

פתרון הבחינה

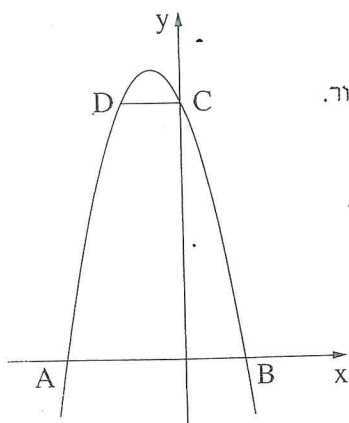
במתמטיקה

חורף תשע"ח, 2018, שאלונים: 312, 35802
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





1. בציור שלפניך מוצג סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 - 3x + 18$.
 A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x, כמתואר בציור.
 C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.
 הנקודה D נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ כך שהקטע DC מקביל לציר ה-x.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 - חשב את שטח המשולש ABC.
 - חשב את שטח הטרפז ABCD.

טא. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x, ולכן שיעור ה-y גרף הפונקציה הוא 0.

בציר $y=0$ קטע הנתונה ונקודה

$$f(x) = -x^2 - 3x + 18$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-1) \cdot 18}}{2(-1)} = \frac{3 \pm 9}{-2}$$

$$x_1 = -6$$

$$x_2 = 3$$

על פי הערך הנקודה A נמצאת בחלק השלילי של ציר ה-x ולכן שיעורה היא

$$A(-6, 0)$$



הנקודה B נמצאת על החלק החלבו של ציר ה-x

אכן שיעוריה הם $B(3, 0)$

C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-y

אכן שיעור ה-x שלה הוא 0.
נציג $x=0$ בפונקציה הנטונה ונקבל:

$$f(x) = -x^2 + 3x + 18$$

$$f(0) = -0^2 + 3 \cdot 0 + 18 = 18$$

$C(0, 18)$

הנקודה D נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בקו
ש D מקבל אצור ה-x.

אכאן
 $y(0) = y(c) = 18$

נציג $y=18$ בפונקציה ונקבל את שיעור ה-x של הנקודה D.

$$f(x) = -x^2 - 3x + 18$$



$$18 = -x^2 - 3x + 18$$

$$x^2 + 3x = 0$$

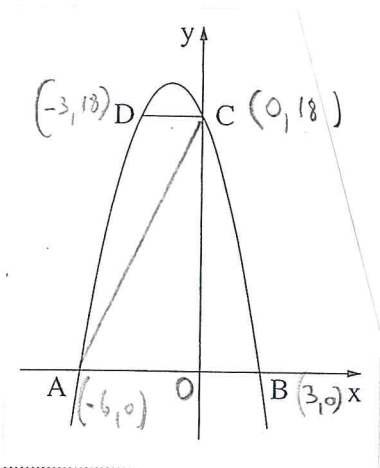
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -3$$

↓
נקודת אפס C

↓
נקודת אפס D



$$D(-3, 18)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot CO}{2}$$

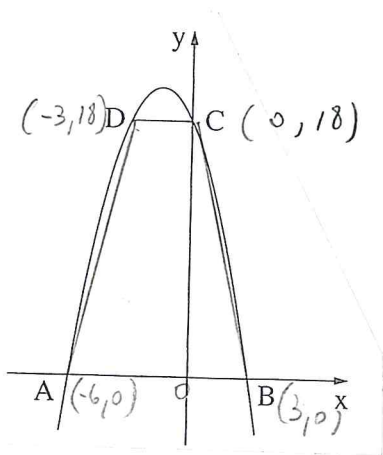
$$AB = x_{(B)} - x_{(A)} = 3 - (-6) = 9$$

$$CO = y(C) = 18$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{9 \cdot 18}{2} = 81$$

תשובה: שטח המשולש הוא 81 יחידות





$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(AB + CD) \cdot CO}{2}$$

$AB = 9$ מצינו בסעיף ה'

$CD = X_{(C)} - X_{(D)} = 0 - (-3) = 3$

$CO = 18$ מצינו בסעיף ה'

נציב בנוסחה ונקבל:

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(9 + 3) \cdot 18}{2} = 108$$

שטח הטרפז הוא 108 יחידות שטח.





2. ב- 1.1.2018 היו בתוכנית החיסכון של יעל 30,870 שקלים.
תוכנית החיסכון מניבה רווח של 5% מדי שנה.
- א. מה יהיה סכום החיסכון של יעל בתוכנית החיסכון ב- 1.1.2030 ?
- ב. יעל התחילה לחסוך בתוכנית החיסכון ב- 1.1.2016 .
מצא את סכום החיסכון ההתחלתי שלה.
- ג. ב- 1.1 של איזו שנה יהיו לראשונה בתוכנית החיסכון של יעל יותר מ- 35,000 שקלים?

1. הסיכום ההתחלתי הוא 30,870 שקלים ולכן:

$$M_0 = 30,870$$

אחוז הרווח הוא 5% חלק

$$q = \frac{100 + P}{100} = \frac{100 + 5}{100} = 1.05$$

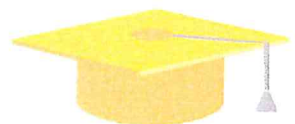
עיינו למצוא את סכום החיסכון ב- 1.1.2030
כיום אלו 12 שנים, כיום עיינו למצוא
את M_{12} .

נציק קנוסיות $M_t = M_0 q^t$ ונקבל:

$$M_{12} = 30,870 \times 1.05^{12}$$

$$M_{12} = 55,438$$

תשובה: סכום החיסכון בשנת 1.1.2030 יהיה 55,438 שקלים



ק. ח'ינו זמבא אג סכום התיסכון בתאריך
 1.1.2018, הסכום הנתון 30,870 הוא הסכום
 שהיה בתאריך 1.1.2018, סומר אנו צוינר
 זמבא אג הסכום שהיה בתאריך ההסכון שנתים
 לפני הסכום הנתון, חקן $t = -2$.

נצק קנוסחה

$$M_t = M_0 q^t$$

$$M_0 = 30870$$

$$q = 1.05$$

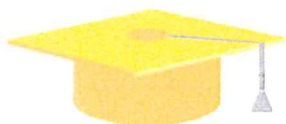
$$t = -2$$

$$M_t = 30870 \cdot 1.05^{-2}$$

$$M_t = 28,000$$

הסכום ההתחלתי בתאריך התיסכון הוא 28,000 שקלים

תשובה:



ג. חיינו זמבוא אל בטנה טבה פוטטונה
היא בטטנה- וולג N 35000 טקוויסטי

לצבג בנוסחה $M_t = 35000$

$$M_t = M_0 \cdot q^t$$

$$M_0 = 30870$$

$$q = 1.05$$

$$M_t = 35000$$

נבקש ל: $30,870 \times 1.05^t = 35000$
לצבג טעונו t :

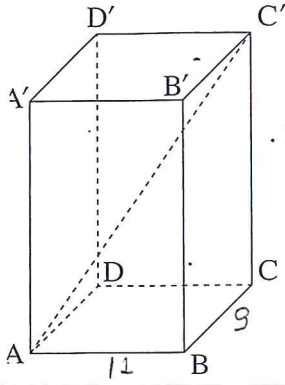
$$t=1 \rightarrow 30,870 \times 1.05 = 32413.5$$

$$t=2 \rightarrow 30,870 \times 1.05^2 = 34034.2$$

$$t=3 \rightarrow 30,870 \times 1.05^3 = 35735.9$$

לאתר 3 שנים סומר בטארוק 1.1.2021
יהיו ארטאונה בטוינת וולג N 35000 טקוויסטי





4. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה, $ABCD$, הוא מלבן (ראה ציור).

נתון: 12 ס"מ $AB =$, 9 ס"מ $BC =$,

גודל הזווית שבין אלכסון התיבה AC' לבין בסיס התיבה, $ABCD$, הוא 58° .

- א. חשב את אורך אלכסון הבסיס.
- ב. חשב את האורך של מקצוע התיבה CC' .
- ג. חשב את שטח המעטפת של התיבה.

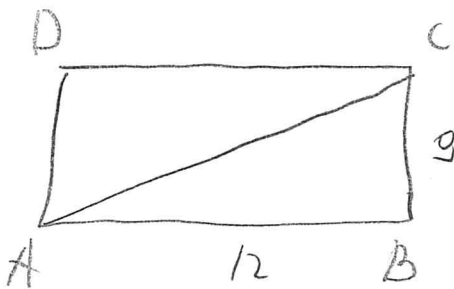
א. כדי למצוא את אורך אלכסון הבסיס נקודת קקסוס התיבה

בואו נראה במלבן $ABCD$

הזווית הטובה ביותר נקרא:

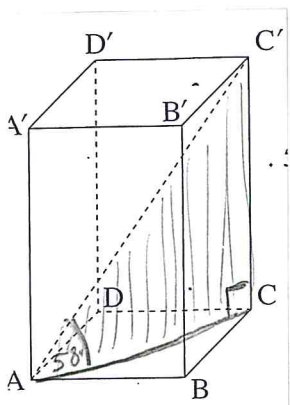
$$9^2 + 12^2 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{225} = 15$$



הטובה! אורך אלכסון הבסיס הוא

15

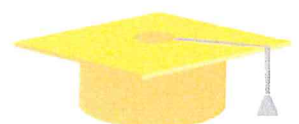


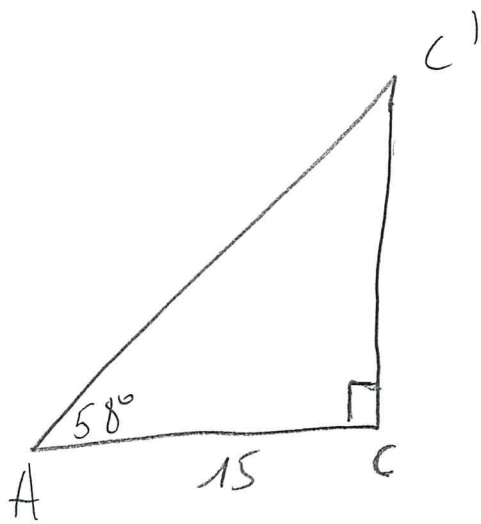
ב. נחזור אל אורך אלכסון AC ונקודת הקקסוס
ישרי הניצולת ACC' כאשר $\angle C = 90^\circ$

$$AC = 15$$

$$\angle C'AC = 58^\circ$$

עלנו למצוא את CC'





$$\tan 58^\circ = \frac{CC'}{15}$$

$$CC' = 15 \times \tan 58$$

$$CC' = 24$$

תשובה $CC' = 24$

ד. שטח המשולש הוא שטח 4 הפאה הלבנה
של המקבילן.

נמצא את שטח הפאה הלבנה

משולש $BCC'B'$
הפאה היא מקבילן שמימין הימין:

$$CC' = 24, \quad BC = 9$$

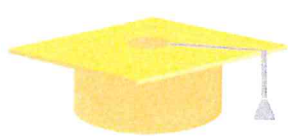
שטח המקבילן הוא: $24 \times 9 = 216$

זוהי נמצא את שטח הפאה הלבנה
פאה זו היא מקבילן שמימין הימין:

$$BB' = CC' = 24, \quad AB = 12$$

שטח המקבילן הוא $12 \times 24 = 288$

הפאה הלבנה שאלה קטעין וזוהי נכונה - 2 שטח

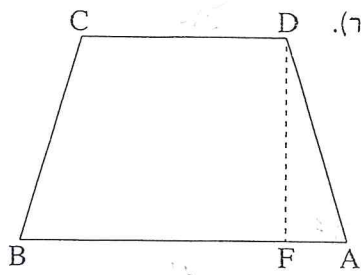


כאן נראה שיש טעות.

$$216 \times 2 + 288 \times 2 = 1008$$

המספר 1008 הוא המספר הנכון.





3. ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($BA \parallel CD$). DF הוא גובה בטרפז (ראה ציור).

נתון: $BA = 24$ ס"מ, $CD = 15$ ס"מ,

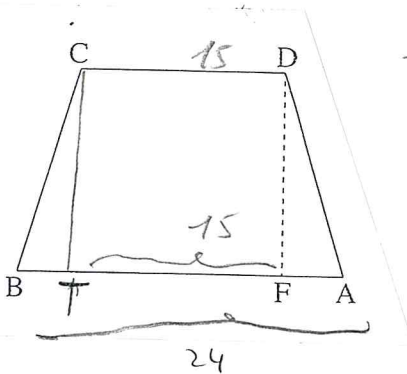
גודל הזווית BAD הוא 71° .

א. חשב את אורך הקטע AF.

ב. חשב את אורך השוק AD.

ג. חשב את גודל הזווית DBF.

א. נניח אג' שאם הטרפז גם מקווקו צ' (B.T. בסנטר) ...



הטרפז שאלה שיקניים, נאטע אלוויוז אלו
שני האגפים מתקבליז שני אטוטים
ישנו צולל צהים, חסן

$$BT = AF$$

כמו כן מתקבל חסן CDFT חסן

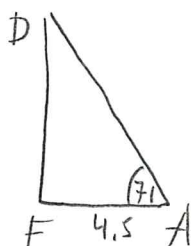
$$FT = CD = 15$$

חסן

$$AF = \frac{24 - 15}{2} = 4.5$$

$AF = 4.5$

ב. נמצא אלו AD במטולט ישנו הצולל AFD



אלט: $AF = 4.5$

$\angle A = 71^\circ$

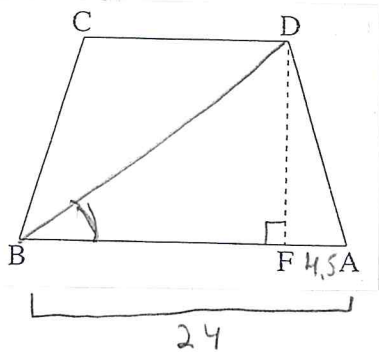
$$\cos 71^\circ = \frac{4.5}{AD}$$



$$AD = \frac{4.5}{\cos 71^\circ}$$

$$AD = 13.82$$

$$AD = \approx 13.82 \quad \text{תשובה!}$$



ג. נדגים את אלו כאלו BD ונקרא

את זווית DBF

נמצא את זווית DBF

במשולש DBF ישר הזווית

נמצא תחילה את אורך הצלע BF

$$BF = AB - AF = 24 - 4.5 = \approx 19.5$$

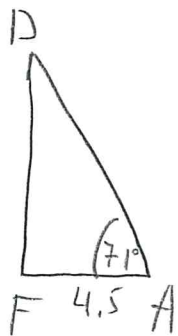
נמצא את אורך הצלע DF במשולש ישר הזווית

DFA

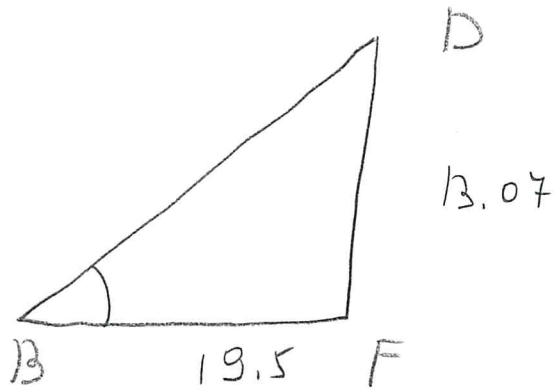
$$\tan 71^\circ = \frac{DF}{4.5}$$

$$DF = 4.5 \times \tan 71^\circ$$

$$DF = \approx 13.07$$



לפי אג הנתונים טריקולנו במעלת BFD.



$$\tan *B = \frac{13.07}{19.5}$$

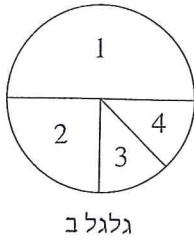
$$*B = 33.83^\circ$$



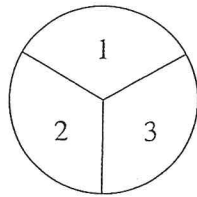
5. נתונים שני גלגלי מזל – גלגל א וגלגל ב (ראה ציור).

גלגל א מחולק לשלוש גזרות שוות שעליהן כתובים המספרים 1, 2 ו-3.

גלגל ב מחולק לארבע גזרות:



גלגל ב



גלגל א

גזרה שהיא $\frac{1}{2}$ מהעיגול ועליה כתוב המספר 1,

גזרה שהיא $\frac{1}{4}$ מהעיגול ועליה כתוב המספר 2,

גזרה שהיא $\frac{1}{8}$ מהעיגול ועליה כתוב המספר 3,

ועוד גזרה שהיא $\frac{1}{8}$ מהעיגול ועליה כתוב המספר 4.

מסובבים כל אחד מהגלגלים פעם אחת.

א. מהי ההסתברות שגם גלגל א וגם גלגל ב ייעצרו על המספר 3?

ב. מהי ההסתברות שסכום המספרים ששני הגלגלים ייעצרו עליהם יהיה 5?

ג. מהי ההסתברות שהמספר שעליו ייעצר גלגל א יהיה גדול יותר מהמספר שעליו ייעצר גלגל ב?

תשובה

א. ההסתברות שהגלגל א ייעצר על המספר 3 הוא $\frac{1}{3}$.

ההסתברות שהגלגל ב ייעצר על המספר 3 הוא $\frac{1}{8}$.

לכן ההסתברות ששני הגלגלים ייעצרו על המספר 3 הוא:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

$$P = \frac{1}{24}$$

ד. נמצא את התכונה שבהם סכום המספרים



בטני האלפים יהיה 5. אלפים ב' אלפים א'

1	4	—	מקנה א'
2	3	—	מקנה ב'
3	2	—	מקנה ג'

לחטק א' ההסתברות של 1 הוא $\frac{1}{3}$ מהמקרים?
מקנה א' - ההסתברות זקנה 1 האלפים א' היא $\frac{1}{3}$
ההסתברות זקנה 4 האלפים ב' היא $\frac{1}{8}$

חזק:

$$P\left(\begin{matrix} \text{מקנה} \\ \text{א' ב'} \end{matrix}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

מקנה ב' - ההסתברות זקנה 2 האלפים א' היא $\frac{1}{3}$
ההסתברות זקנה 3 האלפים ב' היא $\frac{1}{8}$

$$P\left(\begin{matrix} \text{מקנה} \\ \text{ב' ג'} \end{matrix}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

חזק:

מקנה ג' - ההסתברות זקנה 3 האלפים א' היא $\frac{1}{3}$
ההסתברות זקנה 2 האלפים ב' היא $\frac{1}{4}$



חסן:

$$P\left(\begin{matrix} \text{מקנייה} \\ \bar{E} \end{matrix}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

מחבב את ההסתברות שקובלנו:

$$P = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P = \frac{1}{6}$$

ג. (מבין את המקומות שבהם האסטרטגיה יוצאת ג'לגל או י'היה ג'דול מהאסטרטגיה יוצאת ג'לגל ק.

ג'לגל א	ג'לגל ק		מקנה א
2	1	→	מקנה א
3	1	→	מקנה ב
3	2	→	מקנה ג



שתיקראו ההסתברות של אחר 3 מטלות במקרים:

ההסתברות של יעצור 2 הוא $\frac{1}{3}$

ההסתברות של יעצור 1 הוא $\frac{1}{2}$

ואכן

$$P_{\binom{מקרה}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

ההסתברות של יעצור 3 הוא $\frac{1}{3}$

ההסתברות של יעצור 1 הוא $\frac{1}{2}$

ואכן

$$P_{\binom{מקרה}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

ההסתברות של יעצור 3 היא $\frac{1}{3}$

ההסתברות של יעצור 2 הוא $\frac{1}{4}$

ואכן

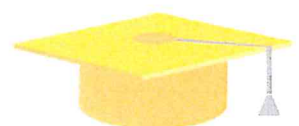
$$P_{\binom{מקרה}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$



לחקור את ההסתברות ונקבל:

$$P = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P = \frac{5}{12}$$



למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



6. ציוני תלמידים במבחן ארצי מתפלגים נורמלית.

סטיית התקן של הציונים היא 8.

16% מן הציונים גבוהים מ-80.

א. מהו הממוצע של ציוני הנבחנים?

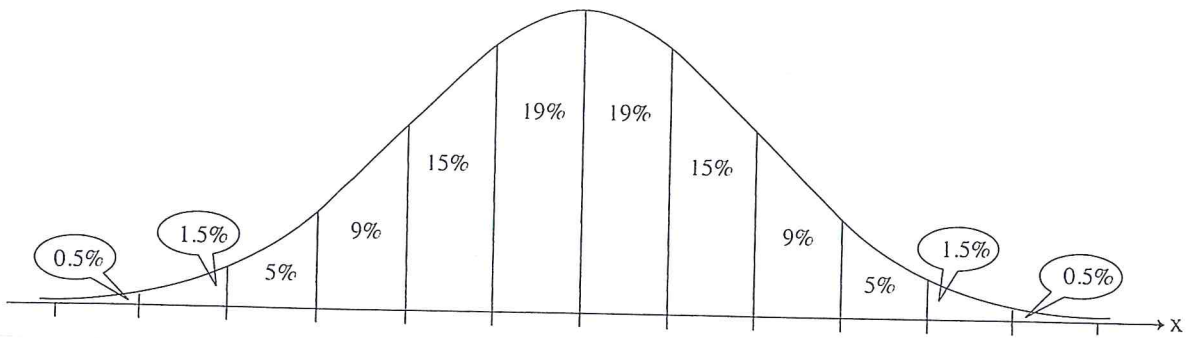
ב. בוחרים נבחן באקראי. מהי ההסתברות שציונו במבחן נמוך מ-56?

ג. הוחלט שהתלמידים שציוניהם הם הגבוהים ביותר יקבלו תעודת הצטיינות.

התלמידים שקיבלו תעודת הצטיינות הם 7% מכלל הנבחנים.

הציון של דביר הוא 83. האם הוא קיבל תעודת הצטיינות? נמק.

לפניך גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. היעזר בו בחישוביך.



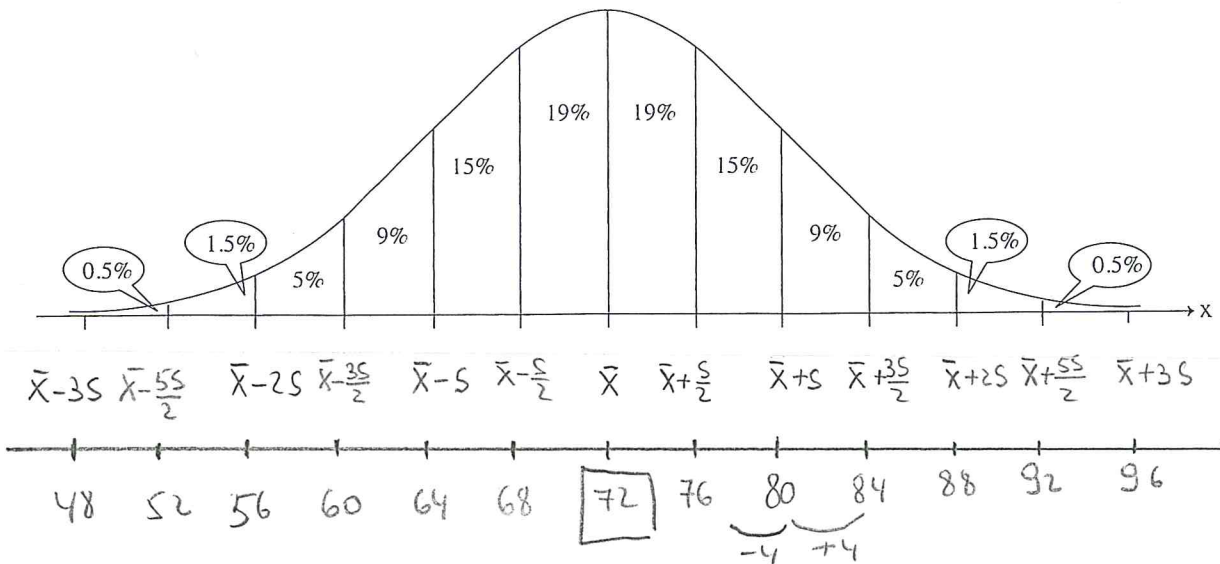
א. (מצא את הציון ש-16% מהציונים גבוהים ממנו.)

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$$

מכאן שהציון 80 נמצא סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

נוטים את הציון 80 בערך ההתפלגות.





מהציון 80 ננטים על הגרף את הציונים הנמוכים:
 נתון סטיית התקן היא 8 ולכן חצי סטיית תקן הוא $\frac{8}{2}$ כואמי 4.

נוסיף את הציונים הגבוהים מ-80 עד הוסמת 4
 הציון 80 וכן הלאה. זהה נוסף את הציונים הנמוכים מ-80 עד
 הוכרז 4 מהציון 80 וכן הלאה. (נאלו הגרף)
 קיבלנו שממוצע הציונים הוא **72**

$$\bar{x} = 72$$

נחסי את האחוזים שממילא ל-56 ולקבל:
 $0.5\% + 1.5\% = 2\%$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$P = \frac{2}{100} = \boxed{0.02}$$

ש. ג' מצא גחילה אג הציור 7% מהמציבים
קיבלו ציור אגדה ממנו.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

ג' ה' הגרף שהקאנו בסעיף א' הציור 7% מהמציבים
קיבלו יותר ממנו הוא 84.

אם כן היתמציבים שיקבלו תשובת הציור הם אלה
שיקבלו ציור אגדה מ-84.

הציור ש' ציבר הוא 83 חסן צביק זא קיבל
תשובת הציור.

תשובה: צביק זא קיבל תשובת הציור

