

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
	—	סך הכול	—		—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 - (2) שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

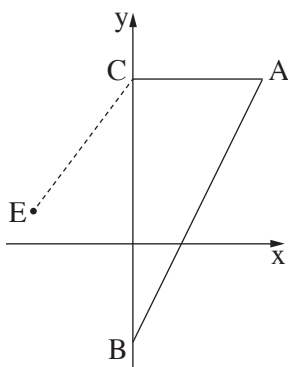
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המחיר של כרטיס כניסה של מבוגר למוזאון הוא x שקלים.
מחיר כרטיס של מבוגר גדול פי 2 ממחיר כרטיס של ילד.
מחיר כרטיס של סטודנט נמוך ב- 25% ממחיר כרטיס של מבוגר.
א. הבע באמצעות x את מחיר הכרטיס של ילד ואת מחיר הכרטיס של סטודנט.
ביום ראשון ביקרו במוזאון מבוגרים בלבד.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום ראשון היה 1,560 שקלים.
ביום שני ביקרו במוזאון רק ילדים וסטודנטים. מספר הילדים שביקרו במוזאון ביום שני היה גדול ב- 16 ממספר המבוגרים שביקרו בו ביום ראשון.
מספר הסטודנטים שביקרו במוזאון ביום שני היה קטן ב- 2 ממספר הילדים שביקרו בו באותו יום.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום שני היה 2,912 שקלים.
ב. (1) מצא את מחיר הכרטיס של מבוגר למוזאון.
(2) בכמה אחוזים גדול מספר המבקרים ביום שני ממספר המבקרים ביום ראשון?



2. במשולש ABC קודקודי המשולש B ו- C מונחים על ציר ה- y , כמתואר בציור.
משוואת הישר CA היא $y = 5$ ומשוואת הישר BA היא $y = 2x - 3$.
א. מצא את שיעורי הנקודות C, B ו- A.
נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני וכי שיעור ה- y שלה הוא 1.
אורך הקטע CE הוא 5.
ב. מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.
הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.
ד. האם הנקודה E נמצאת על המעגל החוסם את המשולש ABC, בתוך המעגל החוסם או מחוצה לו?
נמק ופרט את חישוביך.

3. 80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול.

בשכבה י"א יש בניים ובנות.

ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה ר- $\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.

בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?

(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בן או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

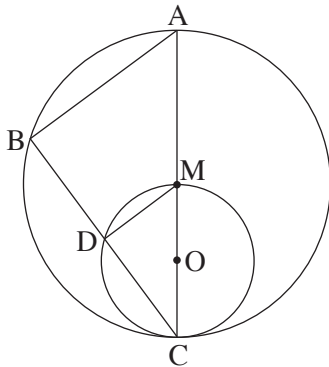
ג. בחרו באקראי 5 תלמידים מן הבנים והבנות של שכבה י"א.

מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם בניים שיצאו לטיול?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. בציור שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O. המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור).

הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.

א. הוכח: $\angle ABC = \angle MDC$.

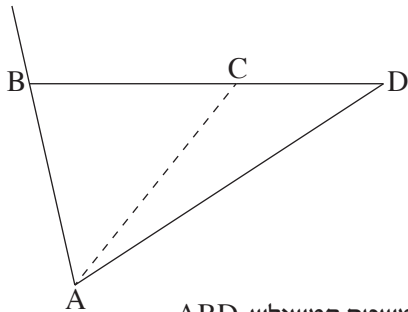
ב. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.

ג. הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

ד. מהו היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש MDC? נמק.

ה. נתון: $CO = 2$, $DM = 2.4$.

חשב את אורך הקטע BC.



5. במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור).

נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.

א. חשב את גודל הזווית ACD.

ב. נתון: $AB = BC$.

ג. חשב את שטח המשולש ABD.

ד. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD.

ה. מהו אורך הצלע EB? נמק.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,**של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.

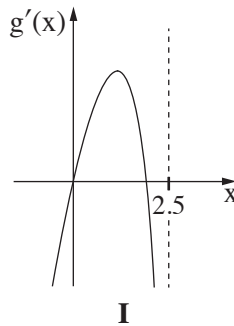
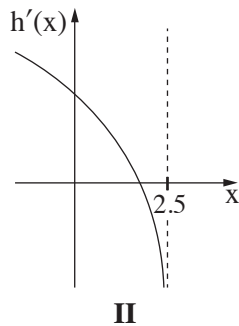
נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה־ x .

ב. (1) מצא את c .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה־ x .

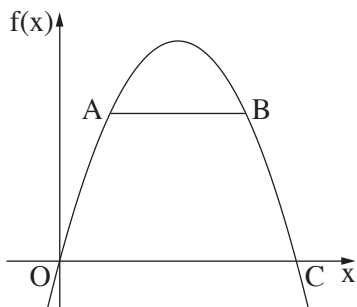
7. לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרת של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $h'(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות בתחום $x < 2.5$.



- א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום $x < 2.5$. נמק את תשובתך. (התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).

הפונקציה $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$.

- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.
 ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ברביע הראשון.



8. גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O, וחותר את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).

- א. מצא את שיעורי הנקודה C.
 הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4 - x)$.
 ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .
 ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

בהצלחה!