ר'ז'ר ס'ק'ר'ו ק'ר 75 ר-91 ה'ו'א 10675

מכ'ן ט-10675 ה'ו'א 30.5% מ'ה'ת'מ'ר'ז'ר
ז'ר'ר'ר'ר ז'מ'ר'ו'ל א'ר 6 ה'ת'מ'ר'ז'ר ט'ט'ט'ו ז'מ'ר'ו'ל
כ'ו'מ'ר א'ר ה-100%

מ'ר'ו'ל	אח'ץ	
10675	30.5%	ח'ר'ק
X	100%	ט'ר

$$30.5 \times = 10675 \times 100$$

$$30.5 \times = 1067500 / 30.5$$

$$X = 35000$$

נכ'ו'ל
ה'ר'צ'ר'ה

צ'יג א : ה'ז'ר'ר'ר ה'כ'ו'ל :

$$\text{ה'ס'ק'ר'ו'ל} = \frac{\text{ח'ר'ק}}{\text{ט'ר}}$$



צדד סעיף ב' ההסתגלות לקב"ב בין 75 ל-91 הוא 0.305.

כאשר התאמצים התקנה היא 10675, וכאשר התאמצים היוולד לא נענו ונסתנה ב-X.

יקב"ב:
$$0.305 = \frac{10675}{x}$$

$$0.305x = 10675 \quad /: 0.305$$

$$x = 35000$$

טובה! 35,000 גמאצוים נישטא אפתינה

3. נאצו אל הציון ש-7% אנפתיים קיבאל סחור ממנו. נתקב אל האמצוים אגבב הטמאלי של הגרף צדד סעיף ב'.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

הציון המתקב הוא 59, סומי ס' מי סקיול ציון נאזק מ-59 ושתת קבאקו, ולכן תאמצ סצוון 54 ושתת קבאקו.

טובה! תאמצ סצוון 54 ושתת קבאקו

