

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

חורף תשע"ח, 2018, שאלון: 35382 עפ"י תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית.  
שאלון שלישי מ-3 יח"ל.  
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. מחירו של שולחן הוא פי 2 יותר ממחירו של כיסא.  
 במבצע מכירות הוזל מחיר השולחן ב-15%, ומחירו של הכיסא הוזל ב-25%.  
 אלי קנה שולחן אחד ו-3 כיסאות במחירי המבצע ושילם 1,343 שקלים סך הכול.  
 א. חשב מה היה המחיר של כיסא לפני המבצע, ומה היה המחיר של שולחן לפני המבצע.  
 בתקציב של אלי היה אפשר לקנות בדיוק שולחן אחד ו-3 כיסאות במחיר שלפני המבצע.  
 ב. האם סכום הכסף שחסך אלי בזכות המבצע יספיק לקניית עוד כיסא? נמק.

א. קניית נעליים

$$\begin{aligned}
 & X - \text{מחיר כיסא לפני המבצע} \\
 & 2X - \text{מחיר שולחן לפני המבצע} \\
 \hline
 & \text{קניית משלוח}
 \end{aligned}$$

מחיר שולחן הוציא - 15%, זכנן מחירו לאתר הנוצרי  
 כאלו צימ כואל 85% ממחירו היתרתי  
 כואל 85% מ- $2X$  :  
 נקבל:

$$\frac{85}{100} \cdot 2X = 1.7X$$

מחיר כיסא הוציא - 25%, זכנן מחירו לאתר הנוצרי  
 כואל 75% ממחירו היתרתי, כואל  
 75% מ- $X$  :  
 נקבל:

$$\frac{75}{100} \cdot X = 0.75X$$

נמידע ענ פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



המתואר:  $\text{מחיר טוחן} + 3 \text{ כוסות} = 1343$

$$1.7x + 3 * 0.75x = 1343$$

$$1.7x + 2.25x = 1343$$

$$3.95x = 1343 \quad / : 3.95$$

$$x = 340$$

תשובה: מחיר כוסה הוא 340 שקלים

מחיר טוחן הוא  $2x$

$$2 * 340 = \text{שקלים } 680$$

ג. הרכיב שאולי הוא:

מחיר טוחן זמני המרכיב + מחיר 3 כוסות זמני המרכיב

$$680 + 3 * 340 = 1700$$

אולי טיפס עבור הקנייה סכום הנסף שניתן לו הוא:

$$1700 - 1343 = 357$$

מחיר כוסה לאחר הוצאה גפה סוף סוף הוא  $0.75x$ .

מצאנו  $x = 340$ , ולכן מחיר כוסה לאחר הוצאה

הוא  $0.75 * 340$ , כלומר 255 שקלים.

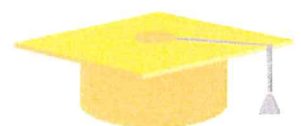


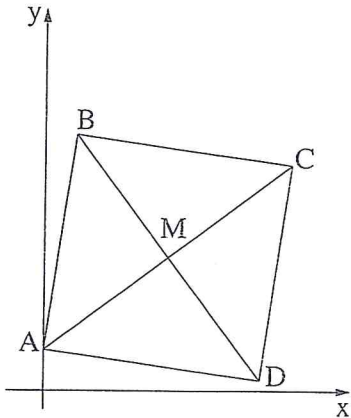
נסכין סכום הנסף שניתר אלמי אחרי הקנייה  
הוא 357 שקלים.  
אחרי ניסא אחרי הוציה הוא 255 שקלים.

$$357 > 255$$

אכן אלמי ווא זקנית ניסא נוסף.

תשובה: אלמי ווא זקנית ניסא נוסף





2. ABCD הוא ריבוע. הקודקוד A נמצא על ציר ה- $y$  (ראה ציור).

נתון: שיעור ה- $x$  של הקודקוד C הוא 24,

משוואת האלכסון AC היא  $y = \frac{3}{4}x + 4$ .

א. (1) מה הם שיעורי הקודקוד A?

(2) מצא את שיעור ה- $y$  של הקודקוד C.

M היא נקודת מפגש האלכסונים בריבוע ABCD.

ב. (1) מהו שיפוע האלכסון BD?

(2) מצא את משוואת האלכסון BD.

הישר BD חותך את ציר ה- $y$  בנקודה E.

ג. מצא את היקף המשולש AME.

א. (1) A נמצאת על ציר ה- $y$  ולכן שיעור ה- $x$  שלה הוא 0.

(2) מצא את שיעור ה- $y$  של הקודקוד C:

$$AC: y = \frac{3}{4}x + 4$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot 0 + 4 = 4$$

$$\boxed{A(0, 4)}$$

(2) ה- $x$  של הקודקוד C הוא 24, ולכן שיעור ה- $y$  של הקודקוד C הוא 22.

מצא את שיעור ה- $y$  של הקודקוד C:

$$AC: y = \frac{3}{4}x + 4$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot 24 + 4 = 22$$



$$Y(A) = 2/2$$

ק. (1) את כסוני הריקון מאנכיז זה רצה אכן מנהל  
 שיטותיהם היא -1, אלא השיבוך של האלכסון  
 האמצעי הוא הוכיח ונגזי השיבוך של האלכסון היטני.

$$\frac{3}{4} \cdot m_{BD} = -1$$

$$m_{BD} = \frac{-1}{\frac{3}{4}} = -1\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{הוכיז}} \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{לגזי}} -\frac{4}{3} = \boxed{-1\frac{1}{3}}$$

(2) נמצא את שיטותי הנקודה M.  
 את כסוני הריקון חלוצים זה את זה, אכן  
 M היא נקודת האמצע של האלכסון AC.

$$A(0, 4) \quad X_M = \frac{0+24}{2} = 12$$

$$C(24, 22) \quad Y_M = \frac{4+22}{2} = 13$$

$$M(12, 13)$$



מטואל BD :

$$m = -1\frac{1}{3}$$

$$M(12, 13)$$

$$y - 13 = -1\frac{1}{3}(x - 12)$$

$$y - 13 = -1\frac{1}{3}x + 16$$

$$\boxed{y = -1\frac{1}{3}x + 29} = \boxed{y = -\frac{4}{3}x + 29}$$

ע. נמצא את שיטת הנקודה E.

E נמצאת על ציר y חתך שיטת ה-x שלה הוא 0.

נציב  $x=0$  במטואל הארכסון BD שמצאנו קודם ונקבל:

$$BD: y = -1\frac{1}{3}x + 29$$

$$y = -1\frac{1}{3} \cdot 0 + 29 = 29$$

היקף מטואל AME הוא:

$$ME + MA + AE$$

נמצא את אורכי הצלעות ונתקין:



$$d_{ME} = \sqrt{(12-0)^2 + (29-13)^2} = 20$$

$$d_{MA} = \sqrt{(12-0)^2 + (13-4)^2} = 15$$

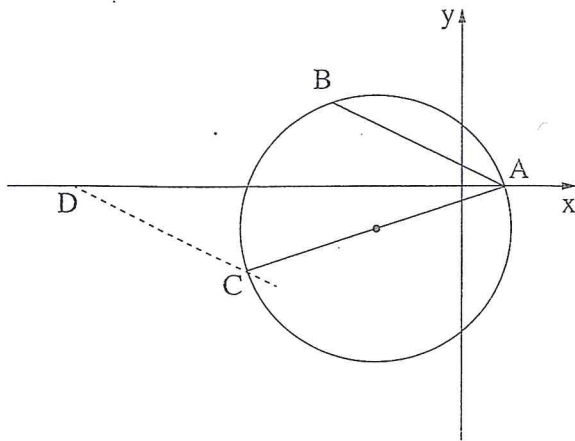
$$AE = 29 - 4 = 25$$

$$d_{\text{הממוצע}} = 20 + 15 + 25 = 60$$

היקף ממוצע AME הוא 60 יחידות







3. נתון מעגל שמשוואתו היא  $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 40$ .
- הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם החלק החיובי של ציר ה-x (ראה ציור).
- מצא את שיעורי הנקודה A.
  - נתונה הנקודה  $B(-6, 4)$ .
  - הראה כי הנקודה B נמצאת על המעגל.
  - הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-AC הוא קוטר במעגל.
  - מצא את שיעורי הנקודה C.
  - דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לישר AB.
  - מצא את משוואת הישר שהעבירו (הישר המקווקו בציור).
  - הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף ד חותך את ציר ה-x בנקודה D.
  - חשב את שטח המשולש ADC.

א. A היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה-x.  
 ולכן שיעור ה-y שלה הוא 0.  
 נציב  $y=0$  במשוואת המעגל ונקבל:

$$(x+4)^2 + (y+2)^2 = 40$$

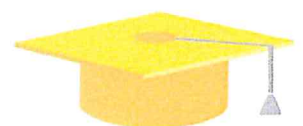
$$(x+4)^2 + (0+2)^2 = 40$$

$$(x+4)(x+4) + 4 = 40$$

$$x^2 + 4x + 4x + 16 + 4 - 40 = 0$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm 12}{2}$$



$$x_1 = 2 \quad x_2 = -10$$

מכיוון שאלו הם הנקודות A ו-B נמצא את החלק  
ההוא של ציר X, שנקרא X, הנקודה A הוא 2.

$$A(2, 0)$$

ג. נראה שנקודת הנקודה B מקיימת את משוואת המעגל.  
אם כן נציב את שיעורי הנקודה B במשוואת המעגל.

נקודת:

$$(x+4)^2 + (y+2)^2 = 40$$

$$B(-6, 4)$$

$$(-6+4)^2 + (4+2)^2 \stackrel{?}{=} 40$$

$$40 = 40$$

קיבלנו מסקנה אחרת וזוהי הנקודה B נמצאת  
על המעגל.

ד. מכיוון ש-AC הוא קוטר, איננו יודעים מהו נקודת

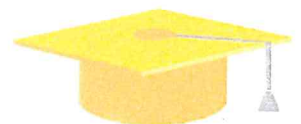
האמצע של הקוטר AC.

מגוון משוואת המעגל נקרא שנקודת איננו יודעים

היא  $(-4, -2)$ . נקודת איננו יודעים היא אמצע הקוטר AC.

נמצא את שיעורי הנקודה C באמצעות נוסחה

אמצע קוטר.



$A(2, 0)$   
 הנקודה  $(-4, -2)$   
 $C(x, y)$

נוקטא:  
 $-4 = \frac{2 + X_c}{2}$

$-8 = 2 + X_c$

$X_c = -10$

$-2 = \frac{0 + Y_c}{2}$

$-4 = 0 + Y_c$

$Y_c = -4$

$C(-10, -4)$

3. AB ונקודת CD - נקודת אמצע  
 נקודות אמצע הן בעל אותו שיפוע, ולכן

$m_{CD} = m_{AB}$

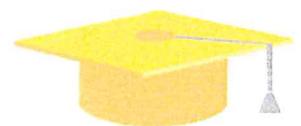
נמצא את השיפוע של AB בעזרת

הנקודות A ו-B

$A(2, 0)$

$B(-6, 4)$

$m_{AB} = \frac{0 - 4}{2 - (-6)} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$





משוואת הישר המקביל היא:

$$c(-10, -4) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 4 = -\frac{1}{2}(x + 10)$$

$$y + 4 = -\frac{1}{2}x - 5$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 9$$

ה. נמצא את שיעורי הנקודה D.  
 D נמצאת על ציר x ולכן שיעור ה-y  
 שלה הוא 0.

נציב  $y=0$  במשוואת הישר D ונקבל:

$$y = -\frac{1}{2}x - 9$$

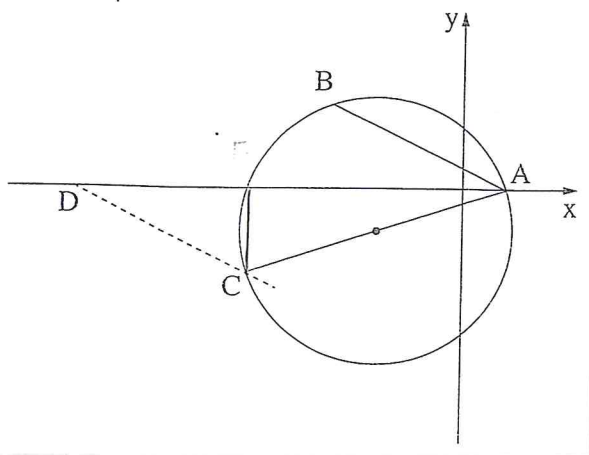
$$0 = -\frac{1}{2}x - 9$$

$$\frac{1}{2}x = -9$$

$$x = \frac{-9}{\frac{1}{2}} = -18$$

$$D(-18, 0)$$





כדי למצוא את שטח המשוש  $ACD$   
עלינו למצוא את אורך אחת הצלעות  
הגובה המורכב לצלע זו.  
נבחרו הצלע  $AD$ , ומקוואו צ  
נוריד גובה לצלע זו.

אורך הצלע  $AD$  שווה

$$AD = X_A - X_B = 2 - (-18) = 2 + 18 = 20$$

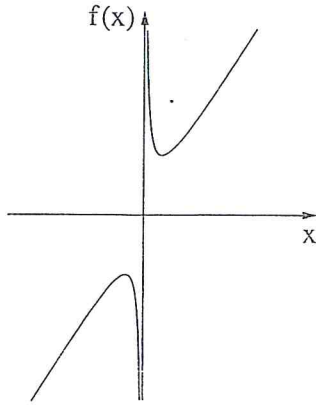
שיעורי הנקודה  $C$  הם  $(-18, -4)$  חתך אוקטנט  
הגובה שהוא האנך ממקוואו  $C$  לציר ה- $x$  הוא 4.

נקודות:  $(2, 0)$  ו- $(-18, -4)$

$$S_{\Delta ACD} = \frac{20 \cdot 4}{2} = 40$$

תשובה: שטח המשוש 40 יחידות





4. לפניך גרף הפונקציה  $f(x) = 4x + \frac{16}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן בהסתמך על הגרף.
- ג. בנקודה שבה  $x = 4$  העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - (1) מצא את שיפוע המשיק.
  - (2) מצא את משוואת המשיק.

- ד. (1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של שני המשיקים.

א. האכנה לא יכול להיות 0, ולכן תחום הפונקציה הוא  $x \neq 0$

ב. בנקודת הקיצון  $y' = 0$ .  
המשוואה היא:

$$f(x) = 4x + \frac{16}{x}$$

$$f'(x) = 4 - \frac{16}{x^2}$$

$$4 - \frac{16}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$4x^2 = 16 \quad / : 4$$



$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

כיוון שקיבלנו את שני הערכים של  $x$  היי, נקראם נציב את הערכים במשוואה הישנה:

$$f(x) = 4x + \frac{16}{x}$$

$$x_1 = 2$$

$$f(2) = 4 \cdot 2 + \frac{16}{2} = 16$$

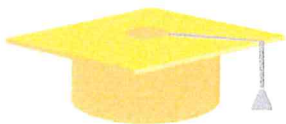
$$(2, 16)$$

$$x_2 = -2$$

$$f(-2) = 4(-2) + \frac{16}{-2} = -16$$

$$(-2, -16)$$

נקרא את סוג הקיצון של  $f$  בעזרת  
 נקודת המינימום נמצאת בקרוב הנגדי, סבן סגור  
 ה- $x$  וסגור ה- $y$  חלקים, ולכן הנקודה  $(2, 16)$   
 היא נקודת מינימום.  
 נקודת המקסימום נמצאת בקרוב הסגור סגור  
 סגור ה- $x$  וסגור ה- $y$  שליליים, ולכן הנקודה  
 היא נקודת מקסימום  $(-2, -16)$ .



מטואלג המטיק היא:

$$m=3$$

$$(4, 20)$$

$$y-20 = 3(x-4)$$

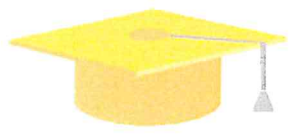
$$y-20 = 3x-12$$

$$y = 3x + 8$$

3. (1) המטיק בקולצת הקיצון מקיף לזכר ה-X  
 וזמן מטואלג היא מהצורה  
 לקולצת המקסימום טיקולנו בסוף ה היא  
 וזמן מטואלג המטיק הוא  $y = -16$

$$y = -16$$

(2) מטואלג המטיק בקולצת ה  $x=4$  נני  
 טיקולנו בסוף ה היא  $y = 3x + 8$   
 מטואלג המטיק בקולצת המקסימום היא  
 $y = -16$   
 לקולצת היתיק טנו המטיקום תיקב





$(2, 16)$	מ'נימ'ם
$(-2, -16)$	מ'סימ'ם

ג. (1) למצוא שינוע נצוק  $x=4$  קשורת של הפונקציה.

$$f'(x) = 4 - \frac{16}{x^2}$$

$$f'(x=4) = 4 - \frac{16}{4^2} = 3$$

$$m = 3$$

(2) נמצא את מקומות ההטקיה.

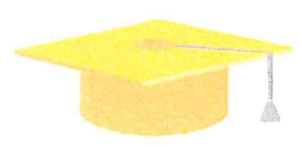
זכר הנתון  $x=4$ .

למצוא שינוי ה-  $y$  נצוק  $x=4$  הפונקציה הנתונה ומקומיה:

$$f(x) = 4x + \frac{16}{x}$$

$$f(4) = 4 \cdot 4 + \frac{16}{4} = 20$$

נקודת ההטקיה היא  $(4, 20)$



ק"י נתון מערכת שתי המשוואות:

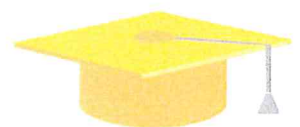
$$\begin{cases} y = 3x + 8 \\ y = -16 \end{cases}$$

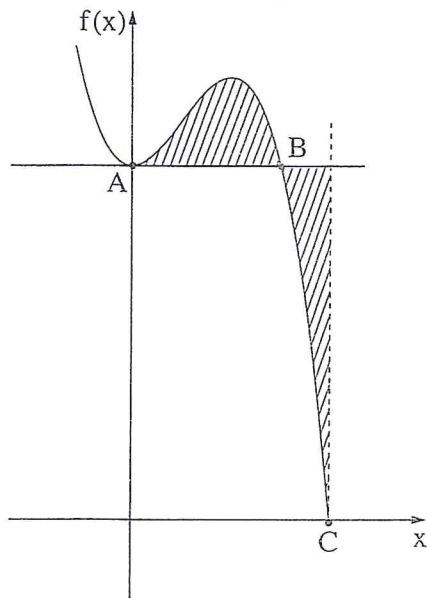
$$-16 = 3x + 8$$

$$-24 = 3x \quad /:3$$

$$x = -8$$

$$\boxed{(-8, -16)}$$





5. לפניך ציור של גרף הפונקציה  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$ .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. מצא את משוואת הישר העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  דרך הנקודה A.

ג. מצא את משוואת הישר הישר חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה נוספת, B.

ד. שיעור ה- $y$  של הנקודה B שווה לשיעור ה- $y$  של הנקודה A. מצא את שיעורי הנקודה B.

ה. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $C(4, 0)$ .

ו. מצא את השטח המקווקו בציר ה- $x$  דרך הנקודה C העבירו ישר המאונך לציר ה- $x$  (הישר המקווקו בציר ה- $x$ ).

ז. חשב את השטח המקווקו בציר ה- $x$ .

ח. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר AB ועל ידי הישר המאונך לציר ה- $x$ .

א. הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  ולכן  $x=0$ .  
נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $C(4, 0)$ .  
שיעור ה- $y$  של הנקודה B שווה לשיעור ה- $y$  של הנקודה A.

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$$

$$f(0) = -0^3 + 3 \cdot 0^2 + 16 = 16$$

$$A(0, 16)$$



ה. מטואג יטע האקטיוא צייג  $x$  היא אה צורה

מספר  $y =$   
קאט  
טיאור

הקוצה  $A$  (כפי טקסטנו הספיק

הוא  $16$ , אכן מטואג היטע היא  $y = 16$ .

$$y = 16$$

$$y(B) = y(A) = 16$$

כדי למצוא אג טיאווי ה- $x$  טה הקוצה  $B$

נצייג  $y = 16$  הווקציה הנתונה.

ויקטא:

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$$

$$16 = -x^3 + 3x^2 + 16$$

$$-x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2(-x + 3) = 0$$



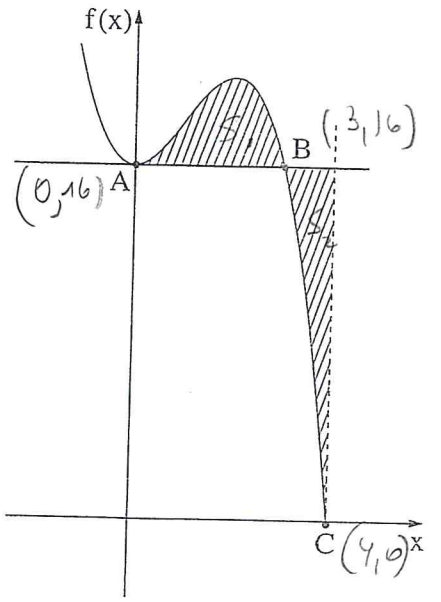
$$x^2 = 0$$

$$-x + 3 = 0$$

(נק'יה  $A$ )  $x = 0$

(נק'יה  $B$ )  $x = 3$





$$B(3, 16)$$

3. נתת אה הטח המקווקו  
היחיון (מסומן ק -  $S_1$ )

$S_1$  חיטוב הטח

$$\int_0^3$$

אקוואה האינטגרל

הכנס הבוקר

$$(-x^3 + 3x^2 + 16) - (16) = -x^3 + 3x^2 + 16 - 16 = -x^3 + 3x^2$$

חיטוב הטח

$$S_1 = \int_0^3 (-x^3 + 3x^2) = \left[ -\frac{x^4}{4} + \frac{3x^3}{3} \right]_0^3$$

$$\left( -\frac{3^4}{4} + \frac{3 \cdot 3^3}{3} \right) - (0) = 6.75$$

$S_2$  חיטוב הטח

---

$\int_3^4$  אקוואה האינטגרל

הכנס הבוקר

$$(16) - (-x^3 + 3x^2 + 16) =$$



$$16 + X^3 - 3X^2 - 16 = X^3 - 3X^2$$

חיטוב הטסה

$$\int_3^4 (X^3 - 3X^2) dx = \left[ \frac{X^4}{4} - \frac{3X^3}{3} \right]_3^4 =$$

$$\left( \frac{4^4}{4} - \frac{3 \cdot 4^3}{3} \right) - \left( \frac{3^4}{4} - \frac{3 \cdot 3^3}{3} \right) =$$

$$(0) - (-6.75) = 6.75$$

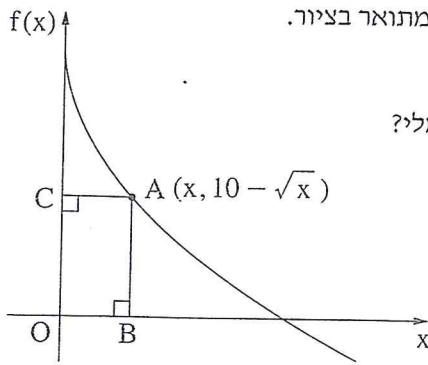
$$S_1 + S_2 = 6.75 + 6.75 = 13.5$$

הטסה הוא 13.5 יחידות

תשובה:



6. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה  $f(x) = 10 - \sqrt{x}$ ,  $(0 < x)$ .  
 מן הנקודה A מורידים אנכים לצירים, החותכים אותם בנקודות B ו-C, כמתואר בציור.  
 O היא ראשית הצירים.



א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABOC הוא מינימלי?

ב. מהו ההיקף המינימלי של המלבן ABOC?

א. נניח באמצעות x את היקף המלבן  
 זהו שיעורי הנקודה A:

$$AC = x$$

$$AB = 10 - \sqrt{x}$$

היקף המלבן:

$$2x + 2(10 - \sqrt{x}) = 2x + 20 - 2\sqrt{x}$$

הפונקציה המינימלית את היקף המלבן היא:

$$f(x) = 2x + 20 - 2\sqrt{x}$$

נמצא את נקודת המינימום של הפונקציה.

$$f'(x) = 0$$



$$f'(x) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\begin{array}{r} 2\sqrt{x} \cdot \\ 2 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 0 \end{array} \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$4\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$4\sqrt{x} = 2 \quad / : 4$$

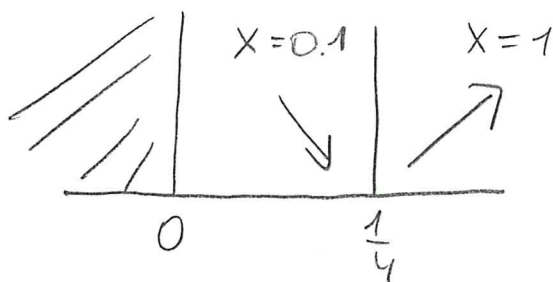
$$\sqrt{x} = \frac{2}{4}$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2} \quad / \cdot x^2$$

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x = \frac{1}{4}$$

נראה שהנקודה היא נקודת מינימום מקומי  
 טבלת עליה וינידה.





$$f'(x) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(0.1) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{0.1}} = -$$

$$f'(1) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{1}} = +$$

נמצא את טיפוס ה- $\gamma$  של נקודת המינימום.

טיפוס ה- $\gamma$  של הנקודה A הוא  $\gamma = 10 - \sqrt{x}$   
(צ"ל  $x = \frac{1}{4}$  ונקודה):

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 40 - \sqrt{\frac{1}{4}} = 9\frac{1}{2}$$

$$A\left(\frac{1}{4}, 9\frac{1}{2}\right)$$

גטובה!

כדי למצוא את ההיקף המינימלי נציב  $x = \frac{1}{4}$  בנוסחה המגדירה את ההיקף.

$$f(x) = 2x + 20 - 2\sqrt{x}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 20 - 2\sqrt{\frac{1}{4}}$$





ליל ארוחת ערב

בחדר האוכל של המלון

לפרטים נוספים →  
הצטרפו אלינו

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 19\frac{1}{2}$$

התשובה היא  $19\frac{1}{2}$  יתכן

תשובה: