

פתרון הבחינה

# במתמטיקה

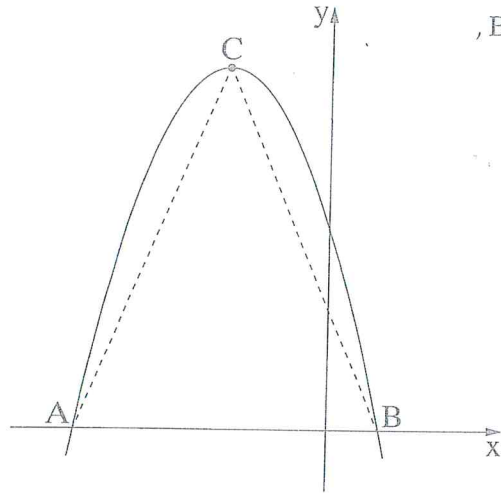
קיץ תשע"ט, 2019, שאלון: 35381

מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.





1. הפרבולה  $y = -x^2 - 4x + 5$  חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B, כמתואר בציור שלפניך.

- א. (1) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- (2) מצא את אורך הקטע AB.
- הנקודה C היא קודקוד הפרבולה.
- ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
- ג. חשב את שטח המשולש ACB.
- ד. כתוב את תחום העלייה של הפרבולה.

א. (1) הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x, ולכן שיעור ה-y שלהן הוא 0. נציב  $y=0$  באטומא הפרבולה ונקבל את שיעור ה-x של הנקודות הללו.

$$y = -x^2 - 4x + 5$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(-1) \cdot 5}}{2(-1)} = \frac{-4 \pm 6}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-4+6}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4-6}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$$

A(-1, 0)      B(5, 0)

תשובה



$$AB = X(B) - X(A) = 1 - (-5) = 6 \quad (2)$$

תשובה: 6 יחידות

ק. הנקודה c היא נקודת הקיצון של הפונקציה. נמצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון באמצעות הנוסחה:

$$X_{\text{נקודת קיצון}} = \frac{-b}{2a}$$

$$X_{\text{נקודת קיצון}} = \frac{-(-4)}{2 \cdot (-1)} = \frac{4}{-2} = -2$$

כדי למצוא את שיעור ה-y של הנקודה נציב  $x = -2$  במשוואת הפונקציה ונקבל:

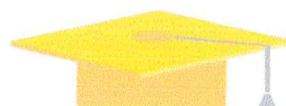
$$y = -x^2 - 4x + 5$$

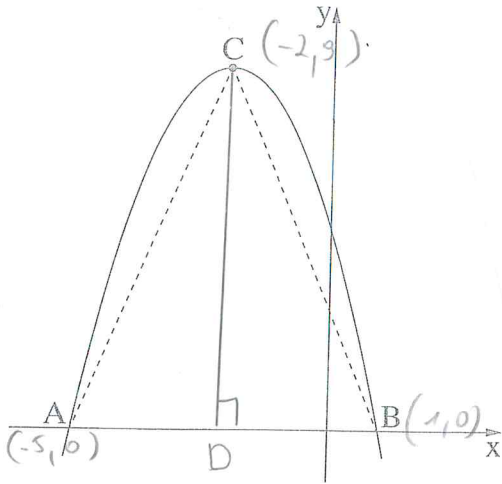
$$y = -(-2)^2 - 4(-2) + 5 = 9$$

תשובה: c(-2, 9)

ג. הנוסחה לחיטוב של משוואה

$$S_{\Delta} = \frac{\text{בא} \times \text{הבאה בא} \times \text{בא}}{2}$$





נחשב שטח הטרפז ABC מתקופה C.  
אם כן שטח המשולש הוא

$$S = \frac{AB \times CD}{2}$$

$$AB = 6$$

ע"פ סעיף א(2)

$$CD = y(-2) = 9$$

$$S_{\Delta ACB} = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27$$

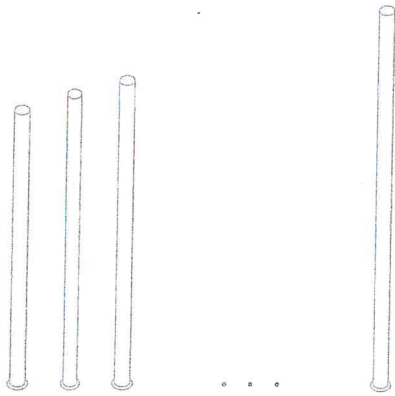
תשובה: 27 יח"ר

3. נתון הפעולה של הפונקציה עקב אף כי שינוי  
ה-x של קוזקוז הפונקציה.

שינוי ה-x של הקוזקוז ע"פ סעיף ב' הוא -2,  
לכן הפונקציה עולה עבור x-ים הקטנים מ-2,  
כלומר  $x < -2$

תשובה:  $x < -2$





2. בציור שלפניך מתוארת גדר העשויה ממוטות ברזל המוצבים בשורה (בציור מתוארים רק כמה מן המוטות).  
 אורך המוט הראשון בשורה הוא 144 ס"מ.  
 אורך המוט האחרון בשורה הוא 200 ס"מ.  
 כל מוט בגדר ארוך מן המוט שלפניו ב- 8 ס"מ.
- מהו אורך המוט השני בשורה ומהו אורך המוט השלישי בשורה?
  - כמה מוטות יש בגדר?
  - חשב את האורך הכולל של כל מוטות הברזל שהגדר עשויה מהם.
- מחיר של מטר אחד (100 ס"מ) של מוט ברזל הוא 25 שקלים.  
 מהו המחיר הכולל של כל מוטות הברזל שהגדר עשויה מהם?

א. ע"פ הנתון  $a_1 = 144$ ,  $d = 8$ ,  $a_n = 200$   
 כדי למצוא את אורך המוט השני והשלישי נניח איברי  
 הנסחה של אריוס את הסדרה.

ע"פ הנסחה יש למצוא את  $a_2$  ואת  $a_3$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_2 = 144 + 8 = 152 \quad (\text{צ"ב את הנתונים})$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 144 + 2 \cdot 8 = 160$$

נניח אריוס את הסדרה כאלוה הקא:

$a_1$	$a_2$	$a_3$
144	152	160
$\underbrace{\hspace{2em}}_{+8}$	$\underbrace{\hspace{2em}}_{+8}$	



תשובה: אורך המוט הטני 152 ס"מ, ואורך המוט הטני 160 ס"מ

ק. ע"פ הנתון  $a_n = 200$

ניסוח בנוסחה  $a_n = a_1 + (n-1)d$

נציב:  $a_1 = 144$ ,  $d = 8$ ,  $a_n = 200$  ונקבל:

$$144 + (n-1)8 = 200$$

$$144 + 8n - 8 = 200$$

$$8n = 200 - 144 + 8$$

$$8n = 64$$

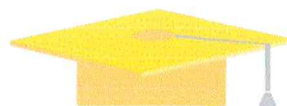
$$n = 8$$

תשובה: בעזרת 8 מוסל

ג. את האורך הכולל של המוסל נקבל ע"פ חיבור כל אובי המוסל, כלומר נמצא את  $\sum_8$

הנוסחה למצוא הסכום היא

$$\sum_n = \frac{n[2a_1 + d(n-1)]}{2}$$



נצ"ק גנוסחה:  $d=8, a_1=144, n=8$

$$S_8 = \frac{8 [2 \cdot 144 + 8(8-1)]}{2} = 1376$$

תשובה: האורך הכולל של המוט הוא 1376 ס"מ

3. האורך הכולל של כל המוט לפני סעיף 5 הוא 1376 ס"מ.

לפינו זהבוק אל הס"מ אמר נני אמר אל המטרי:  
נני זהבוק ס"מ אמר מתקין 100-ק.  
נניקל:

$$\frac{1376 \text{ ס"מ}}{100} = 13.76$$

מחיר אמר מוט הוא 25 שקלים, חתן מחירים  
של 13.76 אמר הוא:

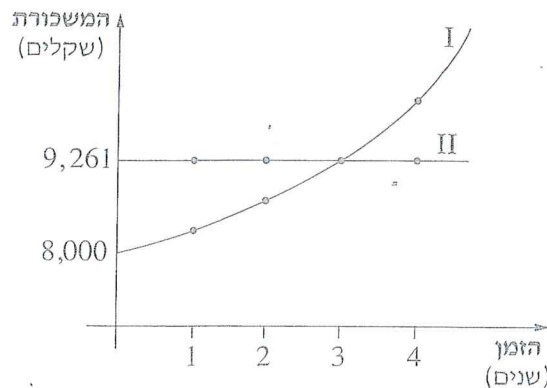
$$25 \times 13.76 = 344$$

תשובה: המחיר הכולל הוא 344 שקלים



3. דני יובל התחילו לעבוד באותה שנה.

לפניך שני גרפים (I ו-II) המתארים את גובה המשכורות של יובל ושל דני במשך 4 שנים, בהתאם לזמן.



המשכורת של דני עולה בכל שנה באחוז קבוע.

המשכורת של יובל קבועה ואינה משתנה.

א. קבע איזה גרף מתאר את המשכורת של דני ואיזה גרף מתאר את המשכורת של יובל.

נתון כי לאחר 3 שנים המשכורות של דני ושל יובל היו שוות.

הסתמך על הגרפים וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מה הייתה המשכורת ההתחלתית של דני?

(2) מה הייתה המשכורת של דני לאחר 3 שנים מתחילת עבודתו?

ג. בכמה אחוזים עלתה המשכורת של דני בכל שנה?

ד. חשב מה הייתה המשכורת של דני לאחר 4 שנים מתחילת עבודתו.

א. המשכורת של דני עולה כל שנה, ולכן הגרף  
המתאר את המשכורת של דני הוא גרף I.  
המשכורת של יובל היא קבועה ולכן הגרף  
המתאר את המשכורת של יובל הוא גרף II.

תשובה  
גרף I מתאר את המשכורת של דני  
גרף II מתאר את המשכורת של יובל.





ג. (1) ערך הקרן המטבול ההתחלתי של בני היתא  
8000 שקלים.

תשובה: 8000 שקלים

(2) ערך הקרן המטבול לאחר 3 שנים היתא  
9,261 שקלים.

תשובה: 9,261 שקלים

ע. ערך סעיף א:  $M_0 = 8000$   
 $M_3 = 9,261$

נמצא את  $q$  בעזרת הנוסחה  $M_t = M_0 q^t$

$$M_3 = 9261$$

$$M_0 q^3 = 9261$$

(3) נניח  $M_0 = 8000$  ונמצא את  $q$

$$8000 \cdot q^3 = 9261 \quad / : 8000$$

$$q^3 = \frac{9261}{8000}$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$$

$$q = 1.05$$



נמצא את האילוץ קצבית הנוסחה המקטרת קיון  
השאלות זמן ק - קצב של גזילה.

$$q = \frac{100 + P}{100}$$

$$1,05 = \frac{100 + P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$105 = 100 + P$$

$$105 - 100 = P$$

$$P = 5\%$$

מטרה: המטרה של בני עליה בכל שנה ק - 5%

3. עלינו למצוא את המטרה של בני זאתי ו  
שנים, כלומר עלינו למצוא את  $M_4$

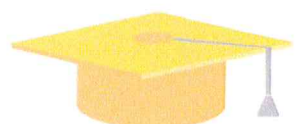
$$M_4 = M_0 q^4$$

(צ'וק את הנתונים ונקבל):

$$M_4 = 8000 \times 1,05^4$$

$$M_4 = 9,724$$

~~המטרה של בני זאתי ו שנים, כלומר עלינו למצוא את  $M_4$~~



צדק נוספת:

ע"פ הנתון  $M_3 = 9261$ , כדור ההיגוי  $M_4$  -  
נכפול את  $M_3$  במת-וסדרה  $q$ .

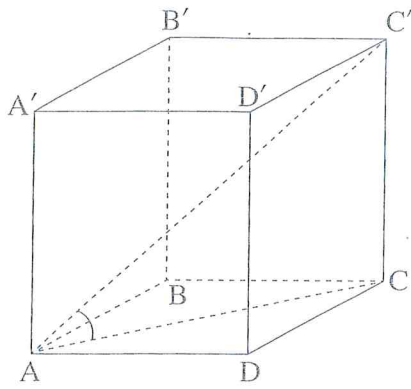
קובעו קסניף  $q = 1.05$  חכך:

$$M_4 = M_3 \cdot q$$

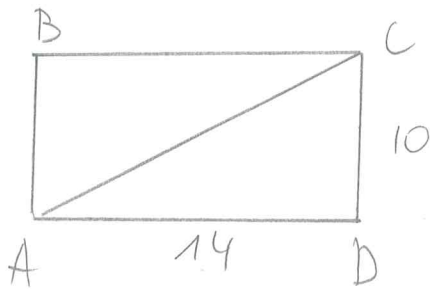
$$M_4 = 9261 \times 1.05 = 9724$$

תשובה: המטבור של זני לאו 4 טניס גיטא  
9,724 שקלים





4. בצירוף שלפניך מתוארת התיבה  $ABCD A' B' C' D'$ . נתון:  $AD = 14$  ס"מ,  $DC = 10$  ס"מ,  $CC' = 16$  ס"מ.
- חשב את האורך של אלכסון הבסיס,  $AC$ .
  - חשב את גודל הזווית שבין אלכסון התיבה,  $AC'$ , ובין הבסיס  $ABCD$ .
  - חשב את נפח התיבה.



א. בסיס התיבה הוא מלבן  
 שמיאציון:  $AD = 14$   
 $DC = 10$

נמצא את אורך האלכסון AC בעזרת משפט פיתגורס ונקודת:

$$14^2 + 10^2 = AC^2$$

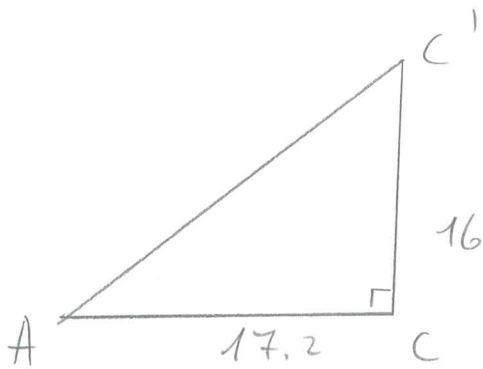
$$AC = 17.2$$

תשובה:  $AC = 17.2$  ס"מ

ב. הצליל בין אלכסון התיבה לבין הבסיס הוא הצליל  $C'AC$ .

נמצא את הצליל במשולש ישר הצליל  $C'AC$  כאשר ידוע  $CC' = 16$ ,  $AC = 17.2$





$$\tan \angle C'AC = \frac{16}{17.2}$$

$$\angle C'AC = 42.93^\circ$$

$$\angle C'AC = 42.93^\circ \quad \underline{\text{משקב!}}$$

הנוסחה לחישוב נפח התיבה היא:

$$V = B \cdot h$$

B - שטח הקסים  
h - גובה התיבה

שטח הקסים B הוא:

$$B = 14 \cdot 10 = 140 \text{ סמ}^2$$

$$h = CC' = 16 \text{ סמ}$$

$$V = 140 \times 16 = 2,240$$

משקב! נפח התיבה הוא 2,240 סמ<sup>3</sup>



5. בתחרות קליעה למטרה דני יורה שתי יריות לאותה מטרה.

ההסתברות שהוא יפגע במטרה בירייה הראשונה היא 0.8, וההסתברות שהוא יפגע במטרה בירייה השנייה היא 0.75.

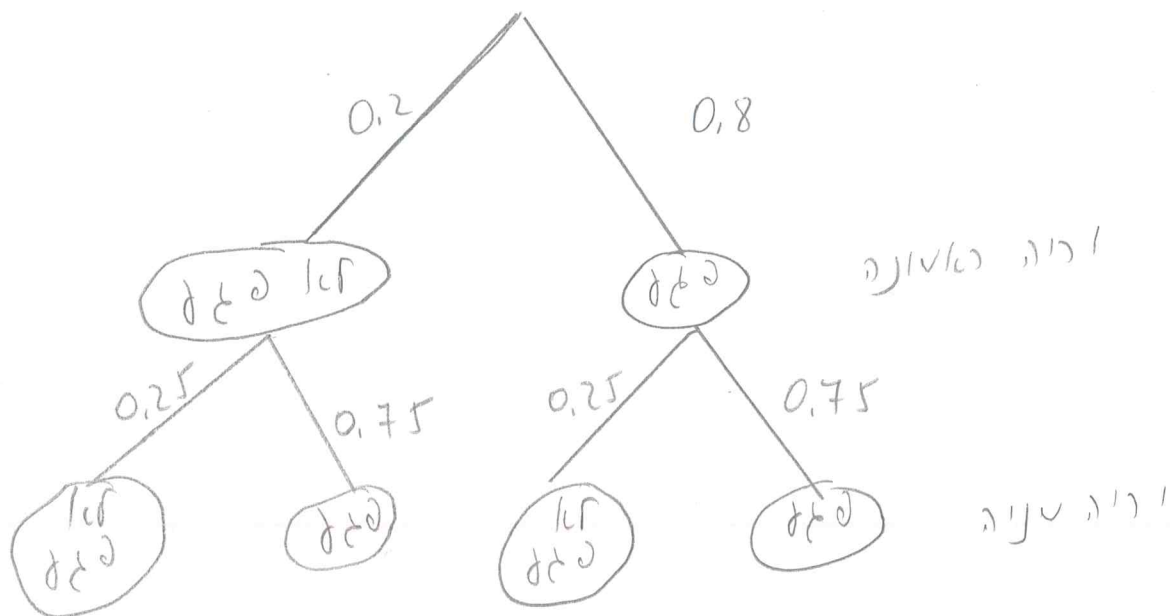
- א. מהי ההסתברות שדני יפגע במטרה בשתי היריות?
- ב. מהי ההסתברות שדני יפגע במטרה בדיוק באחת משתי היריות?
- ג. מהי ההסתברות שדני יפגע במטרה לפחות באחת משתי היריות?

א. ההסתברות שדני יפגע במטרה בירייה ראשונה היא 0.8, וההסתברות שדני יפגע במטרה בירייה שנייה היא 0.75.

הסתברות שדני יפגע במטרה לפחות באחת משתי היריות היא  $1 - 0.2 \cdot 0.25 = 0.95$ .

הסתברות שדני יפגע במטרה בירייה שנייה היא 0.75, והסתברות שדני יפגע במטרה בדיוק באחת משתי היריות היא  $0.8 \cdot 0.25 + 0.2 \cdot 0.75 = 0.35$ .

כפי שאתם רואים, ההסתברות היא:



ההסתברות שצני יגאג בטע היכול היא  
המסלול (פאג, גאג)

$$P(\text{פאג}, \text{גאג}) = 0.8 \times 0.75 = 0.6$$

תשובה!  $p = 0.6$

ג. ההסתברות שצני יגאג בקיולן גינה אחת היא טע מסלולי פ:

$$(\text{פאג}, \text{זאג}) + (\text{פאג}, \text{גאג})$$

$$p = 0.8 \times 0.25 + 0.2 \times 0.75 = 0.35$$

תשובה!  $p = 0.35$

ג. ההסתברות לפאג לפעם אחת עם אג פרוטה  
לפאג עם אג ופאג, פאג לפעם אחת עם אג  
אג או לפאג פאג.



יש לנו 3 מסלולים מתאימים

$$(כא, כא) + (כא, בא) + (בא, בא)$$

$$P = 0.8 \times 0.25 + 0.2 \times 0.75 + 0.8 \times 0.75$$

$$P = 0.95$$

אטרי אהצני בתעוונת ט סעיפים א, א-1, אהצני

בינן ומתקיים 3 המיקרים.

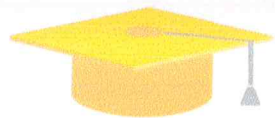
אטרי זה אהצני בהסתוות המתויה

$$P \left( \begin{matrix} יבא \\ אהצני \\ טע \\ אהצני \end{matrix} \right) = 1 - \left( \begin{matrix} זא & זא \\ יבא & יבא \end{matrix} \right) = 1 - 0.2 \times 0.25$$

$$P = 0.95$$

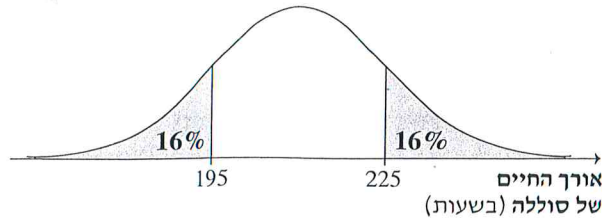
תשובה

$$P = 0.95$$



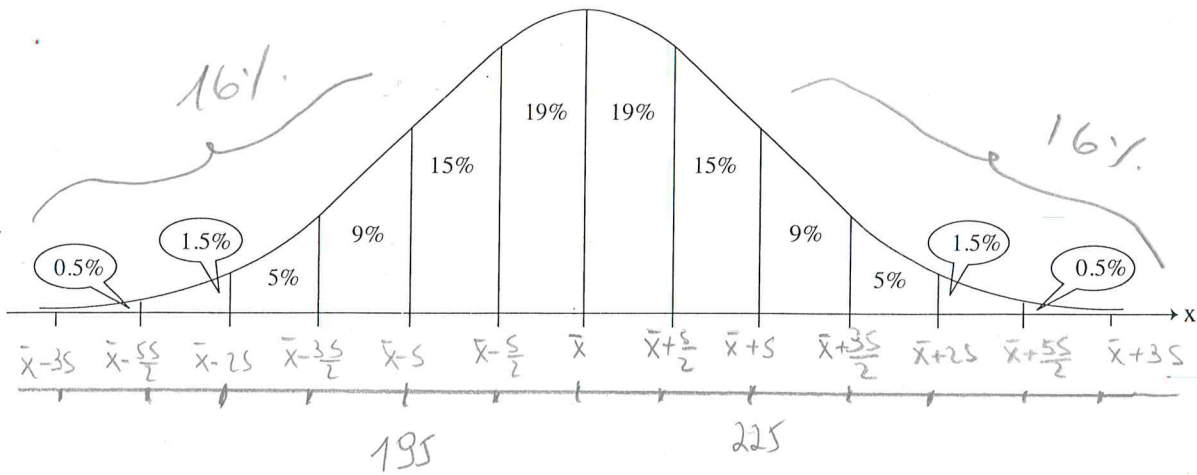


6. אורך החיים של סוללות (מספר השעות שהן יכולות לפעול) מתפלג נורמלית. לפניך גרף המתאר את ההתפלגות של אורך החיים של סוללה.



- א. (1) מצא את אורך החיים הממוצע של סוללה.  
 (2) מצא את סטיית התקן.
- ב. (1) מהו אחוז הסוללות שאורך החיים שלהן הוא פחות מ-240 שעות?  
 (2) מהו אחוז הסוללות שאורך החיים שלהן הוא בין 195 ל-240 שעות?
- ג. מפעל קנה 1,000 סוללות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה מהן יכולות לפעול בין 195 ל-240 שעות?

לפניך גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. היעזר בו בחישוביך.



$0.5 + 1.5 + 5 + 9 = 16\%$

א (7)

אורך החיים של 225 שעות מתאים ל-  $\bar{x}+s$   
 אורך החיים של 195 שעות מתאים ל-  $\bar{x}-s$

משגתי סימטריה אורך החיים המתפלג הוא הממוצע  
 שבין 195 ו-225



$$\bar{x} = \frac{195 + 225}{2} = 210$$

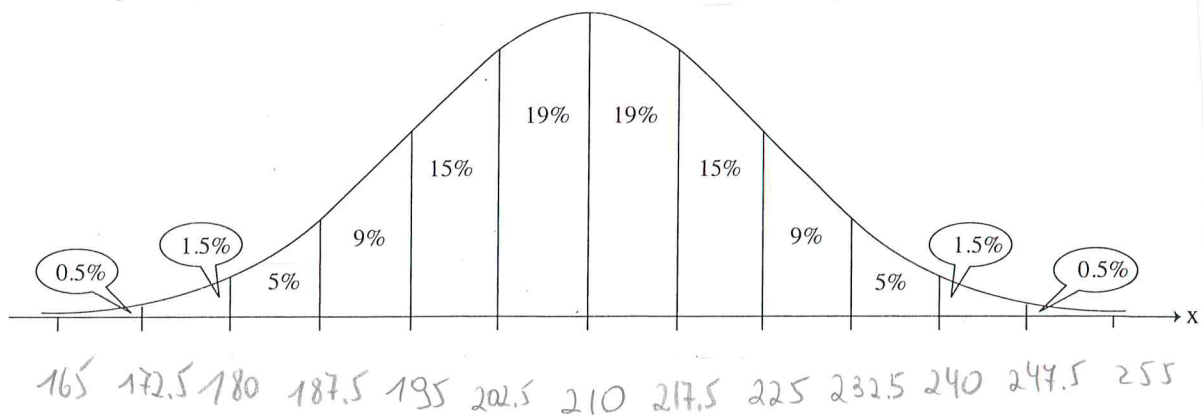
תשובה: אורך ה"ח"מ הממוצע הוא 210 טקס.

(2) ההפרט בין  $(\bar{x} + s)$  לבין הממוצע הוא

$$225 - 210 = 15$$

תשובה: סטיית התקן היא 15 טקס.

ג. (4) נתונים אלה הם מיון ע"פ סטיית התקן שקיבלנו בסעיף קודם:



חינוי לתמונה אלה האחוזים ממוטל ל-240 א"ל דרך (המטרים):

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% + 15\% + 19\% + 19\% + 15\% + 9\% + 5\% = 98\%$$

$$100\% - 0.5\% - 1.5\% = 98\%$$

תשובה: אחוז הסוללה שאורך החיים שלה בין 240 א"ל ל-255 טקס הוא 98%.



(2) עלינו לחזק את האחוזים בין 195 לבין 240.

$$15\% + 19\% + 19\% + 15\% + 9\% + 5\% = 82\%$$

תשובה  
אחוז הסוללות שאליהם התווסף טרם שהן הוטו  
בין 195 לבין 240 הוטו 82%.

ג. אפילו קנה 1000 סוללות, אזי סגיל קודם  
אחוז הסוללות שאליהם התווסף טרם שהן הוטו בין  
195 לבין 240 טרם הוטו 82%.  
אם נקח עלינו אמצע כמה הם 82% - 1000

$$\frac{82}{100} \cdot 1000 = 820$$

תשובה: 820 סוללות יכולו להכיל בין 195 ל-240 טעינה

