

# פתרון הבחינה במתמטיקה

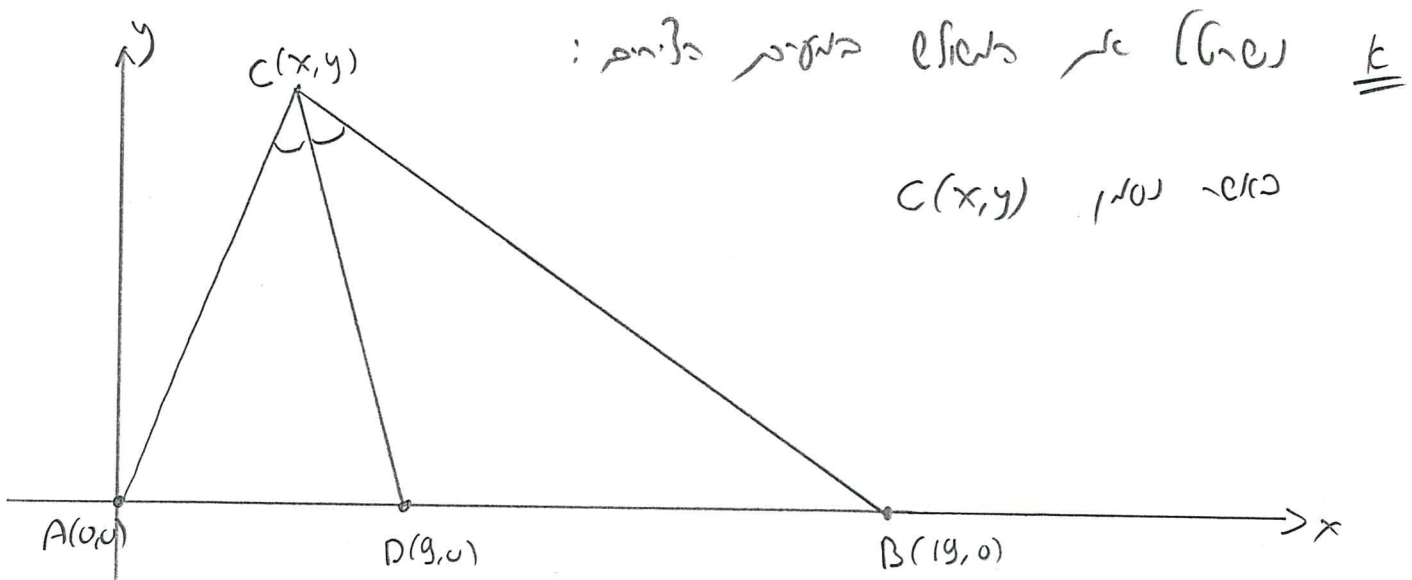
חורף תשע"ח, 2018, שאלון: 35582 עפ"י תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית.  
שאלון שני מ-5 יח"ל.  
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. נתונות הנקודות:  $A(0, 0)$ ,  $B(19, 0)$  ו-  $D(9, 0)$ .
- א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות  $C$ , שעבורן  $CD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ .
- ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש  $ABC$  שנבנה באופן המתואר בסעיף א?
- ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות  $C$  שעבורן הצלע  $BC$  במשולש  $ABC$  משיקה למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א.  
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



בסוף -  $CD$  חוצה זווית  $\angle C$  ב-  $\triangle ABC$  נשתמש:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD} \quad (*)^2$$

$$\frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{BD^2}$$



לפי ההיסק בין שתי נקודות:

$$\frac{x^2 + y^2}{(x-19)^2 + y^2} = \frac{(9-0)^2}{(19-9)^2}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{(x-19)^2 + y^2} = \frac{81}{100}$$

$$81(x-19)^2 + 81y^2 = 100x^2 + 100y^2$$

$$81x^2 - 3078x + 29241 + 81y^2 = 100x^2 + 100y^2$$

$$0 = 19x^2 + 19y^2 + 3078x - 29241 \quad /:19$$

$$0 = x^2 + y^2 + 162x - 1539$$

$$0 = (x+81)^2 + y^2 - 8100$$

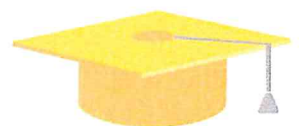
$$(x+81)^2 + y^2 = 8100$$

הנקודה הממוקדת היא מרכז המעגל שמימנו  $(-81, 0)$

רדיוס 90

לפי נק' החיתוך של המעגל עם ציר ה-x, עברו לנו נק'

שמות ABC :  $(9, 0)$   $(-171, 0)$



ב) נמצא שטח  $\triangle ABC$  מקסימלי,

כאשר הבסיס  $AB$  הינו בסיס זקוף  $AB = 19$

נניח כי אורך  $h$  של  $\triangle$  יהיה מקסימלי,

אכן הנקודה  $C$  צריכה להיות ממוקדת מנייה  $h = x$

מכיוון שהיא שייכת למעגל שמרכזו בנקודה  $A'$

למרחק מקסימלי מנייה  $h = x$  למרחק צריך להיות הגדול

$$C(-81, 90)$$

לכן שטח המשולש המקסימלי:

$$S_{ABC} = \frac{19 \cdot 90}{2} = 855$$

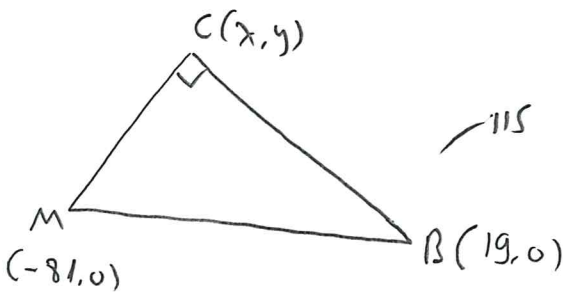


הנקודה C שייך למעגל בקוטר BC

היותו ניצב למשך בקוטר הישנה:  $MC \perp BC$

M-מרכז המעגל

בך  $\triangle MCB$  הינו משולש ישר-זווית



$$m_{MC} \cdot m_{BC} = -1$$

תנאי ניצבנות:

$$\frac{y}{x+81} \cdot \frac{y}{x-19} = -1 \rightarrow y^2 = -(x+81)(x-19)$$

$$y^2 + x^2 = -62x + 1539$$

נכפול ב-1 כי קינינו סימן למעגל שגורונו בסוף א'

$$(x+81)^2 + y^2 = 8100$$

למיון נכפול מעתה שם שני משוואות עם שני משוואים:



$$y^2 + x^2 + 62x = 1539$$

$$y^2 + (x+31)^2 = 8100$$

---


$$(x+31)^2 - x^2 - 62x = 6561$$

$$100x + 31^2 = 6561$$

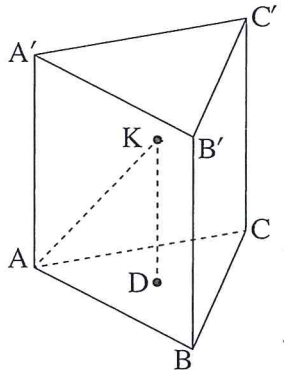
$$100x = 0$$

$$x = 0$$

$$y^2 = 1539 \rightarrow y = \pm 9\sqrt{19}$$

$C(0, 9\sqrt{19}) \quad C(0, -9\sqrt{19})$





2.  $ABCA'B'C'$  היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע ב- $a$ .

$ABCK$  היא פירמידה ישרה.  $DK$  הוא גובה בפירמידה  $ABCK$ , כמתואר בציור.

נתון:  $DK = t \cdot AA'$ ,

נפח המנסרה  $ABCA'B'C'$  גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה  $ABCK$ .

א. חשב את  $t$ .

ב. מצא את הזווית בין המישור  $ABK$  למישור  $ABC$ .

נתון: נפח הפירמידה  $ABCK$  הוא  $12\sqrt{3}$ .

ג. מצא את  $a$ .

נתון: הקודקוד  $A$  נמצא בראשית הצירים, הקודקוד  $A'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ ,

והקודקוד  $C$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $y$ .

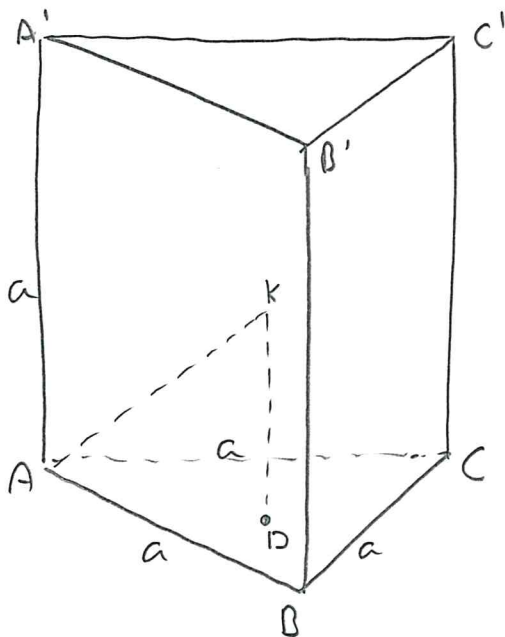
שיעורי הקודקוד  $B$  הם חיוביים.

ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד  $B'$ .

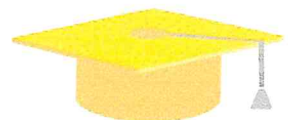
(2) מצא את משוואת המישור  $AB'K$ .

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

א ננסה ישרה של מקצועותיה שווים  $a$  ונניח  $a=1$



$$DK = t \cdot AA'$$



נפח מנסרה:  $V_{\text{מנסרה}} = \frac{\text{שטח בסיס} \times \text{גובה}}{3} = S_{\Delta ABC} \cdot AA'$

נפח פיגורה:  $V_{\text{פיגורה}} = \frac{\text{שטח בסיס} \times \text{גובה}}{3} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot KD$

$V_{\text{מנסרה}} = 4 \frac{1}{2} \cdot V_{\text{פיגורה}}$

$S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 4 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot KD$

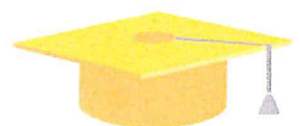
$\cancel{S_{\Delta ABC}} \cdot AA' = \frac{3}{2} \cdot \cancel{S_{\Delta ABC}} \cdot KD \rightarrow \boxed{t = \frac{2}{3}}$

$\cong$  זווית בין שני משולשים שווה לזווית שבין שני אנכים  
על-יחס התיכון  $AB$

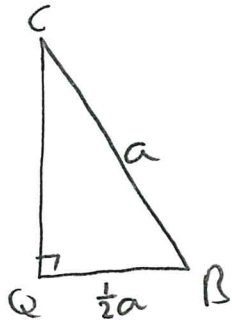
נשאל  $Q$  - אמצע  $AB$

$KQ \perp AB$  - פיגורה ישרה, ולכן  $AK = KB$  ולכן התיכון  $KQ$  הוא אוקה

$CQ \perp AB$  - נתון כי הבסיס  $\Delta ABC$  שווה ולכן התיכון  $CQ$  הוא אוקה







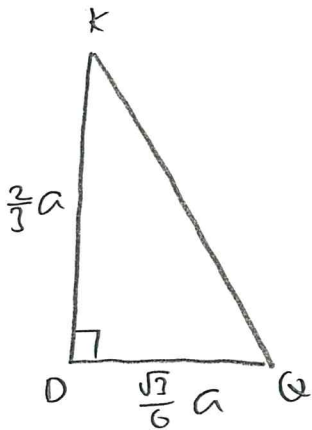
נסתם  $\triangle CQB$

דפי נ.פיטגורס:  $CQ = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

D - מפא תיכונק  $\triangle ABC$

$DQ = \frac{1}{3} CQ = \frac{\sqrt{3}}{6}a$  - קדור מפא תיכונק נחלקר  $\triangle$  תיכונ  
ביחס  $\triangle$  2:1

מסול  $K$   $KD = EA'A' = \frac{2}{3}a$



נסתם  $\triangle KQD$

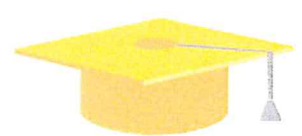
$\tan \angle KQD = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{\sqrt{3}}{6}a} = \frac{4}{\sqrt{3}} \rightarrow \angle KQD = 66.59^\circ$

$S_{\triangle ABC}$  : נגנו תחילא

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$V = \frac{S_{\triangle ABC} \cdot DK}{3}$

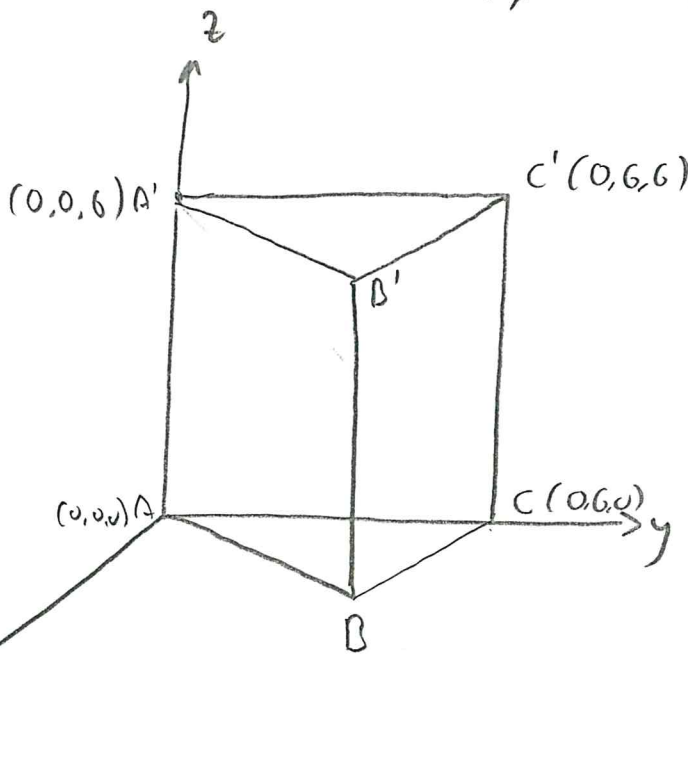
נתון נפר כפיחיליה:



$$12\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{2}{3} a$$

$$a^3 = \frac{3}{2} \cdot 144 \rightarrow \boxed{a=6}$$

2 (1) (1) (1) = 6 במישור ה-xy:

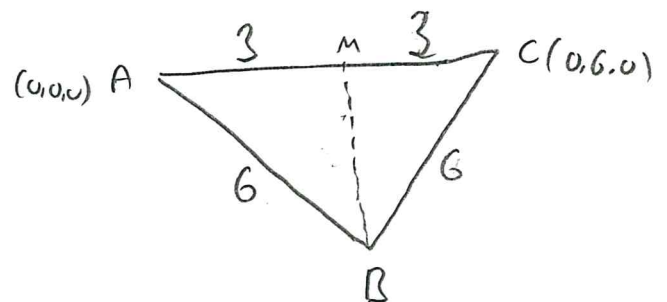


משולש ABC שטחו 6

משולש ABM ישר זווית ב-M

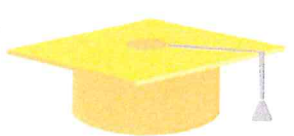
$$BM = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$B(3\sqrt{3}, 3, 0)$$



למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע

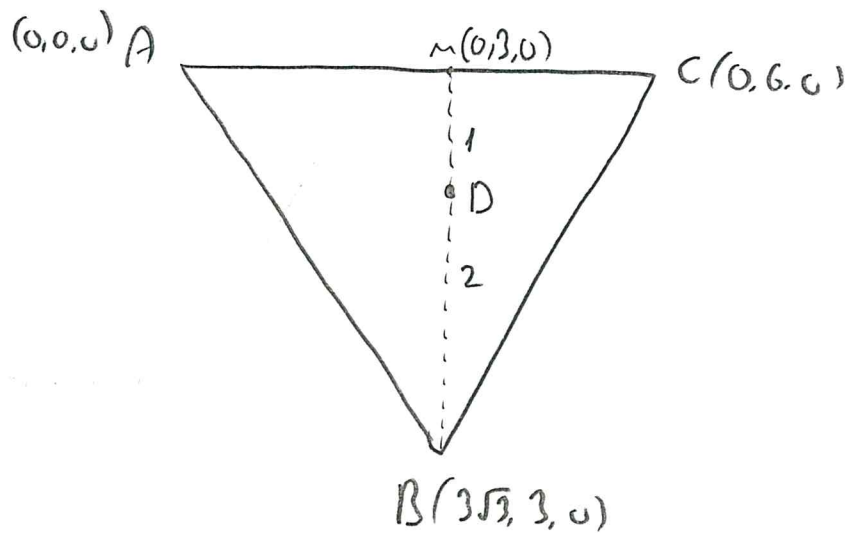
הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



$$B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$$

למכאן הדוגמה : B'

(2) הנ' D הנ' מפל תיכונים ב-  $\triangle ABC$



קדור מפל תיכונים בשולש, מחלקת את היסוד ביחס של 2:1

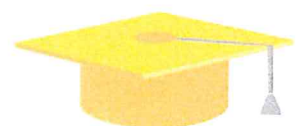
$$x_D = \frac{2 \cdot 0 + 3\sqrt{3} \cdot 1}{2+1} = \sqrt{3}$$

$$y_D = \frac{3 \cdot 2 + 3 \cdot 0}{2+1} = 3$$

$$\rightarrow D(\sqrt{3}, 3, 0)$$

$$\downarrow$$

$$K(\sqrt{3}, 3, 4)$$



מכיון שהצורה של המישור היא  $AB'K$

סב' 3 הנקודות:  $A(0,0,0)$ ,  $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$ ,  $K(\sqrt{3}, 3, 4)$

$$\overline{AB'} = (3\sqrt{3}, 3, 6)$$

$$\overline{AK} = (\sqrt{3}, 3, 4)$$

אם משפט הנצטרף הוא  $(a, b, c)$  נצטרף אליו-  
 ולכן נצטרף אליו-  $(\sqrt{3}, 3, 4)$ ,  $(3\sqrt{3}, 3, 6)$

$$(a, b, c) \cdot (\sqrt{3}, 3, 4) = 0$$

$$(a, b, c) \cdot (3\sqrt{3}, 3, 6) = 0$$

$$I \quad \sqrt{3} \cdot a + 3b + 4c = 0$$

$$II \quad 3\sqrt{3}a + 3b + 6c = 0$$



$$II - 3 \cdot I: \quad -6b - 6c = 0. \quad \rightarrow \quad b = -c.$$

$$: c = 1 \quad \text{נבחר}$$

$$b = -1$$

$$\sqrt{3}a - 3 + 4 = 0$$

$$: I - 3 \quad \text{נבחר}$$

$$\sqrt{3}a = -1 \quad \rightarrow \quad a = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{3}}x - y + z + d = 0$$

הגישו סוגו זמן האם הנתיב :  $d = 0$

$$\frac{-1}{\sqrt{3}}x - y + z = 0 \quad / \cdot \sqrt{3}$$

$$\boxed{-x - \sqrt{3}y + \sqrt{3}z = 0.}$$



3. א. פתור את המשוואה  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$ .

נסמן ב- $w$  את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

$a_n$  היא סדרה חשבונית.  $w$  הוא איבר בסדרה וגם  $1$  הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה:  $a_n = 1 + b \cdot i$ .  $b$  הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה  $(1, 0)$ ,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

3. ב.  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$  .c

$$A = 1 \quad B = -5 + 2i \quad C = 7 + i$$

$$z_{1,2} = \frac{5 - 2i \pm \sqrt{(-5 + 2i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (7 + i)}}{2} = \frac{5 - 2i \pm \sqrt{-7 - 24i}}{2}$$

$$\# -7 - 24i = (x + yi)^2$$

$$I \quad -7 = x^2 - y^2$$

$$II \quad -24 = 2xy \rightarrow y = -\frac{12}{x}$$

I 3 יב לטוב

$$-7 = x^2 - \left(-\frac{12}{x}\right)^2$$

$$-7 = x^2 - \frac{144}{x^2} \quad | \cdot x^2$$

$$x^4 + 7x^2 - 144 = 0$$

$$x^2 = 9 \quad x^2 = -16$$



$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x^2 = -16$$

(כס)

$$y = \pm 4$$

$$3-4i, -3+4i$$

נחזור ונזכיר בנוסחת השורשים:

$$z_{1,2} = \frac{5-2i \pm (3-4i)}{2} \begin{cases} \rightarrow z_1 = 4-3i \\ \rightarrow z_2 = 1+i \end{cases}$$

פתרונות המשואה הם:

$$\boxed{z_1 = 4-3i \quad z_2 = 1+i}$$

$$|z_1| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \quad |z_2| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

ב (ו)

$z_2$  קרום יותר מרמשי וזמן  $w = z_2$ .

מאתר וק"מ"ים בסדרה התשובות שני איברים

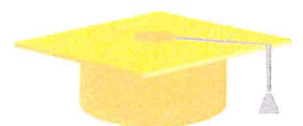
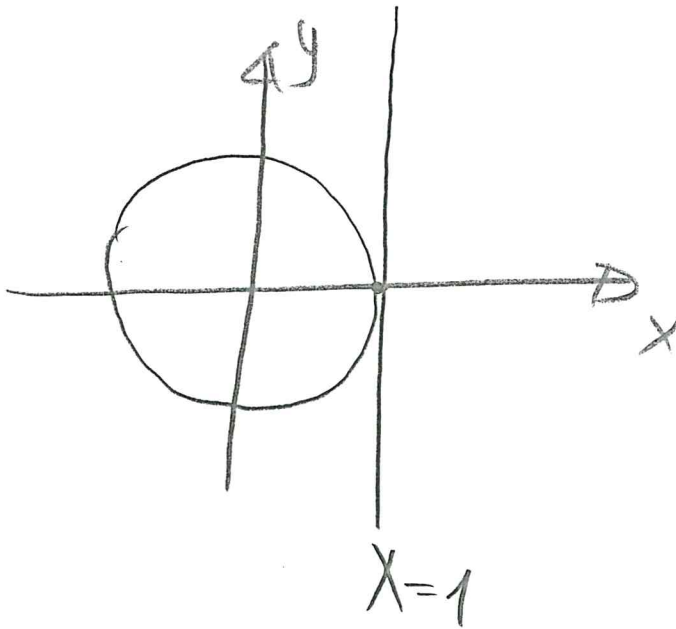
בעלי רכיב ממשי זהה ורכיב המזומה שונה ניתן להסיק שהרכיב הממשי של ההפרש הוא אפס והרכיב המזומה של ההפרש שונה מאפס.

סכן ניתן למצוא איבר כללי בסדרה  $a_n = 1+bi$ :



ב (2) אולם ה האיברים בסדרה החשבונית  
הנתונה מונחים על הישר האנכי  $x=1$   
שמשיק למעגל היחידה, ולכן כל האיברים  
נמצאים מחוץ למעגל היחידה.

כאן ציור:





4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי  $a$  מתקיים:  $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$ . תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. (1)  $g(x)$  היא פונקציה המקיימת:  $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$ .

הוכח שהפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה איזוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים  $b$  ו- $c$  המקיימים  $0 < b < c$  מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

א) (1)  $e^x + 1 \neq 0$ , נבדוק את המאפיין הזה :

$$e^x + 1 \neq 0$$

$$e^x \neq -1$$

הביטוי המעריכי הינו ביטוי חיובי בלבד, לכן אי שוויון זה

$e^x > 0$

נכון לכל  $x$  :



(2) תחום שלילי יגמר בלש-  $f'(x) > 0$

תחום חיובי יגמר בלש-  $f'(x) < 0$

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x+1) - e^x \cdot e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x(e^x+1-e^x)}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$$

לפי הליווה ולפי הליווה בקיטו. כנראה חיובי. על  $x$

לפי  $f(x)$  על  $x$

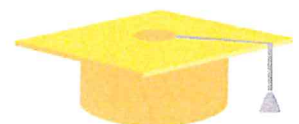
(3) נבדוק את הנקודה בנקודה.  $f''(x) = 0$  שכן בנקודה.

$$f''(x) = \frac{e^x(e^x+1)^2 - e^x \cdot 2(e^x+1) \cdot e^x}{(e^x+1)^4} =$$

$$= \frac{e^x(e^x+1)[e^x+1-2e^x]}{(e^x+1)^4} = \frac{e^x(e^x+1)(1-e^x)}{(e^x+1)^4} = 0$$

$$e^x \cdot (e^x+1) \cdot (1-e^x) = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \neq 0 & \neq 0 & e^x = 1 \rightarrow x = 0 \end{matrix}$$



נוגד נק' פיתול ע"י הסתגלות עם סימן הנגזרת השנייה  
סביב הנק' החשובה:

x	-1	0	1
f''(x)	+	0	-
	∪		∩

$f''(-1) < 0$   
 $f''(1) < 0$

הפונקציה משנה את תחום קדמותה

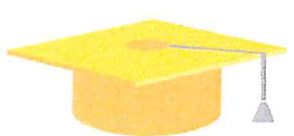
$f(0) = \frac{e^0}{e^{0+1}} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{(0, \frac{1}{2})}$  נקודת פיתול

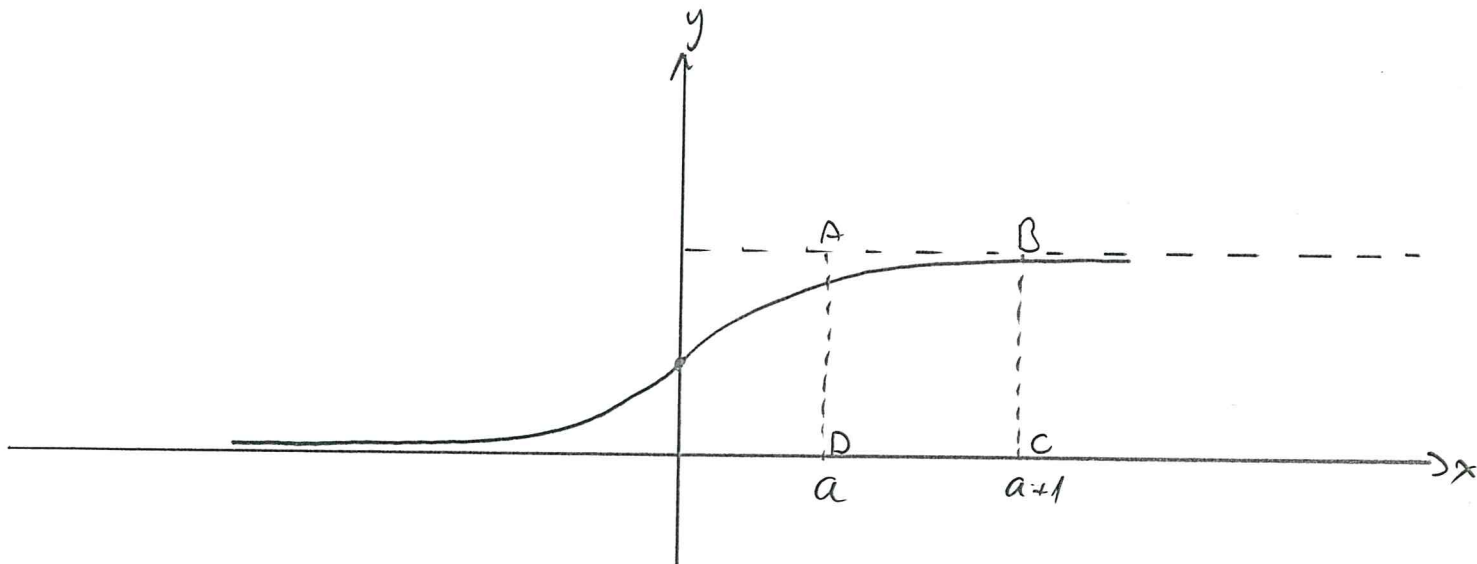
(4) למציאת אסימטוטה אנכית:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x} = 1 \rightarrow \boxed{y = 1}$  עכיון צ"ה -x החשוב

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{0}{1} = 0 \rightarrow \boxed{y = 0}$  עכיון צ"ה -x השלילי

לפונקציה אין אסימטוטה אנכית, לכן אין צורך במציאת נקודות אלו.





ק ניגדני בסטרום ונסמן סליו אר היביוץ ABCD

$$CD = a+1 - a = 1$$

$$BC = 1 - 0 = 1$$

$$S_{\text{היביוץ}} = 1^2 = 1$$

הסטר שנגרמו בין אר הפונקציה לבין הי-א בין a - a+1

מוכל בגוון היביוץ ABCD

ולכן דטו ממנו ומכיון

$$\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$$

כט-ק



$g(-x) = -g(x)$       ל (1) ל גנאי לאי סולטר

$g(x) = f(x) - \frac{1}{2}$       כאלו להנתון, להקיים:

$$g(-x) = f(-x) - \frac{1}{2} = \frac{e^{-x}}{e^x + 1} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{e^x}}{\frac{1}{e^x} + 1} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{e^x}}{\frac{1 + e^x}{e^x}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + e^x} - \frac{1}{2} = \frac{2 - 1 - e^x}{2(1 + e^x)} = \frac{1 - e^x}{2(1 + e^x)}$$

$$g(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} - \frac{1}{2} = \frac{2e^x - 1 - e^x}{2(1 + e^x)} = \frac{e^x - 1}{2(1 + e^x)} = - \frac{1 - e^x}{2(1 + e^x)}$$

$g(-x) = -g(x)$       ל ל כיוון

ולכן, נא  $g$  היא פונקציה אי-סולטר

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



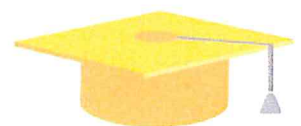
$$\begin{aligned}
 & -c \int^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \quad (2) \\
 & = \int^{-b} (g(x) + \frac{1}{2}) dx + \int_b^c (g(x) + \frac{1}{2}) dx = \\
 & = \int^{-b} g(x) dx + \frac{1}{2} x \Big|_{-c}^{-b} + \int_b^c g(x) dx + \frac{1}{2} x \Big|_b^c =
 \end{aligned}$$

הפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית ולכן היא  $k$  נגד  
 כל סימטריה נגדית במישור הרייטינג והכיוון:

$$\int_b^c g(x) dx = - \int^{-b} g(x) dx$$

כך שבסופו האינטגרל שלנו נשאר רק עם האינטגרל:

$$\frac{1}{2} x \Big|_{-c}^{-b} + \frac{1}{2} x \Big|_b^c = \frac{-1}{2} b + \frac{1}{2} c + \frac{1}{2} c - \frac{1}{2} b = \boxed{c - b}$$



5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$ .  $n$  הוא מספר טבעי.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (2) סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו- $x = e^2$  סביב ציר ה- $x$ . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$ . מצא את  $n$ .
- ב. הצב בפונקציה  $f(x)$  את  $n$  שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
 (2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ . לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y = 0$ .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = f(x) + m$ ,  $m \neq 0$ , הוא פרמטר. נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$ .
- (1) מצא את  $m$ .  
 (2) עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$  פתרון יחיד?

1c (1) תחום ההגדרה לפונקציה ולפונקציה היש-ע  
 שנגזרת בהכרח היא  $x > 0$

(2) לחיתוך עם ציר ה- $x$  שיהיה  $f(x) = 0$

$$\frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}} = 0 \rightarrow \ln x = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow \boxed{(1, 0)}$$



2 הביטוי לפניו את סביב מתקבל להיחס  $V = \pi \int f^2(x) dx$

דכ/:

$$\frac{32\pi}{2n+1} = \pi \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^{2n}}{x} dx$$

לפתרון האינטגרל נבחר לשנות אינטגרנד זה:

$$\ln x = u$$

$$\frac{1}{x} dx = 1 \cdot du \rightarrow dx = x \cdot du$$

$$\int \frac{(\ln x)^{2n}}{x} dx = \int \frac{u^{2n}}{x} \cdot x \cdot du = \int u^{2n} du = \frac{u^{2n+1}}{2n+1} = \frac{(\ln x)^{2n+1}}{2n+1}$$

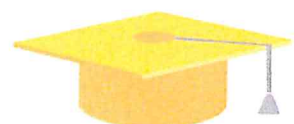
נחזור לאינטגרל הישן בביטוי לפניו את היחסים:

$$\frac{32\pi}{2n+1} = \pi \left. \frac{(\ln x)^{2n+1}}{2n+1} \right|_1^{e^2}$$

$$32 = (\ln e^2)^{2n+1} - (\ln 1)^{2n+1}$$

$$32 = 2^{2n+1}$$

$$2^5 = 2^{2n+1} \rightarrow 5 = 2n+1 \rightarrow \boxed{n=2}$$





$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} \quad (1) \quad \underline{\underline{=}}$$

תנאי כמותי לקיצון פנימי:  $f'(x) = 0$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} - (\ln x)^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\ln x (2 - \frac{1}{2} \ln x)}{x \cdot \sqrt{x}} = 0$$

$$\ln x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 - \frac{1}{2} \ln x = 0$$

$$x = 1$$

$$\ln x = 4$$

$$x = e^4$$

נלמד את טווח הקיצון סביב נקודת המזון הנטוה היחידה איננה אמצע הטבלה:

x		0	1/2	1	e	e <sup>4</sup>	e <sup>6</sup>
f'(x)	///	///	-	0	+	0	-
			↘		↗		↘

$$f'(\frac{1}{2}) < 0$$

$$f'(e) > 0$$

$$f'(e^6) < 0$$

(הצבה של הערכים e ו- e<sup>6</sup> מבין שניהם עולה עולה אז עתה הנטוה בעבור ערכים אלו לא נמצא עתה המסבון)



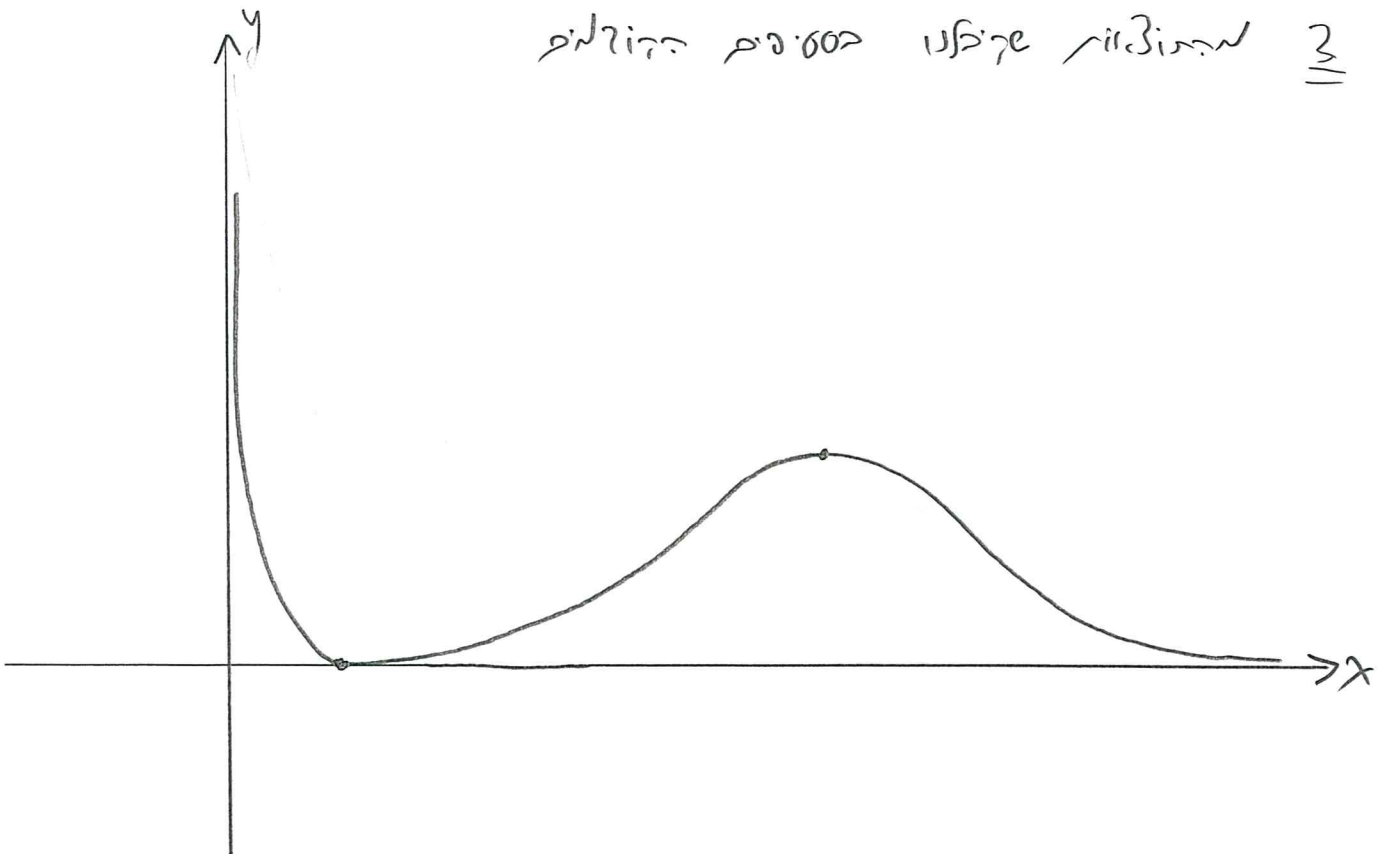
$$f(1) = 0 \qquad f(e^4) = \frac{16}{e^2}$$

$(1, 0) \text{ min} \qquad (e^4, \frac{16}{e^2}) \text{ max}$

ל (2) אר האסמבלאציה האנדר נגדו בסגים תחום הגרפה:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} = \infty \quad \rightarrow \quad \boxed{x=0}$$

ל (3) אר האסמבלאציה האנדר סקיצנו בסגים הגדולים



למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



ק (1) כתיב שהיא  $g(x)$  יסך ערכי  $x$ ,

נקודת המינימום צריכה להיות נקודת הקיצון של הפונקציה

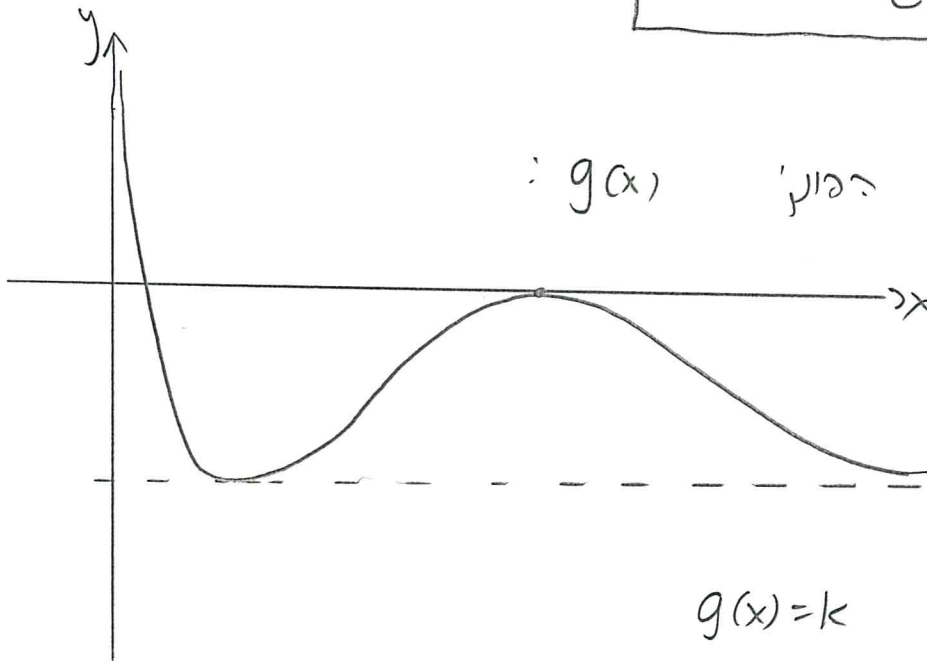
עכשיו נקודת המינימום  $x = e^4$

הפונקציה  $g(x)$  היא הנמצאת של  $f(x)$  כלפי מטה בסך של  $\frac{16}{e^2}$

$$m = -\frac{16}{e^2}$$

למכיון

(2) נשאל אם היא הפונקציה  $g(x)$ :



$$y = -\frac{16}{e^2}$$

מכאן, למשוואה  $g(x) = k$

יש פתרון יחיד בערכי  $x$ :

$$k = -\frac{16}{e^2},$$

$$k > 0$$

