

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשע"ט, 2019, שאלון: 35481
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית. בפיצרייה הכריזו על מבצע:
- 10% הנחה על קניית פיצה אישית,
 - 20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.
- תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות. נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות. תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3,477.6 שקלים סך הכול.
- א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).
- ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:
- מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם. כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1,232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?

אלון קניות הטבלה:

נסמן: x שקלים כחור פיצה אישית לפני הנחה } נתון כי המחיר של פיצה משפחתית זקוף
 $3x$ שקלים כחור פיצה משפחתית לפני הנחה } פי 3 מאחור פיצה אישית.

מחירים לאחר ההנחות:

פיצה אישית: הנחה של 10% ולכן אחריה יסומן כ: $0.9x$
 פיצה משפחתית: הנחה של 20% ולכן אחריה יסומן כ: $0.8 \cdot 3x = 2.4x$

* נתמסר קנו 63 פיצות במקצת, חלקן אישיות חלקן משפחתיות, מספר הפיצה המשפחתיות זקוף פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות ולכן ניתן לנסות:

נס' הפיצות האישיות: y
 נס' הפיצות המשפחתיות: $2.5y$

$y + 2.5y = 63$

$3.5y = 63$

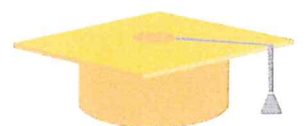
$y = 18$

→ (רכשו 18 פיצות אישיות

- 45 פיצות משפחתיות

כמחירי המקצת.

(כיון של התמורה צד כפי בטבלה הקאסה;



ספרים	מחיר ליחידה	כמות	
	X		אפני הנחה
$18 \cdot 0.9x =$ $16.2x$	0.9x	18	פיצה אישית אתרי הנחה
	3x		אפני הנחה
$45 \cdot 2.4x =$ $108x$	2.4x	45	פיצה גשפחות אתרי הנחה

נתון כי התלמידים שיזמו סך הכל 3,477.6 שקלים על הפיצות וזמן:

$$16.2x + 108x = 3477.6$$

$$124.2x = 3477.6 \quad /: 124.2$$

$$\boxed{x = 28}$$

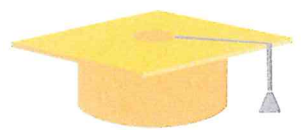
א. מחירי המקורי של פיצה אישית: $x = 28$ שקלים
מחירי המקורי של פיצה משפחתית: $3x = 3 \cdot 28 = 84$ שקלים

ב. אלו הם האמצע והמש, באחור המקורי של 2 פיצות אישיות נקרא 3 פיצות אישיות.
האחור של 2 פיצות אישיות באחור המקורי הוא: $2 \cdot 28 = 56$ שקלים.
לואי, ק - 56 שקלים נקרא 3 פיצות אישיות.

על מנת לתפוס את המספר הפיצות שניתן לקנות ק - 1,232 שקלים, נעזר בטבלה:

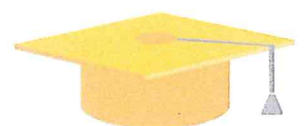
נחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

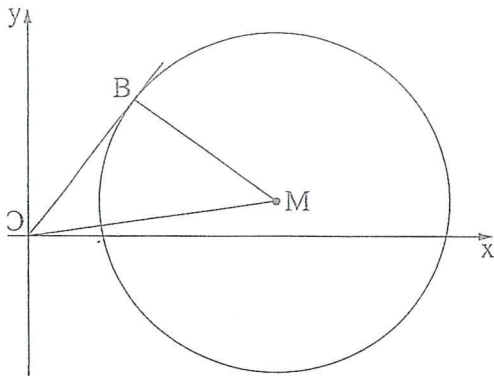
הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



סדר	מחיר ליחידה	כמות
56	$\frac{56}{3} = 18\frac{2}{3}$	3
1232	$18\frac{2}{3}$	$\frac{1232}{18\frac{2}{3}} = \boxed{66}$

לסיכום, בסכום כולל של 1,232 שקלים לקנה 66 פירות.





2. בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M. ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה B(3, 4). חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O. נתון: משוואת הישר OM היא $y = \frac{1}{7}x$.
- מצא את משוואת הישר BM.
 - מצא את משוואת המעגל.
 - המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C. מצא את שטח המשולש OBC.
 - העבירו מעגל נוסף כך ש-OM הוא קוטר שלו. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M, עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

1. נתן כי OB משיק למעגל שמרכזו M.

BM הינו רדיוס של המעגל.

זכור, $BM \perp OB$ מנקודת ההשקה.

זכור! מאונקוטי סיבוכים הפכוים ונצדוים. זכור, (נצאן אר סיבוכי OB ואלו אר סיבוכי BM.

$$m_{OB} = \frac{y_B - y_0}{x_B - x_0} = \frac{4 - 0}{3 - 0} = \frac{4}{3}$$

מכאן, סיבוכי BM: $m_{BM} = -\frac{3}{4}$

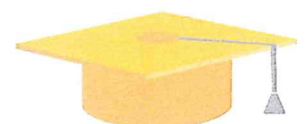
משוואת BM:

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4} + 4$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4}}$$

נקודה: B(3,4)
סיבוכי: $-\frac{3}{4}$



ב. על מנת למצוא את משוואת המעגל יש למצוא את רדיוס המעגל ושיעורו (קודם המרכז).
נתון כי M היא מרכז המעגל וזו היא נמצאת על הישר OM : $y = \frac{1}{7}x$.
M מהווה לקודה החותך בין הישר OM זישר BM שמצאנו בעזרת א' ולכן:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{7}x \\ y &= -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{1}{7}x &= -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4} \\ \frac{25}{28}x &= 6\frac{1}{4} \quad /: \frac{25}{28} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

נציב במשוואת הישר $y = \frac{1}{7}x$ למציאת שיעור ה-y של הנקודה M:

$$y = \frac{1}{7} \cdot 7 = 1$$

לכן: $M(7, 1)$

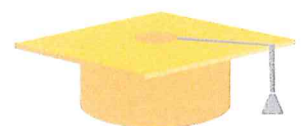
נמצא את רדיוס המעגל r נוסחה מרחק בין 2 נקודות M - B:

$$\left. \begin{aligned} M(7, 1) \\ B(3, 4) \end{aligned} \right\} d = \sqrt{(7-3)^2 + (1-4)^2} = 5$$

רדיוס המעגל: 5 יח.

אסימט, משוואת המעגל היא:

$$(x-7)^2 + (y-1)^2 = 25$$



ג. שטח המשולש OBC הינו שטח של משולש ישר זווית (BM ⊥ OB):

$$S_{\Delta OBC} = \frac{BC \cdot OB}{2}$$

מצוא אורך OB:

$$\left. \begin{matrix} O(0,0) \\ B(3,4) \end{matrix} \right\} d = \sqrt{(0-3)^2 + (0-4)^2} = 5$$

מצוא אורך BC:

BC הוא המרחק בין B ל-M. כן ש-C נמצא על המedian. לכן, BC הינו קוטר

$$BC = 2R$$

$$R = 5$$

$$BC = 10$$

המדיא:

$$S_{\Delta OBC} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25$$

ד. מס' הווא קוטר המעגל וזמן מרכז המעגל (מצאן סמאנץ הקטור OM.

נסמן את מרכז המעגל בנקודה D (נמצא את הנקודה בעזרת הנוסחה למצאן קטור.

$$X_D = \frac{X_0 + X_M}{2} = \frac{0 + 7}{2} = 3.5 \quad \left. \begin{matrix} \text{נק' ממצ המעגל הווא} \\ D(3.5, 0.5) \end{matrix} \right\}$$

$$Y_D = \frac{Y_0 + Y_M}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0.5$$

נקודת אהו המרחק בין הנקודה D לנקודה M. קאודה והמרחק יהיה קטן מרדיוס המעגל המקורי (R=5), הנקודה D תמצאן קטור. קאודה והמרחק יהיה שווה לרדיוס המעגל המקורי, הנקודה D תהיה על המעגל. קאודה והמרחק יהיה גדול מרדיוס המעגל המקורי, הנקודה D תהיה מחוץ למעגל.



$$\left. \begin{array}{l} D(3.5, 0.5) \\ M(7, 1) \end{array} \right\} d = \sqrt{(3.5-7)^2 + (0.5-1)^2} = 3.535$$

$$3.535 < \frac{5}{\text{ה}}$$

וחט: (הנקודה D נמצאת קוטר העיגל שאוכלו M.



3. ל- 8% בדיוק מחברי מועדון ג'ודו ארצי יש חגורה שחורה.

א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.

(1) מהי ההסתברות שבדיוק ל- 2 מהם יש חגורה שחורה?

(2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף לא אחד מן ה- 6 שנבחרו?

$\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.

75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.

ב. בחרו באקראי חבר מועדון.

מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?

ג. בחרו באקראי חניך חבר במועדון.

מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

נגזיר מטורף: A - חבר מועדון יש חגורה שחורה
 \bar{A} - חבר מועדון אין חגורה שחורה.

לפי הנתון: $P(A) = 0.08$

ולכן: $P(\bar{A}) = 0.92$

(א) נציג את הנתונים בטבלה אבסרוויה:

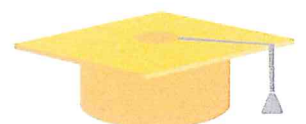
A	0.08	0	1	2	3	4	5	6
\bar{A}	0.92	6	5	4	3	2	1	0

(1) ההסתברות שבדיוק ל- 2 חניכי 6 חברי המועדון יש חגורה שחורה:

$$P_6(2) = \binom{6}{2} \cdot 0.08^2 \cdot 0.92^4 = \boxed{0.0688}$$

(2) ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף לא אחד מן ה- 6 שנבחרו:

$$P_6(0) = \binom{6}{0} \cdot 0.08^0 \cdot 0.92^6 = \boxed{0.6064}$$



ג) נגזיר את הטאורטור החגלים: B- חגרי המזרון הוא מזריק.
B̄- חגרי המזרון הוא חטיק.

נציג את התוצאות בטבלה 2x2-מיתית:

////	\bar{A}	A	////
0.2	0.14	0.06	B
0.8	0.78	0.02	\bar{B}
1	0.92	0.08	////

ידוע מהסתף הקיזם ש:

$P(A) = 0.08$

$P(\bar{A}) = 0.92$

$P(B) = 0.2$ לפי התבון:

$P(\bar{B}) = 0.8$ זוכן:

$P(B/A) = 0.75$ לפי התבון:

$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.75$ לפי הנוסחה להסתברות מותנית:

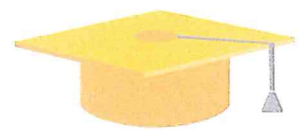
$\frac{P(A \cap B)}{0.08} = 0.75 / 0.08$

נציג: $P(A) = 0.08$

$P(A \cap B) = 0.06$

נשאל את שאלה הטבלה:

$P(A \cap \bar{B}) = 0.02$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.14$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.78$

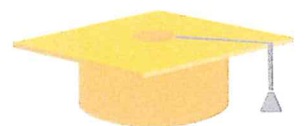


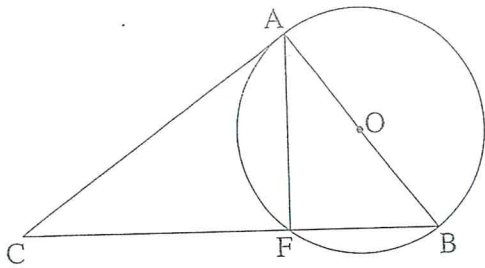
$$P(A \cap \bar{B}) = 0.2$$

על-פי התנאים שהאמנו בטבלה:

(2) לפי הנסחה להסתברות מותנית:

$$P(A / \bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.02}{0.8} = 0.025$$

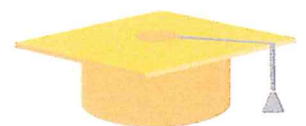




4. נתון מעגל שמרכזו O .
 C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A .
 מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל
 בנקודות F ו- B , כמתואר בציור, כך ש- AB הוא קוטר במעגל.
 א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.
 נתון: $FC = 16$, $FB = 9$.
 ב. חשב את קוטר המעגל, AB .
 ג. חשב את שטח המשולש CFA .
 ד. האם $\triangle CFA \sim \triangle CAB$? הוכח את תשובתך.

נימוק	לצורך
נתון	① CA משיק למעגל בנקודה A
נתון	② AB קוטר במעגל
במעגל הרדיוס מאונק למשיק הכוח איתו הנקודת ההשקה + שווה 90°	③ $\angle CAB = 90^\circ$
במעגל צווים הקטית הנשענת על קוטר שווה א' - 90° + שווה 2.	④ $\angle AFB = 90^\circ$
כל המעבר	⑤ $\angle CAB = \angle AFB$
צווים משותפים	⑥ $\angle ABF = \angle CBA$
אפי משפט קניין צווים-5 שווים + שווים 6, 5	⑦ $\triangle AFB \sim \triangle CAB$

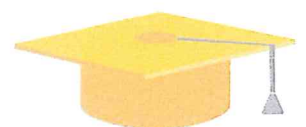
נ.ש.ל טו



נימוק	לשנה	
ניבן	$FB = 9$, $FC = 16$	8
חיבור קטעים	$CB = CF + FB$	9
הצבה + חישוב.	$CB = 16 + 9 = 25$	10
יחסי צלעות משולש $\triangle ABC$ דומים + שורה 7.	$\frac{FB}{AB} = \frac{AB}{CB}$	11
הצבה + שורה 8, 10.	$\frac{9}{AB} = \frac{AB}{25}$	12
חישוב	$AB^2 = 225$	13
חישוב	$AB = 15$	14

נ.ט.ה

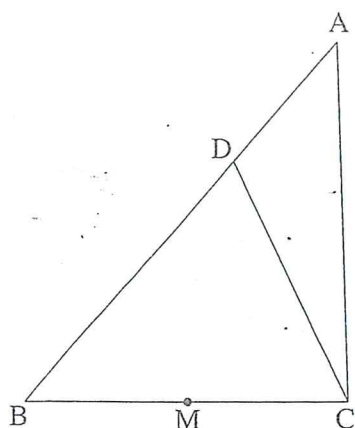
נימוק	לשנה	
משולש $\triangle AFB$ ישר-זווית שורה + שורה 4.	$\triangle AFB$ ישר-זווית	15
משפט פיתגורס - $\triangle AFB$.	$AF^2 + FB^2 = AB^2$	16
הצבה + שורה 8, 14.	$AF^2 + 9^2 = 15^2$	17
חישוב	$AF^2 = 144$	18
חישוב.	$AF = 12$	19
זוויות צמודות משלימים - 180° .	$\sphericalangle AFC = 180^\circ - \sphericalangle AFB$	20
הצבה + חישוב + שורה 4.	$\sphericalangle AFC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$	21



נימוק	טענה
משולש שבו זווית ישרה + שורה 21.	ΔAFC ישר-זווית (22)
ניסוח אחר משולש ישר-זווית	$S_{AFC} = \frac{AF \cdot FC}{2}$ (23)
הצבה + שורה 8, 19.	$S_{AFC} = \frac{12 \cdot 16}{2}$ (24)
	$S_{AFC} = 96$ יו"י (25)
	נ.ט.ג'

נימוק	טענה
כל המעבר + שורה 21, 4.	$\sphericalangle AFC = \sphericalangle CAB$ (26)
זווית משותפת	$\sphericalangle ACF = \sphericalangle BCA$ (27)
לפי משקל זווית זווית-זווית.	$\Delta CFA \sim \Delta CAB$ (28)
	נ.ט.ג'





5. נתון משולש ABC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש- $BD = 2DA$ (ראה ציור).

נתון: $BC = 12$, $DC = 10$, $\angle DCB = 65^\circ$.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. חשב את שטח המשולש ADC.

הנקודה M היא אמצע הקטע BC.

ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC? נמק.

א) נתבונן ב- $\triangle BDC$

$$BD^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 65^\circ$$

משל הקוסינוסים:

$$BD^2 = 142.572$$

$$BD = 11.94$$

ב) נתבונן ב- $\triangle BDC$

$$\frac{11.94}{\sin 65} = \frac{12}{\sin \angle BDC}$$

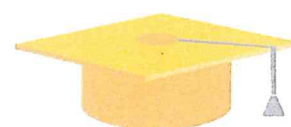
משל הסינוסים:

$$\sin \angle BDC = \frac{12 \cdot \sin 65}{11.94}$$

$$\sin \angle BDC = 0.911$$

$$\angle BDC = 65.644^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - \angle BDC = 180^\circ - 65.644^\circ = 114.356^\circ$$



נתון גם ש: $BD = 2 DA$, לומר , $DA = \frac{1}{2} \cdot BD$

$DA = \frac{1}{2} \cdot 11.94$

נציג $BD = 11.94$

$DA = 5.97$

נתבונן ה- ΔADC

נוסחה לשטח משולש:

$$S_{ADC} = \frac{5.97 \cdot 10 \cdot \sin 114.356^\circ}{2}$$

$S_{ADC} = 27.193$
י"ר

Ⓐ המעגל החוסם את המשולש ABC , מ הוא המרכז ומכאן מיתר

המקבילית ההיקפית הנשענת עליו אינה שווה ל- 90° ($\angle BDC$)

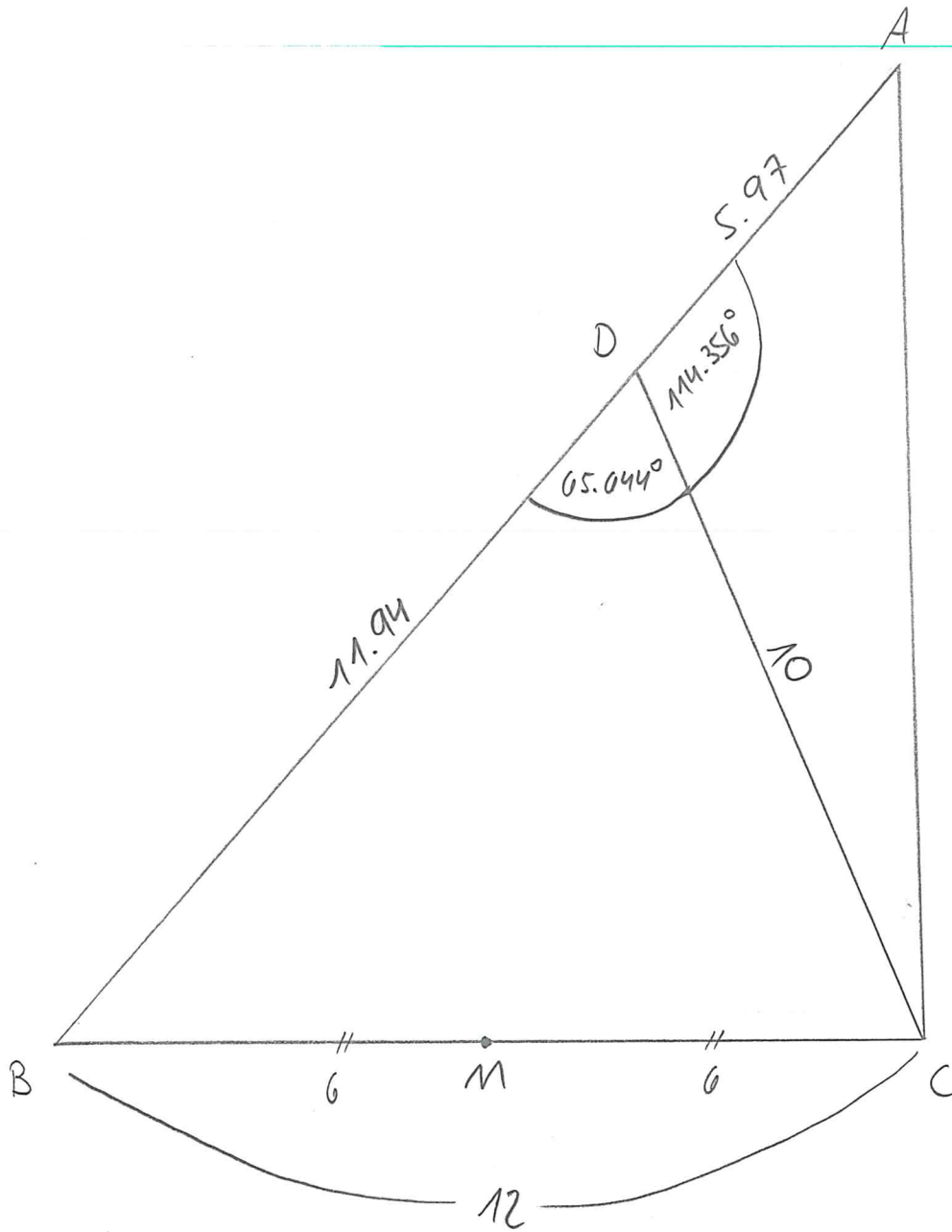
ולכן BC אינו קוטר במעגל זה.

לומר, מ הוא מרכז מיתר שאינו קוטר ולכן:

הנקודה מ אינה מרכז המעגל החוסם את ΔABC

ⓧ שרטוט מפורט בהצורף הבא





נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?
- ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.

ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

ⓐ תחום ההגדרה: הביטוי תחת השורש צריך להיות ≥ 0
או שיהיה לא פחות מאפס, ולכן $-x^2 + 5x \geq 0$

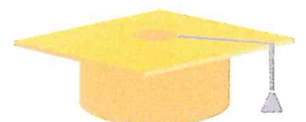
נציגם כפרבולה $y = -x^2 + 5x$, אנחנו חותרים

כי ציר ה- x נמצא בנק' (0,0) (5,0)



התחום בו $-x^2 + 5x \geq 0$ הוא $0 \leq x \leq 5$

הצורה: ניתן גם להראות כי תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $0 \leq x \leq 5$ בעזרת הצגת ציר ה- x וסמנים.



נקודות חיתוך עם ציר x: $f(x)=0$ (3)

$$0 = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$$

$$2 = \sqrt{-x^2 + 5x} \quad \left| \quad \right|^2$$

$$4 = -x^2 + 5x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

פתרון: התיאור האחרון / המ: $x_1=1$ $x_2=4$

ואכן נקודות החיתוך הן: $(1,0)$ $(4,0)$

נקודות קיצון: (4)

למצוא תחומי עלייה וירידה: נגזרת הפונקציה

$$f(0) = -2 + \sqrt{-0^2 + 5 \cdot 0} = -2 \rightarrow (0, -2)$$

$$f(5) = -2 + \sqrt{-5^2 + 5 \cdot 5} = -2 \rightarrow (5, -2)$$

$$f'(x) = \frac{-2x + 5}{2\sqrt{-x^2 + 5x}}$$

נגזרת הפונקציה:

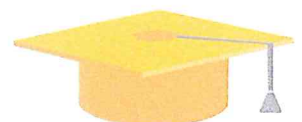
$$0 = \frac{-2x + 5}{2\sqrt{-x^2 + 5x}}$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{נציב}$$

$$0 = -2x + 5$$

$$2x = 5$$

$$x = 2.5$$



נמצא את שיא y ע"י הצבה $x=2.5$ בקונצ'יה.

$$f(2.5) = -2 + \sqrt{-2.5^2 + 5 \cdot 2.5} = \frac{1}{2} \rightarrow (2.5, \frac{1}{2})$$

ניאמר בטבלה ע"י למצוא את הקצוות

x	0	$x=1$	2.5	$x=3$	5
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	-2	↗	$\frac{1}{2}$	↘	-2

$$f'(1) = \frac{-2 \cdot 1 + 5}{2\sqrt{-1^2 + 5 \cdot 1}} = \frac{3}{4}$$

$$f'(3) = \frac{-2 \cdot 3 + 5}{2\sqrt{-3^2 + 5 \cdot 3}} = -0.2$$

לקצוות הקצוות:

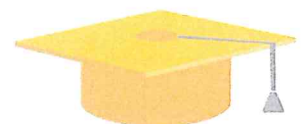
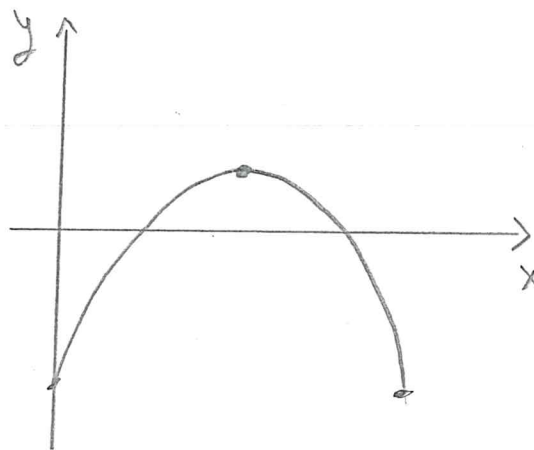
$(0, -2)$ מינימום קצה	$(2.5, \frac{1}{2})$ מקסימום	$(5, -2)$ מינימום קצה
--------------------------	---------------------------------	--------------------------

③ ניאמר בטבלה:

$2.5 < x < 5$ תחום ירידה:

$0 < x < 2.5$ תחום עלייה:

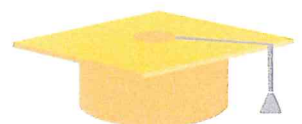
④



① הפונקציה $g = f + g$ הנ"ל הולכה של הפונקציה
 f ב- g יחדיו כלפי מעלה/מטה. אז יתר
 להפונקציה g תפיה חיובי / כל תחום הזרימה,
 נרצה שנקודות המינימום המוחלטו של הפונקציה
 תהינה בעליו שיעור g חיובי.
 מכיוון שנקודות המינימום המוחלטו של f שיעור
 ה- g הן 2-, נרצה להציג ל הפונקציה
ביותר מ-2 ית' כלפי מעלה.
 ולכן עבור $g > 0$, f תהיה חיובי /
 כל תחום הזרימה.

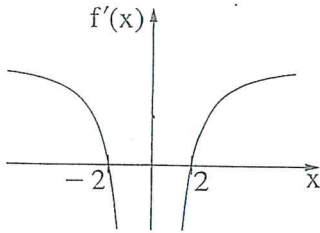
למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.**



7. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$, וחותכת את ציר ה- x בנקודות $(-2, 0)$, $(2, 0)$.



א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.

נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ לכל $x \neq 0$. $a > 0$ הוא פרמטר.

ב. מצא את a .

ענה על סעיף ג בעבור $x > 0$.

שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10.

ג. (1) כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x > 0$.

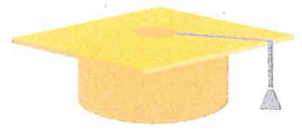
Ⓚ נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ הנגזרת:
 כאשר $f'(x) > 0$, $f(x)$ עולה \leftarrow $f(x)$ עולה עבור $x < -2$,
 כאשר $f'(x) < 0$, $f(x)$ יורד \leftarrow $f(x)$ יורד עבור $-2 < x < 2$,
 בקודות היעילות של $f'(x)$ עם ציר x , אפונקציה $f(x)$ תהיה קיצונית קיצונית.

עבור $x < -2$ הפונקציה עולה ובעבור $-2 < x < 2$ הפונקציה יורדת.

ולכן עבור $x = -2$ קבל ק' למינימום.

עבור $x > 2$ הפונקציה יורדת ובעבור $x > 2$ הפונקציה עולה,

ולכן עבור $x = 2$ קבל ק' למינימום.



⑦ נמצא את $x=2$ הנק' המינימום, ולכן $f'(2)=0$

$$0 = -\frac{1}{x^2} + a \quad \text{ולכן:}$$

$$0 = -\frac{1}{4} + a$$

$$a = \frac{1}{4}$$

⑧ (נש)

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int$$

$$f(x) = \int \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4}\right) dx$$

$$f(x) = \int \left(-x^{-2} + \frac{1}{4}\right) dx$$

$$f(x) = -\frac{x^{-1}}{-1} + \frac{1}{4}x + C_1$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}x + C_1$$

מציאנו כי עבור x נק' המינימום הוא $x=2$

נרון כי עבור y הנק' המינימום הוא $y=10$

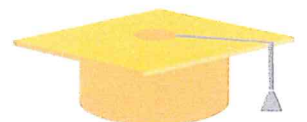
$$10 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 2 + C_1$$

נציב ונקבל

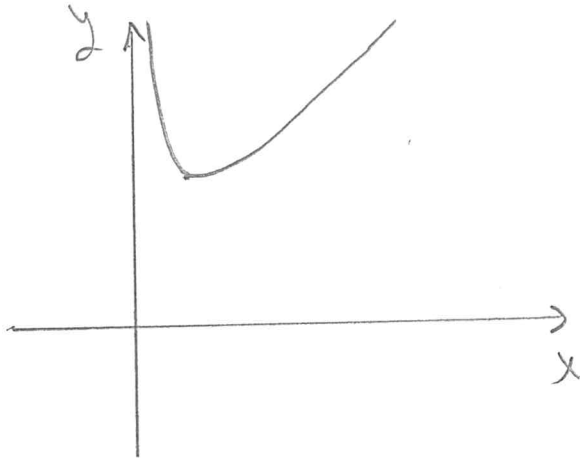
$$C_1 = 9$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}x + 9$$

ולכן:



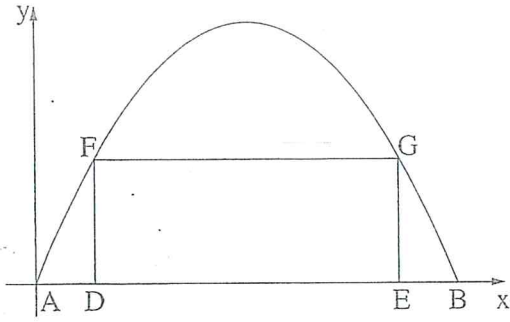
② (2) אפוקריפ (גאל) ע' ג'נימוס ע'בור (2, 10),
ולכן נוכל לסיטט אנרקה:



נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





8. המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$ ובין ציר ה- x , כמתואר בציור. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x , כמתואר בציור. k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$. נתון: $AD = EB = k$.
- הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.
 - מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(k) נציג DE :

$$DE = AB - AD - BE$$

נק' AB = נק' חיתוך עם ציר x, נציג $y=0$

$$0 = -x^2 + 6x$$

$$0 = -x(x-6)$$

\downarrow $x=0$ \downarrow $x-6=0$
 $x=6$

A(0,0) B(6,0)

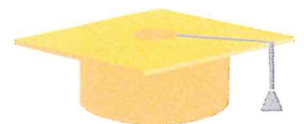
ואכן $AB = 6$

נתון $AD = BE = k$

ואכן:

$$DE = 6 - k - k$$

$DE = 6 - 2k$



לציבא DF : מכיון ש-DF נאון לצ'ר X,

$$X_D = X_F = k$$

נצ'ר $X_F = k$ ונציבא ש'עור y בק' F:

$$y_D = -k^2 + 6k$$

$$DF = y_F - y_D = -k^2 + 6k - 0$$

$$DF = -k^2 + 6k$$

ב) נבני בועצ'ה המג'רי א סטח המלקן:

$$\sum_{מלקן} = DF \cdot DE$$

$$F(k) = (-k^2 + 6k)(6 - 2k)$$

$$f(k) = -6k^2 + 2k^3 + 36k - 12k^2$$

$$f(k) = 2k^3 - 18k^2 + 36k$$

על מ' למצוא את א עקונו הסטח מקסימלי, נצ'ר א בועצ'ה:

$$f'(k) = 6k^2 - 36k + 36$$



$$0 = 6k^2 - 36k + 36$$

נציב $f'(k) = 0$ ונקבל

פירוקו / השוואה הריבועי / הק

$$k_1 = 3 + \sqrt{3}$$

$$k_2 = 3 - \sqrt{3} = 1.27$$

הפירוק נכסל הלוג שניתן $0 < k < 3$

נודג שעבור ערך

זה מתקבל ערך מקסימלי



נציב: $f''(k) = 12k - 36$

נציב $k = 3 - \sqrt{3}$: $f''(3 - \sqrt{3}) = -12\sqrt{3}$

$$f''(3 - \sqrt{3}) < 0$$

ולכן עבור $k = 3 - \sqrt{3}$ ישנה שטח המלבן המקסימלי.

הערה: ניתן להראות כי עבור $k = 3 - \sqrt{3}$

מתקבל שטח מקסימלי גם באמצעות טבלת ערכים.

