

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
	—	סה"כ	—		—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

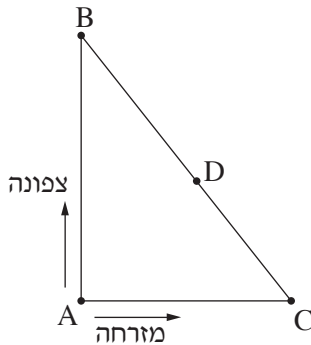
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A.

רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור).

בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C

כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ.

מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב-6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה:

רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם,

ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם.

הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).

ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?

2. נתון משולש ABC.

הקודקודים B ו-C מונחים על ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

D היא נקודה ברביע השני כך ש-DB מאונך ל-AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה D הוא -12.

ד. (1) הוכח כי $\angle DAC = 90^\circ$.

(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.

3. בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.
- 20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.
- 70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.
- 25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.
- א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?
- ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
- (1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?
- (2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול. מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?
- ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק. את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.
- מהי ההסתברות שבדיקת 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

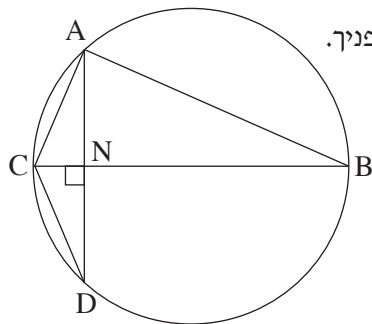
ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. המשולש ABC חסום במעגל כך ש-BC הוא קוטר במעגל.

מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC.

האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.



א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta NDC$.

ב. הוכח: ΔACD הוא משולש שווה שוקיים.

ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.

ד. נתון כי $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל-5. חשב את אורך הקטע NC.

5. בטורף ABCD ($AB \parallel DC$) שבציור שלפניך נתון:

$BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$.

א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.

נתון: $AB = AD$.

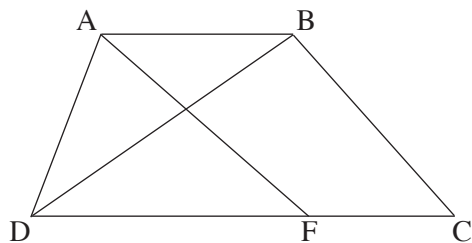
ב. מצא את אורך הצלע AD.

הנקודה F נמצאת על הצלע DC.

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

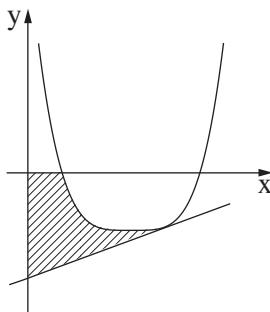
של פונקציות רצינות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

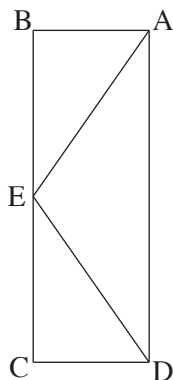
שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.
- (2) הסתמך על הסרטוט בתת-סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -2$.



7. לפי גרף הפונקציה $f(x) = (x - 3)^4 - 16$, המוגדרת לכל x .
- א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.
 - (1) מצא את משוואת המשיק.
 - (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המסומן בסרטוט).



8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.
- בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).
- נסמן ב- x את אורך הקטע BE.
- א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.
 - (2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.
- ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.
- ג. חשב את שטח המשולש AED.

בהצלחה!