

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשע"ח, 2018, שאלון: 35481
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

נמידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

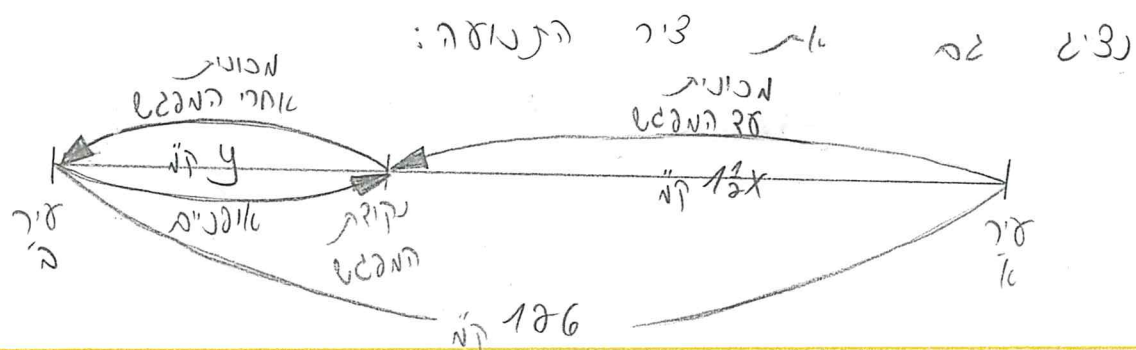
הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.
 - בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.
 - בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.
 - המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30, והמשיכו בדרכם.
 - 15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.
 - המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.
 - א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.
 - יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.
 - המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.
 - המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב- a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה ביום שלפני כן, ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב- a קמ"ש מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.
 - המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.
2. מצא את t .

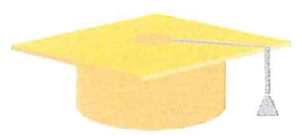
נכנסים אל התונים אטבל תנועה (הסבהים באחוז האט):

ק"מ	נס	מהירות	מכונית	
$1\frac{1}{2}x$	$1\frac{1}{2}$	x	מכונית	28 הפגשה
y	1	y	אופניים	
$\frac{1}{4}x$	$\frac{1}{4}$	x	מכונית	אחרי הפגשה



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



הסברים אמילוי הטבלה:

- 1) נסמן את מהירות המכונית ב- x ואת מהירות האופניים ב- y .
- 2) נתון כי המכונית יצאה בשעה 08:00 והאופניים יצאו בשעה 08:30. נתון גם שהם נפגשו בשעה 09:30, ולכן זמן הנסיעה של המכונית עד הפגשה היה $1\frac{1}{2}$ שעות וזמן הנסיעה של האופניים עד הפגשה היה שעה אחת.
- 3) הדרך שעברה המכונית עד הפגשה היא $x \cdot 1\frac{1}{2}$ והדרך שעבר האופניים עד הפגשה היא y .
- 4) לאחר הפגשה, נסעה המכונית 15 דקות ($\frac{1}{4}$ שעה) באותה מהירות והגיעה לעיר ג', ולכן הדרך שבטא עברה היא $x \cdot \frac{1}{4}$.



א. לפי הנתון, סביב התחלקים שצברו החנויות יחכב האופניים עד הפגישה הוא 126 ק"מ ולכן:

$$1\frac{1}{2}x + y = 126$$

לפי ציר התנועה, ניתן לראות כי החנויות צברו, מנקודת הפגישה ועד סיר ה', y ק"מ ולכן:

$$\frac{1}{4}x = y$$

נפתור מערכת של שתי משוואות בעת נעזרים:

$$\begin{cases} 1\frac{1}{2}x + y = 126 \\ \frac{1}{4}x = y \end{cases}$$

$$1\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 126$$

$$1\frac{3}{4}x = 126$$

$$x = 72$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot 72$$

$$y = 18$$

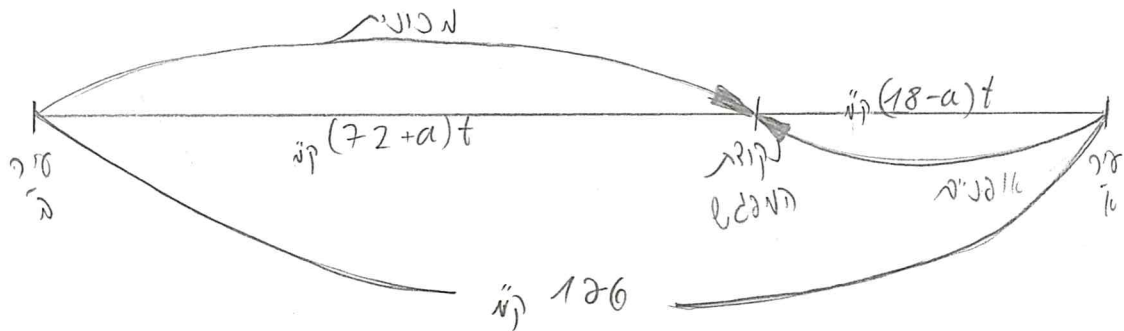
מהיות הנסיעה של החנויות היא 72 ק"מ
 מהיות הנסיעה של חכה האופניים היא 18 ק"מ



נכניס את התנועה החמישית אגרות תנועה (הסבריה בהמשך):

זמן	מס	מהירות	מכונה
$(72+a) \cdot t$	t	$72+a$	מכונה
$(18-a) \cdot t$	t	$18-a$	אוינים

נציג גם את ציר התנועה:



הסבריה אמיליו הטבלה:

- ① מהירות המכונה היתה 72 קמ"ש. מהירות האוינים היתה $18-a$ קמ"ש. מכאן אנו יודעים ש: $72+a$ קמ"ש מהירות חכב האוינים היתה 18 קמ"ש. מהירות האוינים היתה $18-a$ קמ"ש.
- ② זמן הנסיעה של המכונה נשאר חכם באוינים צבה ושניה א- t .
- ③ הזמן שסערה המכונה עד הפגשה היתה: $(72+a)t$ ק"מ. הזמן שסערה חכב האוינים עד הפגשה היתה: $(18-a)t$ ק"מ.



ג. לפי הנתון, והמכונה היא 126 ק"מ ולכן:
 סכום המרחקים שנסעו הוכה האונ"מ

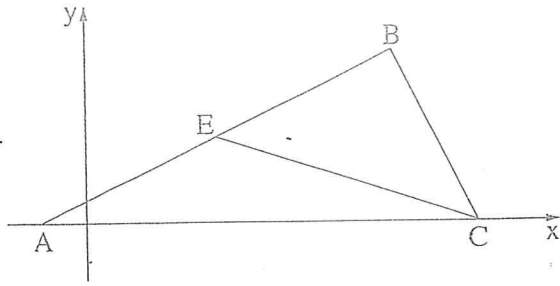
$$(72+a)t + (18-a)t = 126$$

$$72t + at + 18t - at = 126$$

$$90t = 126$$

$$t = 1.4$$





2. CE הוא תיכון במשולש ABC.

נתון: $A(-1, 0)$, $B(7, 4)$,

הקודקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה E.

נתון: $EB = BC$,

שיעור ה-x של הקודקוד C גדול משיעור ה-x של הקודקוד B.

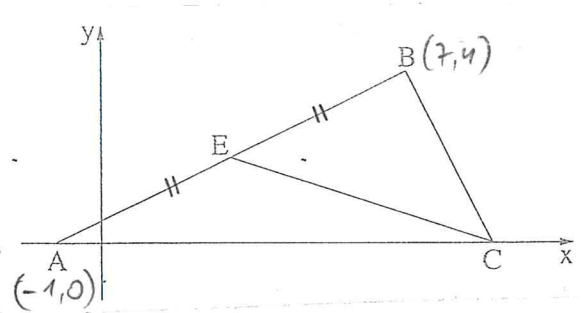
ב. מצא את שיעורי הקודקוד C.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.

האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה-x בנקודה F.

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.

(2) חשב את שטח המשולש EKF.



נוסחא לא תתנויה לשרטוט:

א. נתון ג-CE נתון א-AB.

על-אנך לנכדו אה הנקודה

$$y_E = \frac{0+4}{2}$$

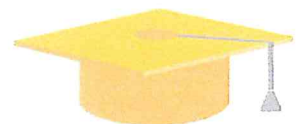
קטע: E נשמט בנוסחה לטאצט

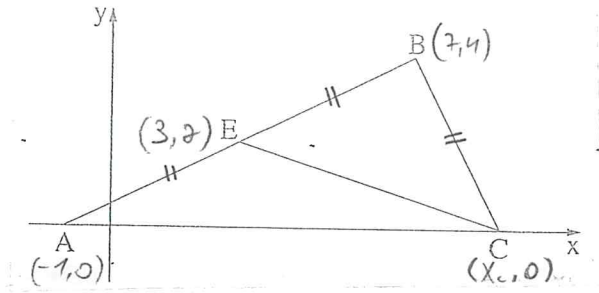
$$x_E = \frac{7+(-1)}{2}$$

$$x_E = 3$$

$$y_E = 2$$

$E(3, 2)$





נוסית את הנקודה $E(3,2)$ ואת
הנמון $EB = BC$ אגראט.
נגדיר את הנקודה C כ: $(x_c, 0)$.

ג. נמצא את אורך EB האמצעי נסתר הנתון:

$$d_{EB} = \sqrt{(3-7)^2 + (2-4)^2}$$

$$d_{EB} = 2\sqrt{5}$$

נמצא את אורך BC האמצעי x_c , האמצעי נסתר הנתון:

$$d_{BC} = \sqrt{(x_c - 7)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{x_c^2 - 14x_c + 49 + 16}$$

$$d_{BC} = \sqrt{x_c^2 - 14x_c + 65}$$

נסת נשווה בין שני האורכים האמצעי:

$$\sqrt{x_c^2 - 14x_c + 65} = 2\sqrt{5}$$

$$x_c^2 - 14x_c + 65 = 20$$

$$x_c^2 - 14x_c + 45 = 0$$



נסתור באמצעות נוסחה הישרים:

$$X_{c_{1,2}} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 45}}{2 \cdot 1}$$

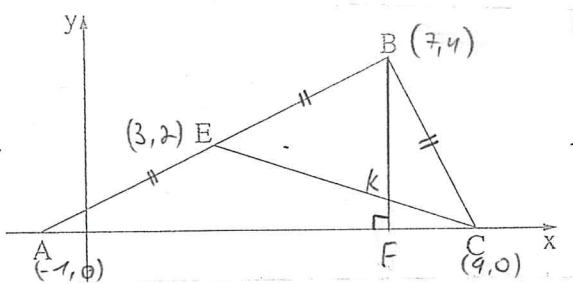
$$X_{c_1} = 9$$

$$X_{c_2} = 5$$

אפי הנטון, סרט ה-X של C אגון מעיק ה-X של B

$$C(9,0)$$

ולכן התשובה היא $X_c = 9$.



נוסיף את הנקודה $C(9,0)$ ואת האנך
האנך מ-B ל-AC אפ"ר ה-X אטרטוס:

ג. (ד) הנקודות K ו-F נמצאות על ישר האנך אפ"ר X

ועבור דרג הנקודה $B(7,4)$ ולכן: $X_K = 7$ וכן $X_F = 7$.

נמצא את שיפוע EC באמצעות הנוסחה

אפ"ר והנקודה $E(3,2)$ ו- $C(9,0)$:

$$m_{EC} = \frac{2-0}{3-9}$$

$$m_{EC} = -\frac{1}{3}$$

נמצא את משוואת EC באמצעות הנוסחה

יש, הנקודה $C(9,0)$ והשיפוע $m_{EC} = -\frac{1}{3}$:

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 9)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$



נמצא את הנקודה K על-ידי הצבה $X_k = 7$ המשוואה EC :

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 7 + 3$$

$$y = \frac{2}{3}$$

$$K(7, \frac{2}{3})$$

ולכן הנקודה K היא:

הנקודה F נמצאת על ציר ה- x ולכן היא: $F(7, 0)$

הקטע KF מאונק לציר ה- x ולכן אורכו הוא ההפרש:

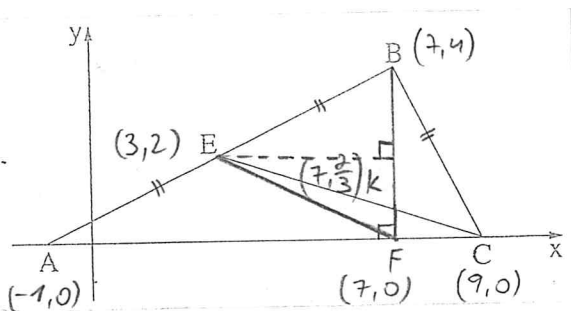
$$KF = X_k - X_F$$

$$KF = \frac{2}{3} - 0$$

$$KF = \frac{2}{3}$$

ד. (2)

נוסף את הנקודות K ו- F והמשולש EKF (אשרט):



הקטע KF מאונק לציר x .

נרמז את הגובה החיצוני המשולש EKF מהנקודה E לרשת

הקטע KF . הגובה מאונק לציר ה- y ולכן ניתן לחשב

את אורכו על-ידי חיבור עוק ה- x של הישר BF מעומק

ה- x של הנקודה E : $h = 7 - 3 = 4$



$h=7$ הארה
 נחשב את S_{EKF} המשוש
 והיקטע $KF = \frac{2}{3}$ שטח
 מסולס EKF הוא צעיר
 ד. (1):

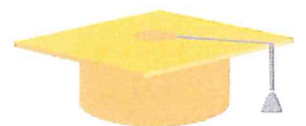
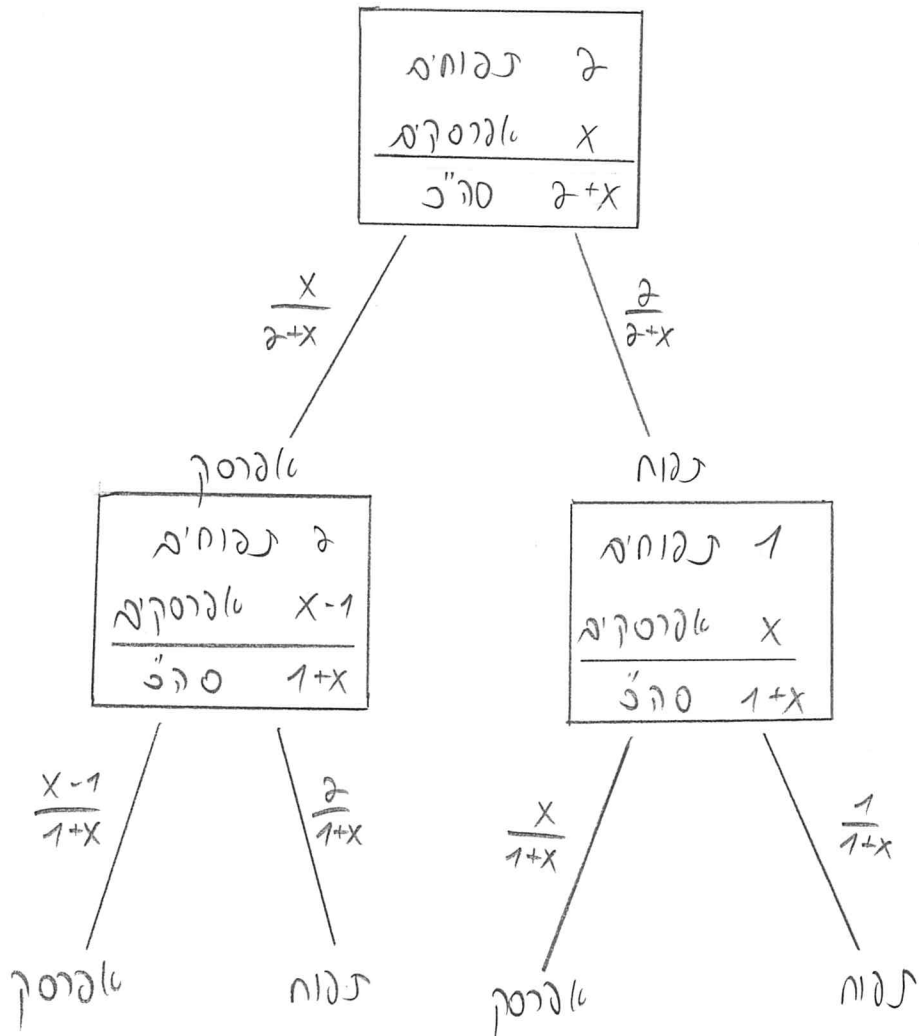
$$S_{EKF} = \frac{4 \cdot \frac{2}{3}}{2}$$

$$S_{EKF} = \frac{4}{3}$$



3. בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.
 טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.
 ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.
 א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.
 ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?
 ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
 (2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

נסמן את כמות האפרסקים בסל כ- x .
 כמות הפירות הכוללת שיש בסל היא $x+2$.
 שרטט דיאגרמה עץ הנראית לנתונים:



א. נביע את הוסיפות ארובטו שני נמוח באמצעות x :

$$p(\text{שני נמוח}) = \frac{2}{2+x} \cdot \frac{1}{1+x}$$

$$p(\text{שני נמוח}) = \frac{2}{(2+x)(1+x)}$$

לפי הנתון, $p(\text{שני נמוח}) = \frac{1}{36}$, ולכן:

$$\frac{2}{(2+x)(1+x)} = \frac{1}{36}$$

$$72 = (2+x)(1+x)$$

$$72 = 2 + 2x + x + x^2$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0$$

נציג בנוסחה השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70)}}{2 \cdot 1}$$

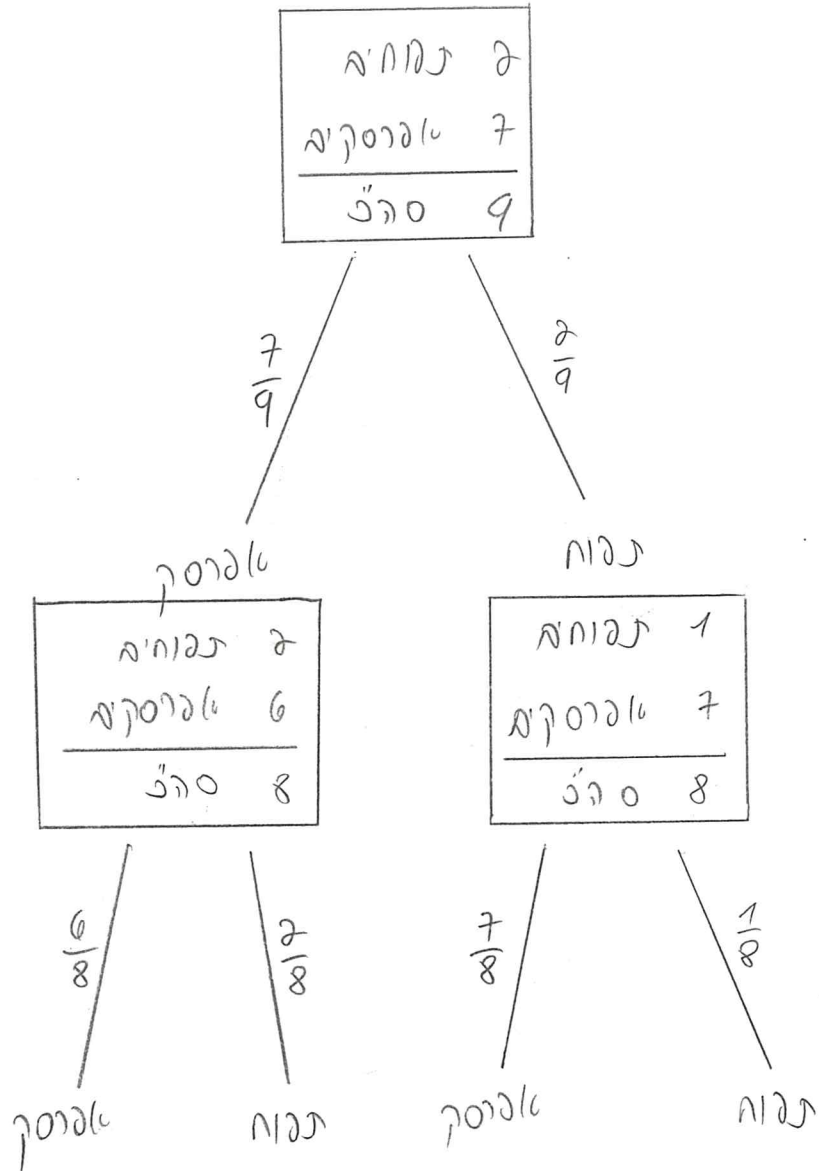
$$x_1 = 7 \quad x_2 = -10$$

מספר האפשרויות אינו יכול להיות שלילי ולכן

כמות האפשרויות שהיו בסך לפני שאל הוציאה
 ממנו כמות (הוא) 7



נשרטט שוב את זיגורט הרש עם ה-א שמתאם:



ג. הוסיפתם שופרי השט שכל הוציאה היה לבן:

$$P(\text{פרי שט הוא לבן}) = P(\text{לבן לבן}) + P(\text{לבן שחור}) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

ד. (1) הוסיפתם שכל הוציאה שני פירות מאותו הסוג:

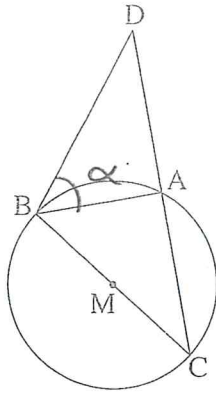
$$P(\text{שני פירות מאותו הסוג}) = P(\text{לבן לבן}) + P(\text{שחור שחור}) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \boxed{\frac{11}{18}}$$



ד. (2) ההסתברות של הוציאה שני אפרסקים, אם יקוצ
שהיא הוציאה שני פירות מאותו הסוג:

$$P\left(\frac{\text{שני אפרסקים}}{\text{שני פירות מאותו סוג}}\right) = \frac{P(\text{אפרסק אפרסק})}{P(\text{שני פירות מאותו הסוג})} = \frac{\frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8}}{\frac{11}{18}} = \frac{21}{22}$$



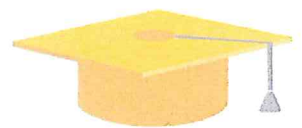


4. בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R.
BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.
הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.
נתון: $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$.
- א. הוכח ש-BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.
ב. הוכח: $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.
ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.
ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.
הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.

16.

נימוק	הוכחה
הנ"ל 5	① נמתח קו בין מ ל א
נתון + רדיוסים הם מסלול שווה זה לזה.	② $MB = MA = MC = R$
נתון	③ BC קוטר במעגל
זווית היקפית במעגל הנשענת על קוטר שווה ל-90°.	④ $\angle BAC = 90^\circ$
נתון	⑤ $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$
סימון	⑥ $\angle ABD = \alpha$
הצבה בסורה 6.	⑦ $\angle AMC = 2\alpha$
זווית היקפית במעגל שווה לקצי מהזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת + שורה 7.	⑧ $\angle ABC = \alpha$
כלל המעבר + שורות 6 ו-8.	⑨ $\angle ABD = \angle ABC$
חוצה זווית מתלקט עם הזווית ולפי זווית שווה	⑩ BA חוצה זווית DBC

מסלול



נימוק	טענה	ה.
תיבור זוויות	$\sphericalangle DBC = \sphericalangle DBA + \sphericalangle CBA$	(11)
הצבה + שוויון 8-6	$\sphericalangle DBC = \alpha + \alpha$	(12)
חיסוי	$\sphericalangle DBC = 2\alpha$	(13)
כלל המעבר + שוויון 7-13	$\sphericalangle DBC = \sphericalangle AMC$	(14)
זווית חיצונית המשולש AMC - CBD	$\sphericalangle BCD = \sphericalangle MCA$	(15)
זווית משולש דמיון 5.5 + שוויון 14-15	$\triangle CBD \sim \triangle CMA$	(16)
	מש"ח ה'	

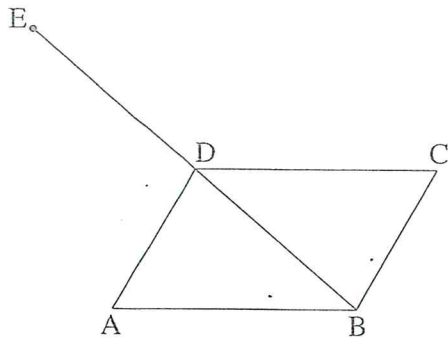
נימוק	טענה	ג.
זווה יוצר 90° + שורה 4	BA זווה ל-DC (17)	
משולש שבו הזווה וחוצה-הזווית מתלכדים	$\triangle DBC$ הוא שווה-שוקיים (18)	
הוא משולש שווה שוקיים + שוויון 10-17	BA כיכון ל-DC ה $\triangle DBC$ (19)	
המשולש שווה שוקיים הזווה, חוצה-הזווית והכיכון מתלכדים.	$DA = CA$ (20)	
כיכון מחלק את הפזע לשני חלקים שווים	MA קטע אנצ'ם ה $\triangle DBC$ (21)	
קטע המשולש היוצר משולש זלע וזגים		
אנצ'ם זלע הוא קטע אנצ'ם + שוויון		
	מש"ח ג'	



נימוק	מענה	?
נתון	$\triangle ABM$ שווה-צלועי	(22)
המשולש שווה-צלועי \triangle הצלעות שווה + שווה 2	$AB = AM = BM = R$	(23)
קוטר המשולש שווה האורכו לפעמיים היקפו.	$BC = 2R$	(24)
משפט פיתגורס ב- $\triangle ABC$.	$AB^2 + AC^2 = BC^2$	(25)
הצבה + שווה צד 1-24.	$R^2 + AC^2 = (2R)^2$	(26)
חיסוב	$R^2 + AC^2 = 4R^2$	(27)
חיסוב	$AC^2 = 3R^2$	(28)
חיסוב	$AC = \sqrt{3}R$	(29)
כאן המשגור + שווה צד 1-24.	$DA = \sqrt{3}R$	(30)
חיבור צלעות	$CD = CA + DA$	(31)
הצבה + שווה צד 1-30.	$CD = \sqrt{3}R + \sqrt{3}R$	(32)
חיסוב	$CD = 2\sqrt{3}R$	(33)
נשתה לשטח משולש.	$S_{\triangle CBD} = \frac{BA \cdot DC}{2}$	(34)
הצבה + שווה צד 1-33.	$S_{\triangle CBD} = \frac{R \cdot 2\sqrt{3}R}{2}$	
חיסוב	$S_{\triangle CBD} = \sqrt{3} \cdot R^2$	

שלף 2





5. ABCD היא מקבילית.

נתון: $BC = 10$, $AB = 15$.

נסמן: $\alpha = \angle DAB$ ($\alpha < 90^\circ$).

א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$.

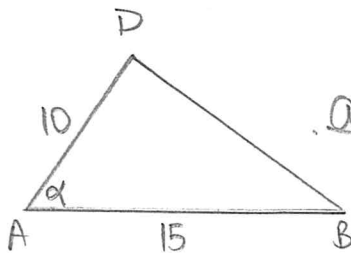
ב. חשב את גודל הזווית α .

ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש- $ED = DB$.

7. (1) מצא את גודל הזווית ABE.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.



10. (נתון כי ABCD מקבילית) $AD = BC = 10$.

חישוב שטח המשולש דבא: $\frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$

$$S_{\triangle BAD} = \frac{10 \cdot 15 \cdot \sin \alpha}{2}$$

$$S_{\triangle BAD} = 75 \sin \alpha$$

כ. שטח המקבילית הוא מכפול שטח המשולש BAD, ולכן:

$$S_{ABCD} = 2 \cdot 75 \sin \alpha = 150 \sin \alpha$$

נתון כי שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$ ולכן:

$$150 \sin \alpha = 75\sqrt{3} \quad /: 150$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

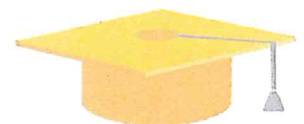
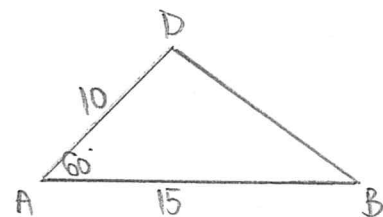
$$\alpha = 60^\circ$$

8. חישוב אורך האלכסון BD. פאראמטר משפט הקוסינוסים ב- $\triangle BAD$:

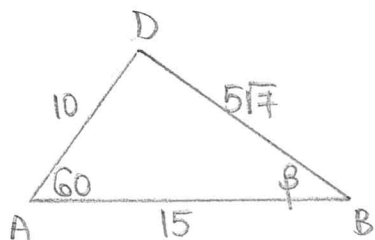
$$BD^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ$$

$$BD^2 = 175 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$BD = 5\sqrt{7} = 13.228$$



9. (1) מצאתי את $\angle ABD$ על ידי משפט הסינוסים במשולש ABD:



$$\frac{10}{\sin \beta} = \frac{5\sqrt{7}}{\sin 60^\circ}$$

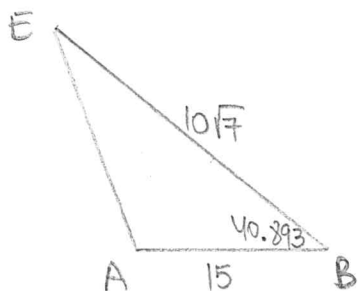
$$\sin \beta = 0.654$$

$$\beta = 40.893^\circ$$

$$\angle ABD = 40.893^\circ$$

(2) נתון כי $ED = DB$ ולכן $ED = 5\sqrt{7}$.

$$EB = ED + DB = 10\sqrt{7}$$



מצאתי את AE על ידי משפט הסינוסים במשולש AEB:

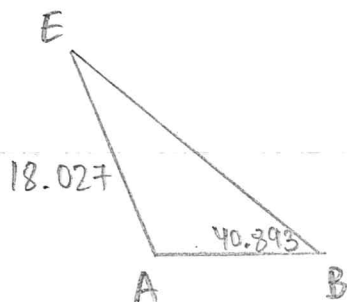
$$AE^2 = 15^2 + (10\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 15 \cdot 10\sqrt{7} \cdot \cos(40.893^\circ)$$

$$AE^2 = 324.996 / \sqrt{}$$

$$AE = 18.027$$

מצאתי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE על ידי משפט הסינוסים:

משולש ABE:



$$\frac{18.027}{\sin(40.893^\circ)} = 2R$$

$$R = 13.768$$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 5$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 5$? נמק.

א. (1) נבדוק עבור איזה ערך של x הנקבה מתאפס:

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

אכן תחום ההגדרה: $x \neq 3$

(2) אסימטוטה לאנכית - לאנכית לצירים:

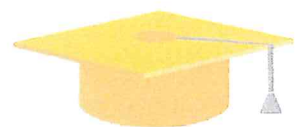
אסימטוטה לאנכית - לציר $x = 3$ אפי תחום הגדרה: $x = 3$

אסימטוטה לאנכית לציר $y = 4$ נעזר בלפי החזקה הזווה:

$$f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{תוצאה זווה בנקבה} & & \text{אסטר קבוע} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 0 & + & 4 \end{array}$$

אכן האסימטוטה $y = 4$



(3) נגזרת ארבעה נקודות:

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x-3)^2 - 1 \cdot 2(x-3)}{(x-3)^4}$$

$$f'(x) = \frac{-2(x-3)}{(x-3)^4}$$

ניתן לצמצם את $(x-3)$

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-3)^3}$$

נקודות $f'(x) = 0$

$$0 = \frac{-2}{(x-3)^3}$$

$$0 = -2$$

אין פתרון ← אין נק' קיצון

ניעזר בטבלה לנקודות תחומי עליה וירידה:

x	$x=0$	3	$x=4$
$f'(x)$	+	/ / / / /	-
$f(x)$	↗		↘

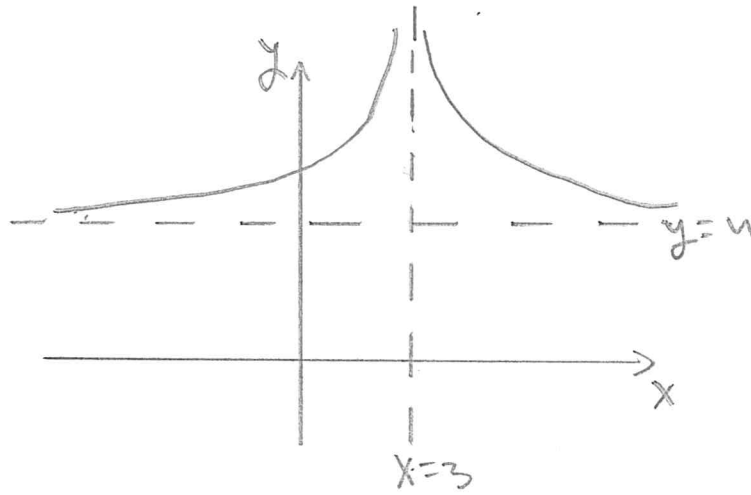
$$f'(0) = \frac{-2}{(0-3)^3} = \frac{2}{27} > 0$$

$$f'(4) = \frac{-2}{(4-3)^3} = -2 < 0$$

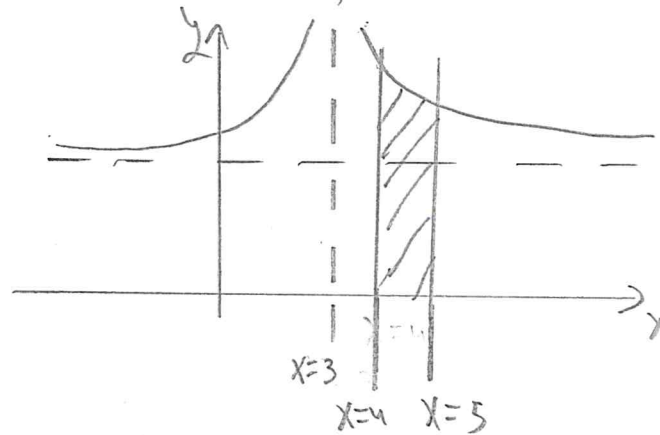
$x < 3$	תחום עליה:
$x > 3$	תחום ירידה:



(4) סרטוט:



ג. נוסף אזור היטות $x=4$, $x=5$ לסרטוט:



נמשיך עם השלח ע"י הטנטגראל:

$$\int_4^5 \left[\frac{1}{(x-3)^2} + 4 \right] dx = \int_4^5 [(x-3)^{-2} + 4] dx = \left[\frac{(x-3)^{-1}}{-1} + 4x \right]_4^5$$

$$\left[\frac{-1}{x-3} + 4x \right]_4^5$$

$$\left[\frac{-1}{5-3} + 4 \cdot 5 \right] - \left[\frac{-1}{4-3} + 4 \cdot 4 \right]$$

$$\boxed{S = 4.5}$$

יתר

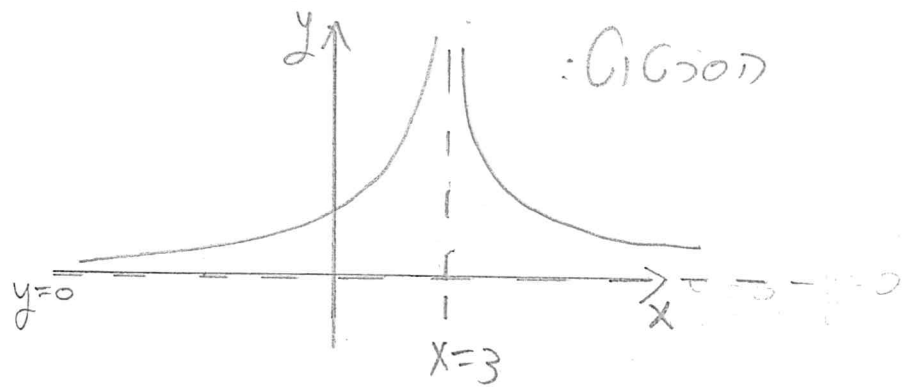


ג. נתון כי $g(x) = f(x) - y$, כלומר $g(x)$ הינה הלכה

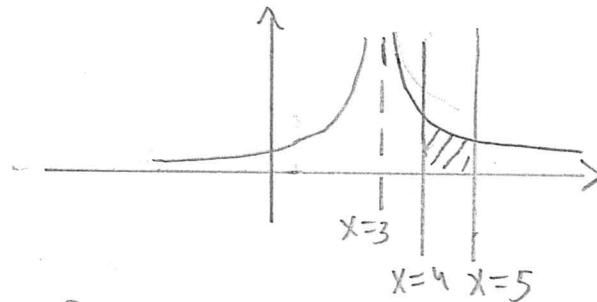
של $f(x)$ $\rightarrow y$ ית' הט"ה, ומשוואתה $g(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$

אכן האינטגרל הוא אונקט' אזור y יהיה $y=0$

האינטגרל הוא אונקט' אזור x כלל ישנו, כלומר $x=3$.



אוסף 4 של הישרים $x=4, x=5$ לסכום:



נחשב את השטח בעזרת האינטגרל:

$$\int_4^5 \frac{1}{(x-3)^2} dx = \int_4^5 (x-3)^{-2} dx = \left[\frac{(x-3)^{-1}}{-1} \right]_4^5 = \left[\frac{-1}{x-3} \right]_4^5$$

$$\left(\frac{-1}{5-3} \right) - \left(\frac{-1}{4-3} \right)$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}}$$

יח"ר



7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(2, 24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 7$ וזענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. הוא פרמטר.

ד. מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.

ב. תחום הגדרה \leftarrow הביטוי תחת השורש גדול או שווה לאפס, ולכן:

$$x + a \geq 0$$

$$x \geq -a$$

ג. נציב את שיעורי הנק' $(2, 24)$ בפונקציה ונקבל:

$$24 = (2)^3 \sqrt{2+a}$$

$$24 = 8 \sqrt{2+a} \quad | :8$$

$$3 = \sqrt{2+a} \quad | ()^2$$

$$9 = 2+a$$

$$a = 7$$



$f(x) = x^3 \sqrt{x+7}$: האנליזה ובה $a=7$ נרשום א
 ג. נ. נק' ח'יץ עם הצדדים: ח'יץ ציר $x=0 \leftarrow y$
 $f(0) = 0^3 \sqrt{0+7} = 0$
 $(0,0)$

ח'יץ ציר $x \leftarrow y=0$:
 $0 = x^3 \sqrt{x+7}$
 $x^3 = 0 \quad \sqrt{x+7} = 0 \quad | \cdot ()^2$
 $x = 0 \quad x+7 = 0$
 $x = -7$

נק' הח'יץ קו : $(0,0) \quad (-7,0)$

(2) נצטרך את הפונקציה אלפי נגזרת ונבדוק כיוון ציור:

$$f'(x) = 3x^2 \sqrt{x+7} + x^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+7}}$$

$$f'(x) = 3x^2 \sqrt{x+7} + \frac{x^3}{2\sqrt{x+7}}$$

אסמך: חסר השלם נקבל:

$$f'(x) = \frac{3x^2 \sqrt{x+7} \cdot 2\sqrt{x+7} + x^3}{2\sqrt{x+7}}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2(x+7) + x^3}{2\sqrt{x+7}}$$

$$f'(x) = \frac{7x^3 + 42x^2}{2\sqrt{x+7}}$$



נציג $f(x)=0$ ונקרא

$$0 = \frac{7x^3 + 42x^2}{2\sqrt{x+7}}$$

$$0 = 7x^3 + 42x^2$$

$$0 = 7x^2(x+6)$$

$$7x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$x+6 = 0$$

$$x = -6$$

נמצא נקודות קיצון בעזרת הנגזרת

$$f(0) = 0$$

$$(0, 0)$$

$$f(-6) = -216$$

$$(-6, -216)$$

נישאר בטבלה של הנגזרת ונגזור את הקיצון:

x	-7	x=-6.5	-6	x=-1	0	x=1
f'(x)	///	-	0	+	0	+
f(x)	0	↘	-216	↗	0	↗

הנגזרת של $f(x)$ היא $f'(x)$ ונקודות קיצון נמצאות כאשר $f'(x) = 0$ או $f'(x)$ אינו מוגדר.

$$f'(-6.5) = -147.87 < 0$$

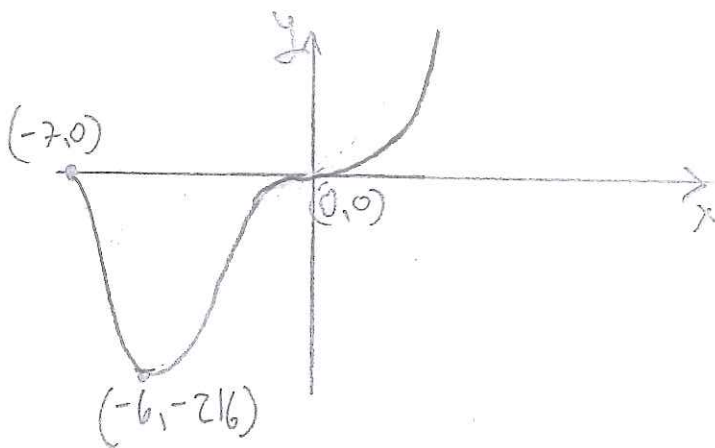
$$f'(-1) = 35 > 0$$

$$f'(1) = 49 > 0$$

* הערה: נקודת קיצון היא נקודה שבה הנגזרת היא 0 או אינה מוגדרת. נקודת קיצון היא נקודה שבה הנגזרת היא 0 או אינה מוגדרת.

$(-7, 0)$ נקודת קצה	$(-6, -216)$ מינימום	נקודות קיצון:
------------------------	-------------------------	---------------





(3) נסייט אר פאונקציע:

(4) אפי הארף לסרטינע:

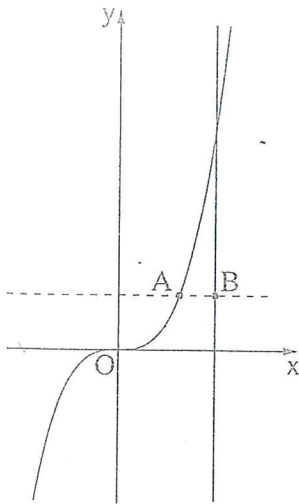
$x > 0$ תחום החובל הוא $-7 < x < 0$ תחום השלישי הוא
--

3. הפונקציה $g(x) = f(x) + c$ הינה הלצה של הפונקציה נאפ
 ה- c יחידו כלפי מטה (אם c שלילי) או מעלה (אם c חיובי).
 א גאר שהארף של נאפ ישיך לצד x , הנק' שבהן שיבוט
 האטיך מתאם, שיצור c ציך אהתאם למ הוא.
 כיון ל- $g(x)$ הינה הלצה של נאפ, אפונקציון שיבוט לכה
 צדור אורק צרכי x . אפי סרטינע c ג (2), שיבוט האטיך
 מתאם צדור $x=0$, $x=-6$.

נק' $x=0 =$ שיצור c הינו $c=0$ אכן צדור $c=0$ למ
 הארף של נאפ ישיך לצד x .

נק' $x=-6 =$ שיצור c הינו $c=216$ אכן צדור $c=216$
 הארף של נאפ ישיך לצד x .





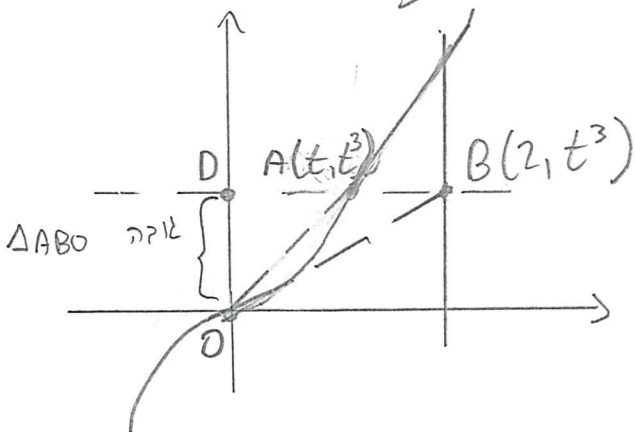
8. בצירוף שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$ הישר $x = 2$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. נתון: $0 < x_A < 2$ (הוא שיעור ה- x של הנקודה A). מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x (הישר המקווקו בצירוף). הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$ בנקודה B (ראה ציור). הנקודה O היא ראשית הצירים.

- א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.
- ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

10. נקודת A שיעורי הנקודה A היא הפונקציה $f(x) = x^3$ (נסמן $x_A = t$)
 $A(t, t^3)$ ← $f(t) = t^3$

הישר AB מקביל לציר x ולכן $y_B = y_A = t^3$
 נק' B נמצאת על הישר $x = 2$ ולכן $x_B = 2$
 שיעורי נק' B: $B(2, t^3)$

נוסח ארסטיס ← שיעורי הנקודות ונצטרך לשלוש ΔABO :

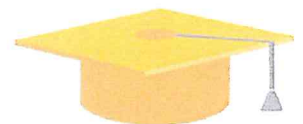


סוקרטוס (המטרייה): שטח ΔABO

$$\frac{AB \cdot OD}{2}$$

$$f(t) = \frac{(2-t)t^3}{2}$$

$$f(t) = \frac{2t^3 - t^4}{2}$$



א לנתן - אמצוא נק' בה השלטה מקסימלי, נמצא:

$$f'(t) = \frac{6t^2 - 4t^3}{2}$$

נציב $f'(t) = 0$

$$0 = 6t^2 - 4t^3$$

$$0 = 2t^2(3 - 2t)$$

↓
 $2t^2 = 0$
 $t = 0$

↓
 $3 - 2t = 0$
 $t = 1.5$

בפס כ' (מין)
 $0 < x_A < 2$

נמצא נק' מקסימלית
יקיבון

$$f''(t) = \frac{12t - 12t^2}{2}$$

נציב $t = 1.5$

$$f''(1.5) = -4.5 < 0$$

ולכן עבור $t = 1.5$ השלטה מקסימלית.

שיעורי נק' A עבורה השלטה מקסימלית: $A(1.5, 3.375)$

ק. נציב $t = 1.5$ במונצייה התבא - א שטח המשולש ABC, מונצייה התכרה הסגור א':

$$f(1.5) = \frac{2(1.5)^3 - (1.5)^4}{2} = \frac{27}{32} = 0.84375$$

השלטה מקסימלית	הוא	$\frac{27}{32}$	יה"ר	א	0.84375	יה"ר
המשולש ABC	הוא	$\frac{27}{32}$	יה"ר	א	0.84375	יה"ר

