

## מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה –  $2 \times 33\frac{1}{3}$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

**שים לב:** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

#### סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית איך־סופית שהמנה שלה היא  $\frac{1}{4}$  וסכומה  $9\frac{1}{3}$ .

א. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

בין כל שני איברים סמוכים בסדרה הוסיפו איבר חדש כך שהתקבלה סדרה הנדסית איך־סופית חדשה, שכל האיברים בה חיוביים.

ב. מהי המנה של הסדרה החדשה? נמק.

ג. עבור כל אחת מן הטענות II-I שלפניך קבע אם היא נכונה או אינה נכונה. נמק את קביעותיך.

(I) האיבר החמישי בסדרה החדשה שווה לאיבר העשירי בסדרה הנתונה.

(II) סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא  $\frac{1}{2}$  מסכום הסדרה הנתונה.

#### טריגונומטריה במרחב

2.  $ABCA'B'C'$  היא מנסרה משולשת ישרה (ראה ציור).

בסיס המנסרה,  $ABC$ , הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ( $AB = BC$ ,  $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ).

נתון כי גובה המנסרה הוא 8 ואורך היתר של בסיס המנסרה שווה ל- $4\sqrt{2}$ .

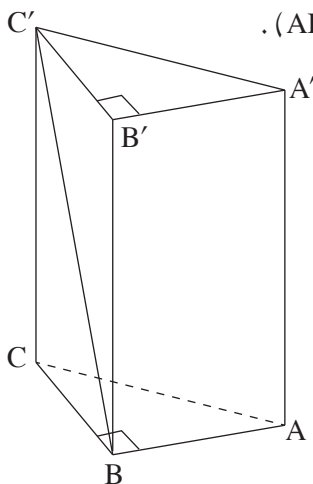
א. מצא את גודל הזווית בין אלכסון הפאה הצדדית  $BB'C'C$  ובין בסיס המנסרה.

ב. מצא את גודל הזווית  $AC'B$ .

ג. מצא את שטח המשולש  $AC'B$ .

ד. הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $CB$ .

ה. חשב את אורך הקטע  $A'D$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה** ( $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב:** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin 2x$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 2 \sin x$ , המוגדרת גם היא בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: בתחום הנתון, מלבד הנקודות שמצאת בסעיף ב, גרף הפונקציה  $g(x)$  נמצא מעל גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  בתחום הנתון.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 9 - (\ln x)^2$ .

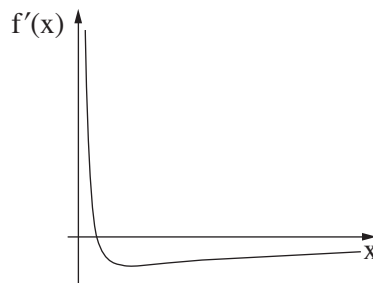
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הציור שלפניך מתאר את הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .



ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = e$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

5. הכמות של חומר רדיואקטיבי דועכת בקצב מעריכי.

ביום מסוים נמדדה כמות התחלתית של חומר זה.

שנה לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$  ק"ג.

5 שנים לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של  $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$  ק"ג.

א. מצא את קצב הדעיכה של החומר ואת הכמות ההתחלתית שלו.

נתונה הפונקציה  $g(x) = 3^{-2x}$  המוגדרת לכל  $x \geq 0$ .

הפונקציה  $g(x)$  מתארת את כמות החומר  $x$  שנים לאחר יום המדידה הראשון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בעבור  $x \geq 0$ .

**בהצלחה!**