

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשע"ח, 2018, שאלון: 35382
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

נמידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





1. בהנות תכשיטים מוכרים טבעות ושעונים.
המחיר של כל טבעת הוא קבוע, וגבוה ב- 60% ממחירו של כל שעון (שגם הוא קבוע).
המחיר של 4 טבעות הוא 4,032 שקלים.
א. מהו המחיר של שעון אחד?
ב. בהנות נמכרו 22 פריטים (טבעות ושעונים) בעסקה שסכומה 17,262 שקלים.
כמה טבעות נמכרו בעסקה זו, וכמה שעונים נמכרו בה?

א.
$$\frac{\text{מחיר נעילאים}}{X - \text{מחיר שעון אחד}}$$

מחיר טבעת שקל - 60% מחיר מחיר, ולכן
מחיר טבעת הוא 160% $X - N$

160% $X - N$ הוא $1.6X$
$$\frac{160}{100} \cdot X = 1.6X$$

נסכום: מחיר טבעת אחת הוא $1.6X$

קניית מטאלה

$$\frac{\text{מחיר}}{\text{מחיר}} = 4,032$$

מחיר טבעת אחת הוא $1.6X$ ולכן מחיר
4 טבעות הוא $1.6X \cdot 4$ כלומר $6.4X$
המטאלה:

$$6.4X = 4032 \quad /: 6.4$$

$$X = 630$$



משוואה: $x + y = 22$
מחיר טעון הוא 630 שקלים.

נתון: יתרון של הסף גמול בוניס:
בשילוב אחר וקטני נעלמים.

קטני נעלמים

X - מספר הטעונים שנמכרו
Y - מספר הקטני שנמכרו

סה"כ הנתון מספר ההיטים הוא 22 חבין
המשוואה היא:

$$x + y = 22$$

סה"כ הנתון סכום הידושים הוא 17,262
חבין המשוואה היא:

$$x + 1.6y = 17262$$

לחזור לסף אד - קייבנאיו שמחיר טעון הוא 630 שקלים
לחזור של קטני סומן - ק - $1.6x$, צומן

$$1.6 \times 630 = 1008$$

קטני המשוואה:



אחיו טעון הוא 630 טקסים

נאכו x טעונים, ולכן אחיו האכורה הוא $630x$

אחיו סגרת הוא 1008 טקסים

נאכו y סגרות, ולכן אחיו האכורה הוא $1008y$

$$630x + 1008y = 17,262$$

ט"ו האטאלה הן:

$$\begin{cases} x + y = 22 & / - 630 \\ 630x + 1008y = 17,262 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -630x - 630y = -13,860 \\ 630x + 1008y = 17,262 \end{cases}$$

$$378y = 3402 \quad / : 378$$

$$y = 9$$

כ"ג $y=9$ קמטאה הראטונ אקרה:

$$x + 9 = 22 \quad / - 9$$

$$x = 13$$

נאכו קדוסקה 13 טעונים 1-9 סגרות

טקרה:



ניתרון קניית מ אחר.

ניסאן ק - א א מסבי העונות שנמכרו

מכיוון שמסבי הפרוייקט שנמכרו הוא 22

אז מסבי היקף שנמכרו הוא $22-x$.

המשוואה!
מחייט עילן 630 שק"י
מחייט סקאר 1008 שק"י, הולך

$$630x + 1008(22-x) = 17262$$

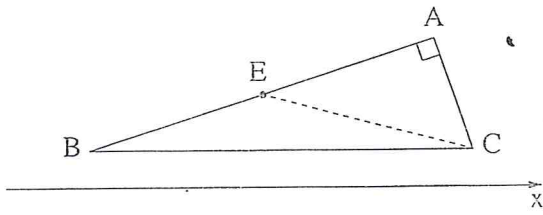
$$630x + 22176 - 1008x = 17262$$

$$-378x = -4914 \quad /: -378$$

$$x = 13$$

משוואה! מסבי העונות שנמכרו הוא 13
מסבי היקף הוא $22-x=22-13$, כלומר 9.





2. ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle BAC = 90^\circ$).

הצלע BC מקבילה לציר ה-x (ראה ציור).

נתון: משוואת הישר BA היא $y = \frac{1}{3}x$,

A(12,4).

א. מצא את משוואת הישר AC.

שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ב. (1) מצא את שיעור ה-y של הקודקוד B.

(2) מצא את שיעורי הקודקוד C.

הנקודה E היא אמצע הקטע BA.

ג. חשב את שטח המשולש EAC.

א. מצא את משוואת הישר AC (השיעור של AC).
משולש BAC הוא ישר זווית ($\angle A = 90^\circ$)
מכאן שיעור ה-x של AC הוא ההפכי והיחסי של שיעור ה-x של AB.
שיעור ה-x של AB הוא $\frac{1}{3}$.

$$m_{AB} = \frac{1}{3}$$

$$m_{AC} = -\frac{3}{1} = -3$$

ב. ייקן נוסטור היא גאומטריה (הנוסחה):

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$

$$\frac{1}{3} \cdot m_{AC} = -1$$

$$m_{AC} = \frac{-1}{\frac{1}{3}} = -3$$



למצוא את משוואת AC וזו התייחסות
 אינטקציה $m = -3$
 (12, 4)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -3(x - 12)$$

$$y - 4 = -3x + 36$$

$$y = -3x + 40$$

משוואת AC היא $y = -3x + 40$

הי. (1) זהו הנחשון שישונו ה-x ש קווקו B הוא 3
 כפי שצונו את שישונו ה-y ש הנקונו B
 קווקו AB משוואת x=3

$$y = \frac{1}{3}x$$

זקנו $x = 3$ (נקו)

$$y = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

משוואת $y_B = 1$



(2) C נמצא על הציר ה-BC המקוון אצור ה-X
 חתך
 $y_C = y_B = 1$

כדי למצוא את מסור ה-X של הנקודה C
 נצוק קמטולת הציר AC, $y=1$

AB: $y = -3x + 40$
 $y = 1$ (צוק)

$1 = -3x + 40$ (נקוד)

$3x = 39 \quad /: 3$

$x = 13$

$C(13, 1)$

הנשוקה:

8. נמצא את שיעורי הנקודה E.

E היא האמצע של הנקודה BA

B(3, 1) ענף סגור

$x_E = \frac{3+12}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$

A(12, 4) ענף ימין

$y_E = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$



שאלתי הנקודת E (הוא) $(7.5, 2.5)$
 זוגה נותן אותם אל שטח משולש EAC
 המשולש EAC הוא ישר כף $(\neq A=90^\circ)$
 $\sum_{\Delta} EAC = \frac{AE \times AC}{2}$: אכן
 נמצא אל אורכי הצלעות AC ו-AE

$$d_{AE} = \sqrt{(12-7.5)^2 + (4-2.5)^2} = \sqrt{22.5} = 4.743$$

A (12, 4)

E (7.5, 2.5)

$$d_{AC} = \sqrt{(12-13)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10} = 3.162$$

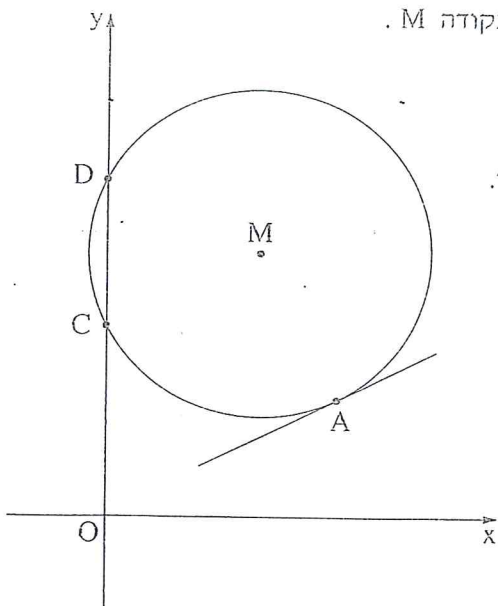
A (12, 4)

C (13, 1)

$$\sum_{\Delta} EAC = \frac{4.743 \times 3.162}{2} = 7.5$$

תשובה: שטח משולש EAC הוא 7.5





3. בציור שלפניך מתואר המעגל $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = R^2$, שמרכזו בנקודה M.

הנקודה A(6,3) נמצאת על המעגל (ראה ציור).

O היא ראשית הצירים.

א. (1) חשב את רדיוס המעגל. תוכל להשאיר סימן שורש בתשובתך.

(2) כתוב את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות C ו-D, כמתואר בציור.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמק.

ד. חשב את היקף המרובע AMCO.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א/ (1) הנקודה A נמצאת על המעגל. נציב את שיעורי הנקודה A(6,3) במשוואת המעגל ונקבל את רדיוס המעגל.

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = R^2$$

$$(6-4)^2 + (3-7)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

$$R = \sqrt{20}$$

$$R = 4.472$$

||

(2) נמצאת המעגל $(x-4)^2 + (y-7)^2 = (\sqrt{20})^2$





$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

ק. במישור הירוק יש ציר y שבו $x=0$ נציג במשוואת המעגל נקודות:

$$(0-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$16 + (y-7)(y-7) = 20$$

$$16 + y^2 - 7y - 7y + 49 = 20$$

$$y^2 - 14y + 45 = 0$$

$$y_{(1,2)} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 45}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 4}{2}$$

$$y_1 = \frac{14+4}{2} = 9$$

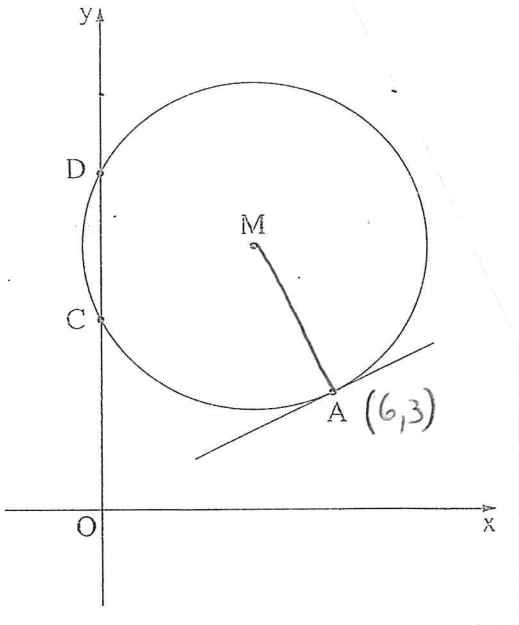
$$y_2 = \frac{14-4}{2} = 5$$

זהו בערך נקודות:

$$C(0, 5)$$

$$D(0, 9)$$





ע. (1) כיוון ממצוא את שיפוע המשיך נמצא גורם את שיפוע הרדיוס MA.

נקודת הישען A(6,3)

נקודת המוקד M(4,7)

$$m_{MA} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 7}{6 - 4} = \frac{-4}{2} = -2$$

המשיך מאונק רדיוס במקומו ההפוך, וזוהי שיפוע המשיך הוא הופך ונגדי לשיפוע הרדיוס

$$m_{MA} = -2 \rightarrow m_{\text{משיך}} = \frac{1}{2}$$

או בעזרת הנורמל:

$$m_{MA} \cdot m_{\text{משיך}} = -1$$

$$-2 \cdot m_{\text{משיך}} = -1$$

$$m_{\text{משיך}} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{2}}$$



(2) נמצא את משוואת המשיק במצב

הטיעון $m = \frac{1}{2}$, והנקודה $A(6, 3)$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 6)$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x}$$

(3) נציג את נקודת האטיה הציווי $(0, 0)$ במשוואת המשיק:

$$y = \frac{1}{2}x$$

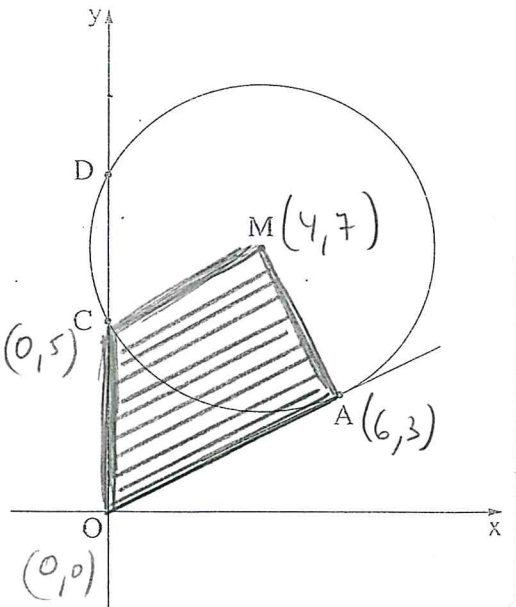
$$0 = \frac{1}{2} \cdot 0$$

$$0 = 0$$

הנקודה $(0, 0)$ מקיימת את המשוואה
ולכן המשיק חלקי בראשית הצירים.

משוואת המשיק חלקי צירי האטיה הציווי





3. נמצא את אורך הצלעות
AO, AM, MC, CO ונחשב.

$$d_{AO} = \sqrt{(6-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{45}$$

A(6,3)
O(0,0) $d_{AO} = 6.708$

AM - MC הם הצלעות המצולעות (יש להם את אותו האורך)

AM = MC = $\sqrt{20} = 4.472$ (א) צדדים

CO = 5 - 0 = 5

נחשב את אורך הצלעות ונקבל:

$$6.708 + 4.472 \times 2 + 5 = 20.652$$

ואנחנו צריכים גם סימן הטון ולנסות

$$\sqrt{45} + 2\sqrt{20} + 5 = 20.652$$

היקף המרובע הוא 20.65 יחידות



4. נתונה הפונקציה $f(x) = 3\sqrt{x}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.
 - (1) מצא את שיפוע המשיק.
 - (2) מצא את משוואת המשיק.
- ג. הראה שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון פנימיות.
 - (1) הראה שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון פנימיות.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

א. $x \geq 0$

ב. (1) כבי אמצא את שיפוע המשיק
הנוקטת $x=4$ בקו
נקודה:

$$f(x) = 3\sqrt{x}$$

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x=4) = \frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{4}$$

$$m = \frac{3}{4}$$

(2) נמצא את משוואת המשיק
בנקודה $x=4$ ונקודה:



$$f(x) = 3\sqrt{x}$$

$$f(x=4) = 3\sqrt{4} = 6$$

נקודת המענה היא (4,6)
נמצא את משוואת המשיק במאמצים

$$m = \frac{3}{4}$$

השיפוע (שיעורי המסעף ב-4)
נמצא את המשוואה היעילה (4,6)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = \frac{3}{4}(x - 4)$$

$$y - 6 = \frac{3}{4}x - 3$$

$$\boxed{y = \frac{3}{4}x + 3}$$

ג) בקצוות קיצון מתקיים:

$$y' = 0$$

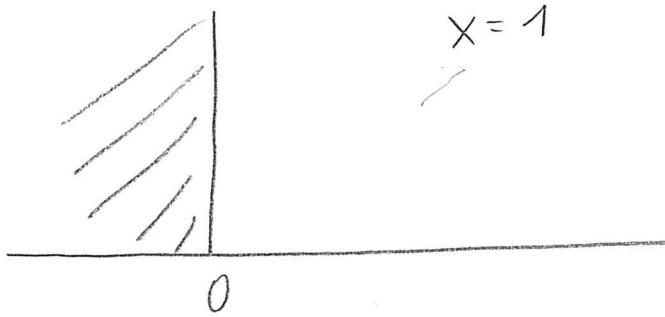
$$\frac{3}{2\sqrt{x}} = 0 \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$3 = 0$$

משוואה אין פתרון, ולכן אין נקודות קיצון, סבה $y' = 0$, ולכאן שאין נקודת קיצון



(2) כנסי אמצוא תחילתי עלייה וירידה נוסף בטבלה:



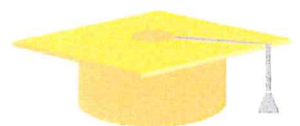
הטונקציה מוגדרת עבור $x \geq 0$, וכן נאמרו שהטונקציה אינן נקודות קיצון.

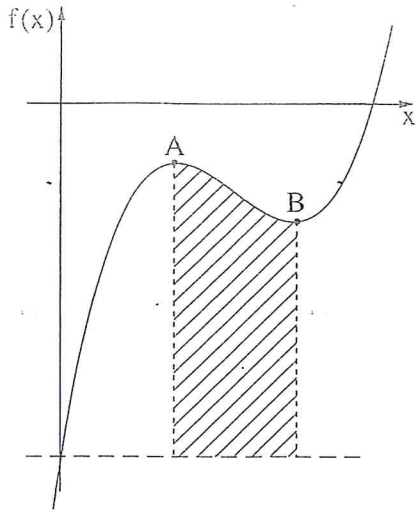
נקודת הקיצון בטווח ההגדרה של $x \geq 0$ אולי הנמצאת נקודת אמת $x=1$.

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x=1) = \frac{3}{2\sqrt{1}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

הטיעון הישיר של הטונקציה עליה
על $x > 0$.





5. בצירוף שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$.

דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

א. מצא את משוואת הישר המקביל.

ב. הן נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, כמתואר בצירוף.

ג. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ד. הן נקודות A ו-B העבירו אנכים לישר המקביל (ראה ציור).

ה. חשב את השטח המקוקו בצירוף: השטח המוגבל על ידי

גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנכים שהעבירו ועל ידי

הישר המקביל לציר ה- x .

א. נמצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
 נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא ה- x הוא 0.
 נציב $x=0$ בפונקציה ונקבל:

$$f(0) = 2 \cdot 0^3 - 9 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0 - 6 = -6$$

משוואת הישר המקביל לציר ה- x ולכן קטקונו
 היא $y = -6$ היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y הוא

$$\boxed{y = -6}$$

ב. נקודות הצירוף של הפונקציה נמצאות על ציר ה- x ונציב $y=0$



$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$$

$$6x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 12}}{2 \cdot 6} = \frac{18 \pm 6}{12}$$

$$x_1 = \frac{18+6}{12} = 2$$

$$x_2 = \frac{18-6}{12} = 1$$

נמצאו נקודות קיצון של f על ידי פתרון $f'(x) = 0$.
 נקודות אלו הן נקודות קיצון פוטנציאליות.
 כדי לקבוע האם הן נקודות קיצון אמיתיות, נבדוק את הסימן של $f''(x)$ בנקודות אלו.

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 - 6 = -1$$

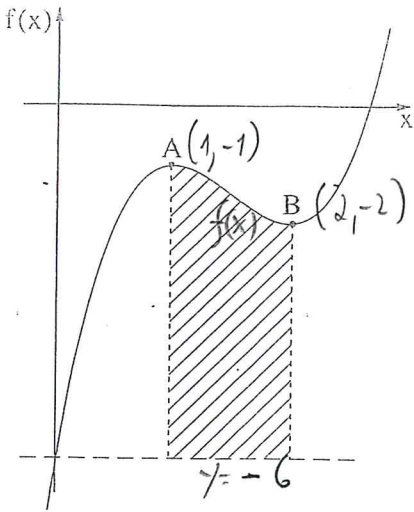
$(1, -1)$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 - 6 = -2$$

$(2, -2)$

נקודות קיצון: $A(1, -1)$ ו- $B(2, -2)$





שטח בין קוואר הטרנספרט

$$\int_1^2$$

הפרט נייאון קוואר

$$f(x) - (-6) = (2x^3 - 9x^2 + 12x - 6) - (-6) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

ח'טוק גטטח:

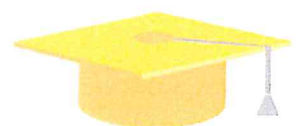
$$\int_1^2 (2x^3 - 9x^2 + 12x) dx = \left[\frac{2x^4}{4} - \frac{9x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} \right]_1^2$$

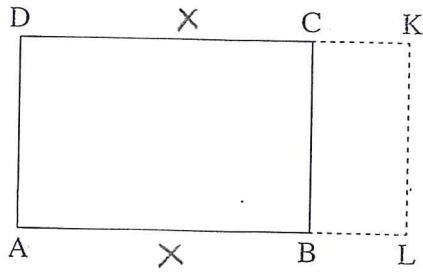
(נויט פיה פאנצא)

$$\left(\frac{2 \cdot 2^4}{4} - \frac{9 \cdot 2^3}{3} + \frac{12 \cdot 2^2}{2} \right) - \left(\frac{2 \cdot 1^4}{4} - \frac{9 \cdot 1^3}{3} + \frac{12 \cdot 1^2}{2} \right) =$$

$$8 - 3.5 = 4.5$$

$$S = 4.5$$





6. ABCD הוא מלבן ששטחו 25.

נסמן את אורך הצלע AB ב- x .

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AD.

האריכו כל אחת מן הצלעות AB ו-DC ב-2, כך שהתקבל

מלבן חדש - ALKD, כמתואר בציור.

ב. (1) הבע באמצעות x את היקף המלבן ALKD.

(2) מצא את אורך הצלע AB שבעבורה היקף המלבן ALKD הוא מינימלי.

א. $AB = x$

שטח המלבן הוא 25.
שטח המלבן שווה לחצי מלבן המכיל את המלבן.

$$AB \cdot AD = 25$$

$$AB = x$$

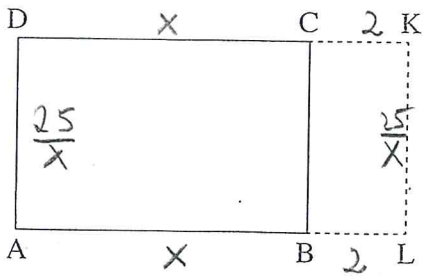
$$x \cdot AD = 25$$

$$AD = \frac{25}{x}$$

הקטן

ק (9) נסמן את המסלול א-ג-ה-א:





$$AL = DK = x + 2$$

$$DA = KL = \frac{25}{x}$$

היקף המלבן

$$2(x+2) + 2 \cdot \frac{25}{x} = 2x + 4 + \frac{50}{x}$$

| | |
|-------------------------|------------------|
| $2x + 4 + \frac{50}{x}$ | היקף המלבן הכולל |
|-------------------------|------------------|

(2) ארצנו זמבול אל AB ברוחב אל x

שקבולו היקף המלבן ALKD הוא מינימלי.

(מבול אל עיזר המינימום טו הנוקב ציב המבול אל היקף המלבן.)

$$f(x) = 2x + 4 + \frac{50}{x}$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 2 - \frac{50}{x^2}$$

$$2 - \frac{50}{x^2} = 0 \quad / x^2$$



$$2x^2 - 50 = 0$$

$$2x^2 = 50 \quad /:2$$

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$$

למקור בעצירה סבבה מי מהקובצת היא לקבוצת
המינומלם :

נטיח את הטוב הזכור משאלה :

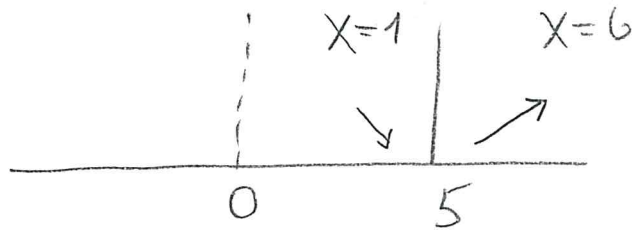
* הפירוק $x = -5$ אינו מתאים לקבוצת x

לפיכך את אוליך בצד המאקו, ואוליך בצד אינו
יכול להיות שולי.

* הפונקציה המתוארת את היקף המאקו
מאגדרת זקוק $x \neq 0$.

הקבוצה וטוב נק:





נקודת אור היתרונות הנכונות סקייב הנקודות
X=5

לצד הנעצות X=1 X=6

$$f'(x) = 2 - \frac{50}{x^2}$$

$$f'(x=1) = 2 - \frac{50}{1^2} = -48$$

הטיעון שלי וזמן הנכונות יורדת קטומים קין 0-5

$$f'(x=6) = 2 - \frac{50}{6^2} = 0.6$$

הטיעון שלי זמן הנכונות עליה קטומים געצות 5-N

$AB = 5$

גטוקה!

