

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשע"ט, 2019, שאלון: 35382
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מתמטיקה, חורף תשע"ט מס' 035382 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על ארבע מן השאלות 1-6 (לכל שאלה – 25 נקודות). שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

אלגברה

1. בתחילת השנה קנה סוחר חולצות ושילם בעבור כל אחת מהן את אותו הסכום. הוא שילם בעבור כל החולצות 2,040 שקלים סך הכול.
 - 5 חולצות נפגמו ולכן מכר אותן הסוחר בהפסד של 10% לחולצה. שאר החולצות נמכרו ברווח של 20% לחולצה. המוכר מכר את כל החולצות ב- 2,412 שקלים סך הכול.
 - א. מצא את הסכום ששילם הסוחר בעבור כל חולצה.
 - הסוחר מצא במחסן עוד 15 חולצות שקנה בשנה שעברה, ומכר אותן ברווח של 10% לחולצה. (הסכום ששילם בעבור חולצה בשנה שעברה זהה לסכום ששילם בעבור חולצה בתחילת השנה).
 - ב. (1) כמה שילם הסוחר בעבור כל החולצות שמכר?
(2) מה היה אחוז הרווח הכולל של הסוחר ממכירת כל החולצות?

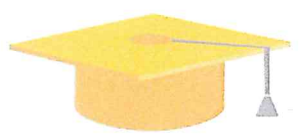
1. לרוב נרצף את הנתונים בטבלה: (הסבר הטבלה בקצוות הבא)

סוג	כמות	מחיר יחידה	קנייה
x	y	x	מכירה
$5 \times 0.9x$	5	$0.9x$	
$1.2 \times (y-5)$	$y-5$	$1.2x$	

הסבר הטבלה: נסמן ק - x את מחיר הקנייה של חולצה נסמן ק - y את כמות החולצות שיקנה

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מטואלה באטונה!
 מחיר הקנייה = 2,040
 $x \cdot y = 2,040$

מטואלה טניה:

5 תולבות מכר מהנסך ט 10% לתולבה
 ולכן מחיר מכונה ט תולבה פגומה הוא 90% מ- x
 בלוח א.9.0

אלו טאו התולבות, בלוח $y-5$ תולבות מכר קולות
 ט 20% לתולבה, בלוח מחיר מכונה ט תולבה היה
 120% מ- x בלוח א.2.1.

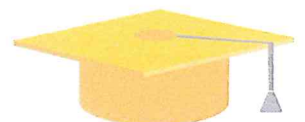
מחיר
 במכונה
 ט כל התולבות = 2,412

$$5 \times 0.9x + 1.2x(y-5) = 2,412$$

$$4.5x + 1.2xy - 6x = 2,412$$

$$-1.5x + 1.2xy = 2,412$$

נפתהי אלו מערכת המטואלה:



$$\begin{cases} xy = 2040 \\ -1.5x + 1.2xy = 2412 \end{cases}$$

במטוואה היטניה במקום xy נציב 2040 ונקבל:

$$-1.5x + 1.2 \times 2040 = 2412$$

$$-1.5x + 2448 = 2412$$

$$-1.5x = 2412 - 2448$$

$$-1.5x = -36$$

$$x = \frac{-36}{-1.5}$$

$$x = 24$$

נציב $x=24$ במטוואה היטאטונה ונקבל

$$24y = 2040$$

$$y = \frac{2040}{24}$$

$$y = 85$$

רטובג: הסאה שיש 24 שקלים זקוקים סחורה

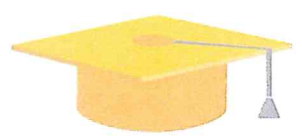
ב (4) ענה סעיף א שיש זקוקים סחורה 24 שקלים.

זקוקים 15 חזרה נוסף שיש אלה אחי, ותכן זקוק

15 החזרה נוסף שיש 24×15 , נאמר 360 שקלים

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



עקב התחלפת סקנה בתחילת השנה 2,040
 סקני, ולכן המחיר ששולם עבור כל התחלפות
 הוא:
 $2,040 + 360$, כלומר 2,400 סקני

נטוה: הסאתו שלם עבור כל התחלפת סקנה
 2,400 סקנים

(2) מחיר הקנייה עבר סעיף ב' (א) הוא 2,400 סקני
 אף מחיר המכירה נחלק ל-2:

מחיר המכירה של התחלפת סקנה בתחילת השנה
 הוא 2,400

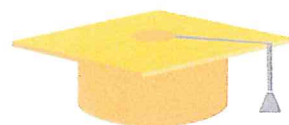
מחיר המכירה של כל חולצת שמצא במחסן
 מכר קרואה של 10%, כלומר במחיר של 110%
 מ-24. הוא 24 * 110% = 26.4

$$\frac{140}{100} \times 24 = 26.4$$

מחיר המכירה של 15 התחלפות שמצא במחסן
 הוא $26.4 \times 15 = 396$

לחידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.



סניג מחיר המכירה הוטל

$$2412 + 396 = 2,808$$

הנחה סט הסטוד הוטל :

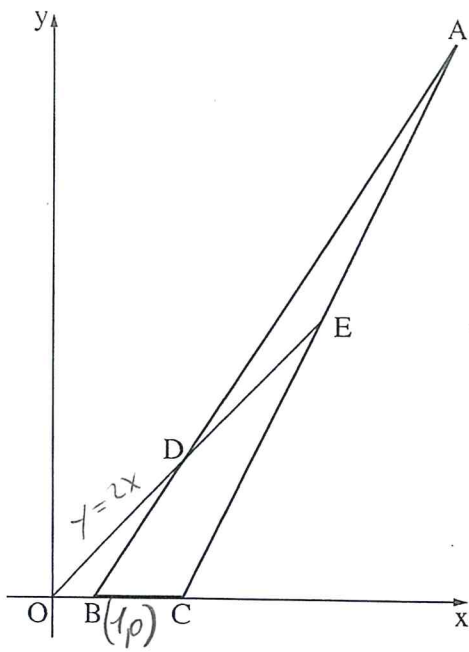
$$\begin{matrix} \text{מחיר} \\ \text{מכירה} \end{matrix} - \begin{matrix} \text{מחיר} \\ \text{קנייה} \end{matrix} = 2,808 - 2,400 = 408$$

אחוז הנחה הוטל :

$$\frac{408}{2400} \times 100 = 17\%$$

תשובה: אחוז הנחה הוטל 17%





2. במשולש ABC בציור שלפניך נתון: $A(9, 24)$ ו- $B(1, 0)$.
- מצא את משוואת הישר AB.
 - הישר OE שמשוואתו היא $y = 2x$ חותך את הצלעות AB ו- AC בנקודות D ו- E בהתאמה (O – ראשית הצירים).
 - מצא את שיעורי הנקודה D.
- נתון: הקודקוד C מונח על ציר ה- x והנקודה E היא אמצע הקטע AC.
- מצא את שיעור ה- y של הנקודה E.
 - מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.
- ד. (1) הסבר מדוע הישר DC מקביל לציר ה- y.
- (2) חשב את היקף המשולש BCD.

המשך בעמוד 3

2 א. (מצא את המשוואה של הישר AB)

$(9, 24)$
 $(1, 0)$

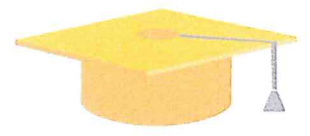
$$m_{AB} = \frac{24 - 0}{9 - 1} = \frac{24}{8} = 3$$

נקודת המפגש (1, 0) ונקודה:

$$y - 0 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3$$

ק. הנקודה D היא נקודת המפגש בין הישר OE שמשוואתו $y = 2x$ לבין הישר AB שמשוואתו $y = 3x - 3$



מצאנו בסעיף א' $y = 3x - 3$

נמצא את נקודת החיתוך של שני הישרים:

$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$3x - 3 = 2x$$

$$3x - 2x = 3$$

$$x = 3$$

$$y = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\boxed{D(3, 6)}$$

ג) הנקודה C נמצאת על ציר ה-x ולכן שיעור ה-y שלה הוא 0.

$$A(9, 24)$$

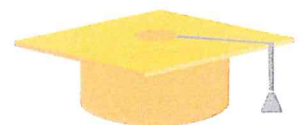
$$E(, y)$$

$$C(, 0)$$

E היא נקודת האמצע של AC ולכן נמצא את אמצע קטע AC.

$$y = \frac{24 + 0}{2} = 12$$

$$\boxed{y(E) = 12}$$



ג (2) הנקודה E (מבטא את היטור OE ממטולאגו
 $y = 2x$

נביט במטולאה אג שיטור ה-y ט הנקודה E
 ונקבא אג שיטור ה-x ט הנקודה.

$$y(E) = 12$$

$$12 = 2x$$

$$\frac{12}{2} = x$$

$$x = 6$$

$$x(E) = 6$$

ג (4) נבטא אג שיטור ה-x ט הנקודה c
 קצות נוסחת אמינע קסג

$$A(9, 24)$$

$$E(6, 12)$$

$$c(x, 0)$$

$$6 = \frac{9 + x_c}{2} \quad / \cdot 2$$

$$12 = 9 + x_c$$

$$12 - 9 = x_c$$

$$x_{(c)} = 3$$



$$X_{(C)} = X_{(D)} = 3$$

זאת היתה נקודת CD

(2) היתה נקודת BCD הוא!

$$d_{BC} + d_{BD} + d_{CD}$$

B(1,0)
C(3,0) $d_{BC} = X_C - X_B = 3 - 1 = 2$

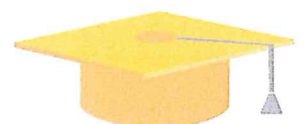
B(1,0)
D(3,6) $d_{BD} = \sqrt{(1-3)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{40} = 6.325$

C(3,0)
D(3,6) $d_{CD} = 6 - 0 = 6$

היה הוא נקודת הוא!

$$2 + 6 + 6.325 = 14.325$$

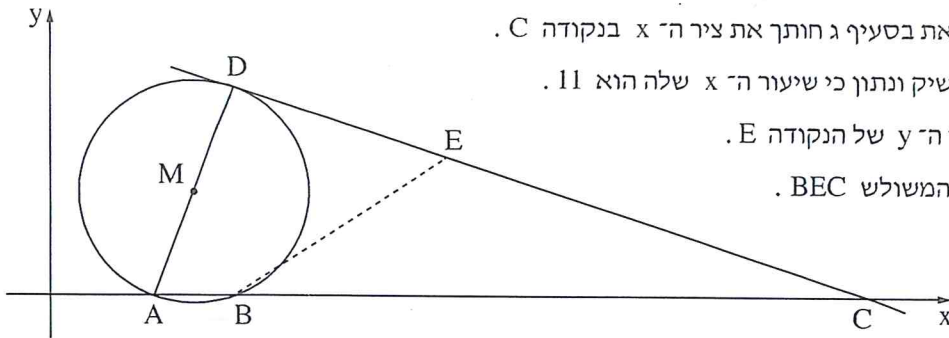
14.325 יחידות



מתמטיקה, חורף תשע"ט מס' 035382 + נספח

- 3 -

3. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו היא: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך.
- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 - הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AD הוא קוטר במעגל. מצא את שיעורי הנקודה D.
 - מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D. המשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף ג חותך את ציר ה-x בנקודה C. הנקודה E נמצאת על המשיק ונתון כי שיעור ה-x שלה הוא 11.
 - מצא את שיעור ה-y של הנקודה E.
 - חשב את שטח המשולש BEC.



1c. A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-x ולכן שיעור ה-y הוא 0. הנקודה D נמצאת על המעגל ולכן נציב $y=0$ במשוואת המעגל.

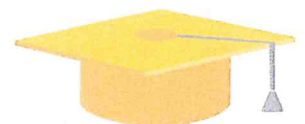
$$(x-4)^2 + (0-3)^2 = 10$$

$$(x-4)(x-4) + 9 = 10$$

$$x^2 - 4x - 4x + 16 + 9 - 10 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2} \begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix}$$



זרעו הקטן נקרא:

$$\boxed{A(3,0) \quad B(5,0)}$$

ב. זרעו המלאג המזעג מניב המעגל הוא $M(4,3)$
 D הוא קוטר וזמן M הוא אמצע הקטע AD .

נעזר בנוסחה אמצע הקטע:

$$A(3,0)$$

$$M(4,3)$$

$$D(x,y)$$

$$4 = \frac{3 + x_D}{2}$$

$$8 = 3 + x_D$$

$$8 - 3 = x_D$$

$$x_D = 5$$

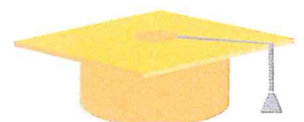
נמצא את
 טעוה ה- x

$$3 = \frac{0 + y_D}{2}$$

$$6 = 0 + y_D$$

$$6 = y_D$$

$$\boxed{D(5,6)}$$



ג. שיפוט המטען:
 הקוטר AD מאונק המטען הנקודה D והכין
 הטיעום של המטען הוא הוּכְנֵי וּלְגִי זְמִינֵי שֶׁ
 הקוטר AD

$$m_{AD} = \frac{0-6}{3-5} = \frac{-6}{-2} = 3$$

A(3,0)

D(5,6)

ההוכנה והנעדי 3- הוא :

$$3 = \frac{3}{1} \xrightarrow{\text{הוכנה}} \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{נעדי}} -\frac{1}{3}$$

או גם הנוסחה $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$3 \cdot m_{\text{מטען}} = -1$$

$$m_{\text{מטען}} = -\frac{1}{3}$$

(נציב את משוואת המטען כדי הטיעום $-\frac{1}{3}$
 והנקודה D(5,6).

$$y-6 = -\frac{1}{3}(x-5)$$

$$y-6 = -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$$



$$y = -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3} + 6$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}}$$

$x(E) = 11$ (1) 3

נקודת המפגש של שתי הישרים הנקראת E

נציב $x=11$ במשוואת הישר השני.

$$y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 11 + 7\frac{2}{3}$$

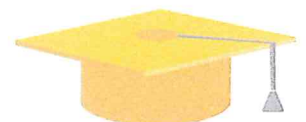
$$y = 4\frac{1}{3}$$

$$\boxed{y(E) = 4\frac{1}{3}}$$

(2) נמצא תחילה את שיעורי הנקודה C.

C נמצאת על ציר ה-x ולכן שיעור ה-y הוא 0.

נציב $y=0$ במשוואת הישר השני ונקבל:



$$0 = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}x = 7\frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$$

$$x = 23$$

$$c(23, 0)$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{BC \cdot y(E)}{2}$$

$$d_{BC} = 23 - 5 = 18$$

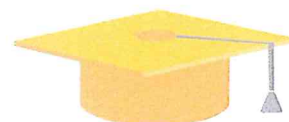
$$B(5, 0)$$

$$c(23, 0)$$

$$y(E) = 4$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{18 \cdot 4}{2} = 36$$

שטח המשולש הוא 36 יח"ר



מתמטיקה. חורף תשע"ט מס' 035382 + נספח

- 4 -

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 12\sqrt{x} - 3x$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. רשום את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקציה $f(x)$.

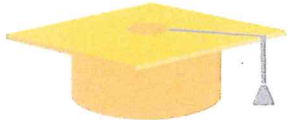
א. $x \geq 0$

ב. הנקודה היחידה שבה ציב y טיפול ה- x הוא 0. נציב $x=0$ בנוע, ציה הנטלה:

$$f(0) = 12\sqrt{0} - 3 \cdot 0 = 0$$

$(0, 0)$

ג. לא ציאל נקודות קיצון נשנו אל הנזק ציה אנטויה אל הנשצית ה-0.



$$f(x) = 12\sqrt{x} - 3x$$

$$f'(x) = \frac{12}{2\sqrt{x}} - 3$$

(נייט לזכורם אל תגידו תמיד לא בכוחי)

$$\frac{12}{2\sqrt{x}} - 3 = 0$$

$$\frac{12}{2\sqrt{x}} = 3 \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$12 = 6\sqrt{x}$$

$$\frac{12}{6} = \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = 2 \quad / \cdot x^2$$

$$(\sqrt{x})^2 = 2^2$$

$$x = 4$$

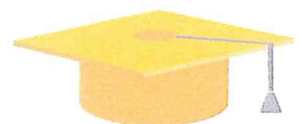
$$f(4) = 12\sqrt{4} - 3 \cdot 4 = 12$$

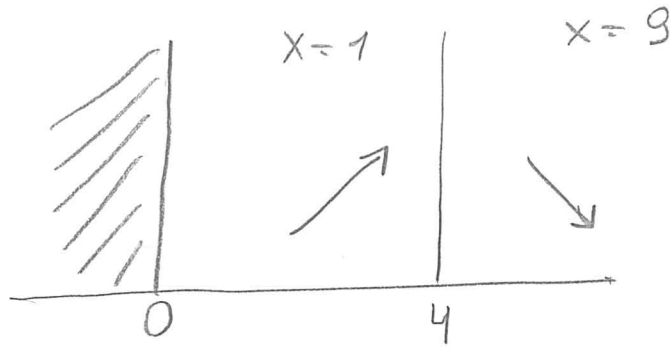
$$(4, 12)$$

נקודת אל סוף הקיבול קצרה סגור
 עזיב אירוביה

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.





$$f'(x) = \frac{12}{2\sqrt{x}} - 3$$

$$f'(x=1) = \frac{12}{2\sqrt{1}} - 3 = 3$$

$$f'(x=9) = \frac{12}{2\sqrt{9}} - 3 = -1$$

ק $x=4$ יש מצד אחד נקודה אחרת והיא נקודת מקסימום

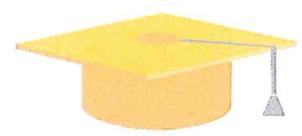
$(4, 12)$ מקסימום

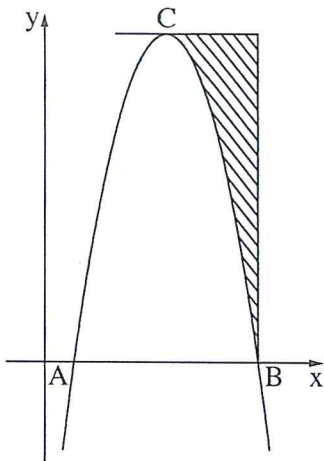
במצב זה הטבלה נקראת:

$0 < x < 4$	אז"ה:
$x > 4$	יורדת:

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





5. נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 + 16x - 14$.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. העבירו משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה C.

ד. מצא את משוואת המשיק.

ה. מן הנקודה B העבירו אנך לציר ה-x.

ו. חשב את השטח המקווקו שבציור:

השטח שבין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והאנך.

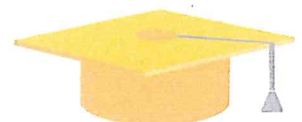
5. א. B-1 A. הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x. ב. מצא את שיעורי הנקודה C. ג. העבירו משיק לפונקציה f(x) בנקודה C. ד. מצא את משוואת המשיק. ה. מן הנקודה B העבירו אנך לציר ה-x. ו. חשב את השטח המקווקו שבציור.

$$A(0, 0) \quad B(8, 0)$$

$$-2x^2 + 16x - 14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4(-2)(-14)}}{2(-2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 12}{-4} \quad \begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix}$$



$A(1,0)$ $B(7,0)$ ק"ר הישר

ק. כדי למצוא נקודת קיצון נטויה אלג הנעזרת א-0.

$$f(x) = -2x^2 + 16x - 14 \quad \text{נקודה:}$$

$$f'(x) = -4x + 16$$

$$-4x + 16 = 0$$

$$-4x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-4}$$

$$x = 4$$

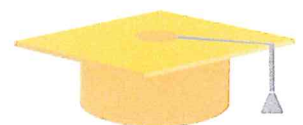
נ"ב ק $x=4$ קטנת ציב הנטויה ונקודה אלג y .

$$f(4) = -2 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - 14 = 18$$

$$C(4, 18)$$

ג. מטיק בתקציב הקיצון מקבלו ציב ה x וכן מטולג המטיק היט $y=18$.

$$y=18 \quad \text{מטולג המטיק}$$



3. גבול (האינטגרל) הכי נכון: $X_{(c)}$ ו $X_{(B)}$ וכן

הפרט הפונקציה:

$$(18) - (-2x^2 + 16x - 14) =$$

$$18 + 2x^2 - 16x + 14 = 2x^2 - 16x + 32$$

$$S = \int_4^7 (2x^2 - 16x + 32) dx = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{16x^2}{2} + 32x \right]_4^7$$

$$\left(\frac{2 \cdot 7^3}{3} - \frac{16 \cdot 7^2}{2} + 32 \cdot 7 \right) - \left(\frac{2 \cdot 4^3}{3} - \frac{16 \cdot 4^2}{2} + 32 \cdot 4 \right) =$$

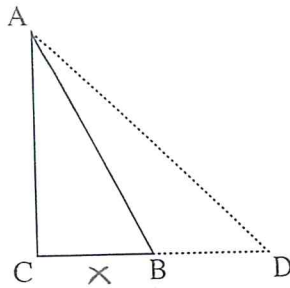
$$60 \frac{2}{3} - 42 \frac{2}{3} = 18$$

$$S = 18$$



מתמטיקה. חורף תשע"ט מס' 035382 + נספח

- 5 -



6. משולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).

נתון כי שטח המשולש ABC הוא 16.

נסמן את אורך הצלע CB ב- x .

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AC.

האריכו את הצלע CB ב- x , כך שנוצר משולש חדש, ACD,

כמתואר בציור שלפניך.

ב. מצא את הערך של x שעבורו סכום הניצבים AC ו-CD במשולש החדש ACD הוא מינימלי.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} \quad 16$$

$$BC = x$$

נתון שטח המשולש הוא

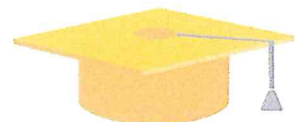
$$\frac{x \cdot AC}{2}$$

נתון שטח המשולש הוא 16 נתון:

$$\frac{x \cdot AC}{2} = 16 \quad / 2$$

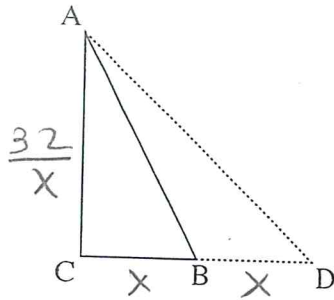
$$x \cdot AC = 32$$

$$AC = \frac{32}{x}$$



מתמטיקה, חורף תשע"ט מס' 035382 + נספח

- 5 -



ב. מצא את הערך של x שעבורו סכום הניצבים AC ו- CD במשולש החדש ACD הוא מינימלי.

6. משולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 נתון כי שטח המשולש ABC הוא 16.
 נסמן את אורך הצלע CB ב- x .
 א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AC .
 האריכו את הצלע CB ב- x , כך שנוצר משולש חדש, ACD ,
 כמתואר בציור שלפניך.

ב. חיינו לזכור פונקציה המתארת את סכום הניצבים במשולש ACD .

$$CD = 2x$$

$$AC = \frac{32}{x} \quad \text{ע"פ הנתון}$$

סכום הניצבים

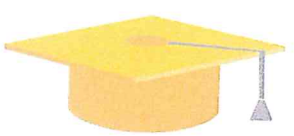
$$f(x) = 2x + \frac{32}{x}$$

חיינו לזכור את העיקר ש- x שגודלו סכום הניצבים מינימלי.

נמצא את נקודת המינימום של הפונקציה.

לחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





נגזר את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0.

$$f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2}$$

$$2 - \frac{32}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$2x^2 - 32 = 0$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = \frac{32}{2}$$

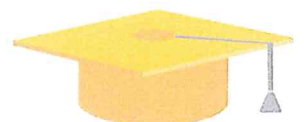
$$x^2 = 16$$

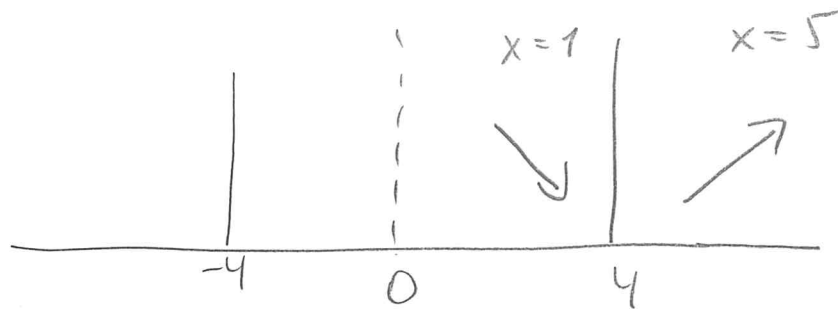
$$x = \pm \sqrt{16}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -4$$

x אינו יכול להיות שלילי כי הוא מייצג אורך בלבד.
 אכן נקודת מקסימום $x=4$ יש נקודה מינימום.
 נשים לב שגורמים ההגזרה של הפונקציה
 הוא $x \neq 0$.

נמצא נקודת קיצור של הפונקציה!





$$f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2}$$

$$f'(1) = 2 - \frac{32}{1^2} = -30$$

$$f'(5) = 2 - \frac{32}{5^2} = \frac{18}{25}$$

אם מקבלו מילויקה אפליה וז'ן הקוזה הוסא
 נקוזה מינימלם

$$x = 4$$

