

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשע"ז, 2017, שאלונים: 314, 35804
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה.

אלונה נסעה מעיר A לעיר B,

ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C.

המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ.

מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל.

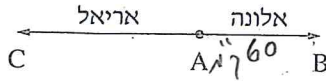
שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה.

כאשר הגיעה אלונה לעיר B, עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C.

א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C?

ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B.

מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?



א גזירה למתמטיקה:
S: המרחק בין A ל-C.
X: המהירות של אריאל.
↓
1.5X: המהירות של אלונה.

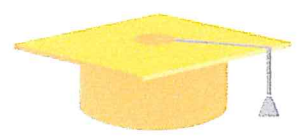
גזירה לאלגוריתם:

| | | |
|--------|------|-------------------|
| מהירות | מרחק | זמן |
| 1.5X | 60 | $\frac{60}{1.5X}$ |
| X | 40 | $\frac{40}{X}$ |

אלונה נסעה 60 ק"מ במהירות 1.5X ולכן זמן הנסיעה שלה הוא $\frac{60}{1.5X}$.
אריאל נסע במרחק של 40 ק"מ במהירות X ולכן זמן הנסיעה שלו הוא $\frac{40}{X}$.
אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B.
לכן: $\frac{60}{1.5X} + 1 = \frac{40}{X}$
 $\frac{40}{X} \cdot X = 40$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אם באה שהמחיר בין A ל-C הוא S ק"ח,
בקהל-שטול-אלוהי היותה לזר B אהיה 20
איט 40 נ-S, בלוהי 0.4S לקיבלו שמה 40 ק"ח

אם כאלו $0.4S = 40 \iff \boxed{S = 100}$

ק. אהיה שמה 100 ק"ח במהיה X אכן כמן
בסיומיה היה $\frac{100}{X}$

האלוהי שמה בסיומיה של אלוהי היה $\frac{40}{X}$

אשר לזר שמה בסיומיה של אהיה אלוהי
בשמה שמה בסיומיה של אלוהי.

אכן $\frac{100}{X} = \frac{40}{X} + 1 \cdot X$

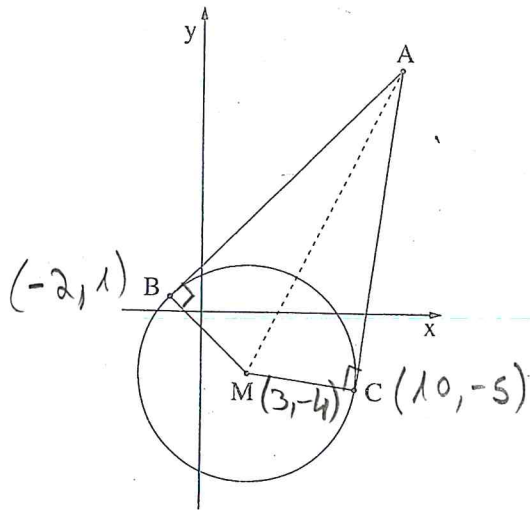
$100 = 40 + X$

$60 = X$

מהיה בסיומיה של אהיה הוא

$\boxed{60 \text{ ק"ח}}$





2. הנקודות B(-2, 1) ו-C(10, -5) נמצאות על מעגל שמרכזו M(3, -4). מן הנקודה A, שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו-C, כמתואר בציור.
- א. (1) מצא את משוואות הישרים AB ו-AC.
 (2) מצא את שיעורי הנקודה A.
- ב. (1) מצא את אורך הקטע AM.
 (2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM.
 (3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.

1) $MB \perp AB$ | $MC \perp AC$
 או שיקוף פנימי - במק אמת
 או שיקוף חיצוני - במק אמת

$$\Downarrow$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{m_{MB}}$$

$$m_{AC} = -\frac{1}{m_{MC}}$$

אם נתקבלת אלטרנטיבה אחת, m_{MB} , m_{MC} :

$$m_{MB} = \frac{-4-1}{3+2} = -1 \Rightarrow m_{AB} = 1$$

$$m_{MC} = \frac{-4+5}{3-10} = -\frac{1}{7} \Rightarrow m_{AC} = 7$$

$m = 1$? AB

$B(-2, 1)$ →

$$y - 1 = 1(x + 2)$$



$$AB: \boxed{y = x + 3}$$

$$m = 7$$

משוואת AC:

נתון: $C(10, -5)$

$$y + 5 = 7(x - 10)$$

$$AC: \boxed{y = 7x - 75}$$

נקודת החיתוך בין AB ו-AC היא נקודה ששייכת לשתי הישרים.

$$x + 3 = 7x - 75$$

$$78 = 6x \quad | :6$$

$$x = 13$$

$$y = x + 3 = 13 + 3 = 16$$

נקודת החיתוך היא $A(13, 16)$



ד. (1) $M(3, -4)$ $A(13, 16)$

לשרש במסגרת מתיק?

$$d = \sqrt{(13-3)^2 + (16+4)^2} = \sqrt{500}$$

$$d = 10\sqrt{5} \approx 22.36$$

אלוהי הקטע AM האל $d = 10\sqrt{5}$

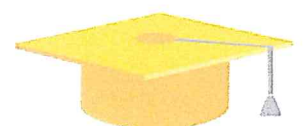
ב. (2) בסדרה אף האל של $\angle ABM = 90^\circ$

זמן MA האל קטע במעגל החוסם

אל $\triangle ABM$ (אלוהי היקפי ילכה לאלה
אל קטע)

מכאן האל החוסם אל $\triangle ABM$ האל

לקיבץ האל אל הקטע AM:



$$A(13, 16) \quad M(3, -4)$$

$$x_0 = \frac{13+3}{2} = 8$$

$$y_0 = \frac{16-4}{2} = 6$$

$$O(8, 6)$$

$$R = \frac{AM}{2} = \frac{10\sqrt{5}}{2} = 5\sqrt{5}$$

אם כן, משוואת המעגל היא:

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = (5\sqrt{5})^2 \quad \text{היא:}$$

$$\boxed{(x-8)^2 + (y-6)^2 = 125}$$



ב(3) נצב את נקודת C במישור

המשוואה:

$$(10-8)^2 + (-5-6)^2 = 125$$

$$125 = 125$$

קיבלנו מסוק אתר זמן נקודת C

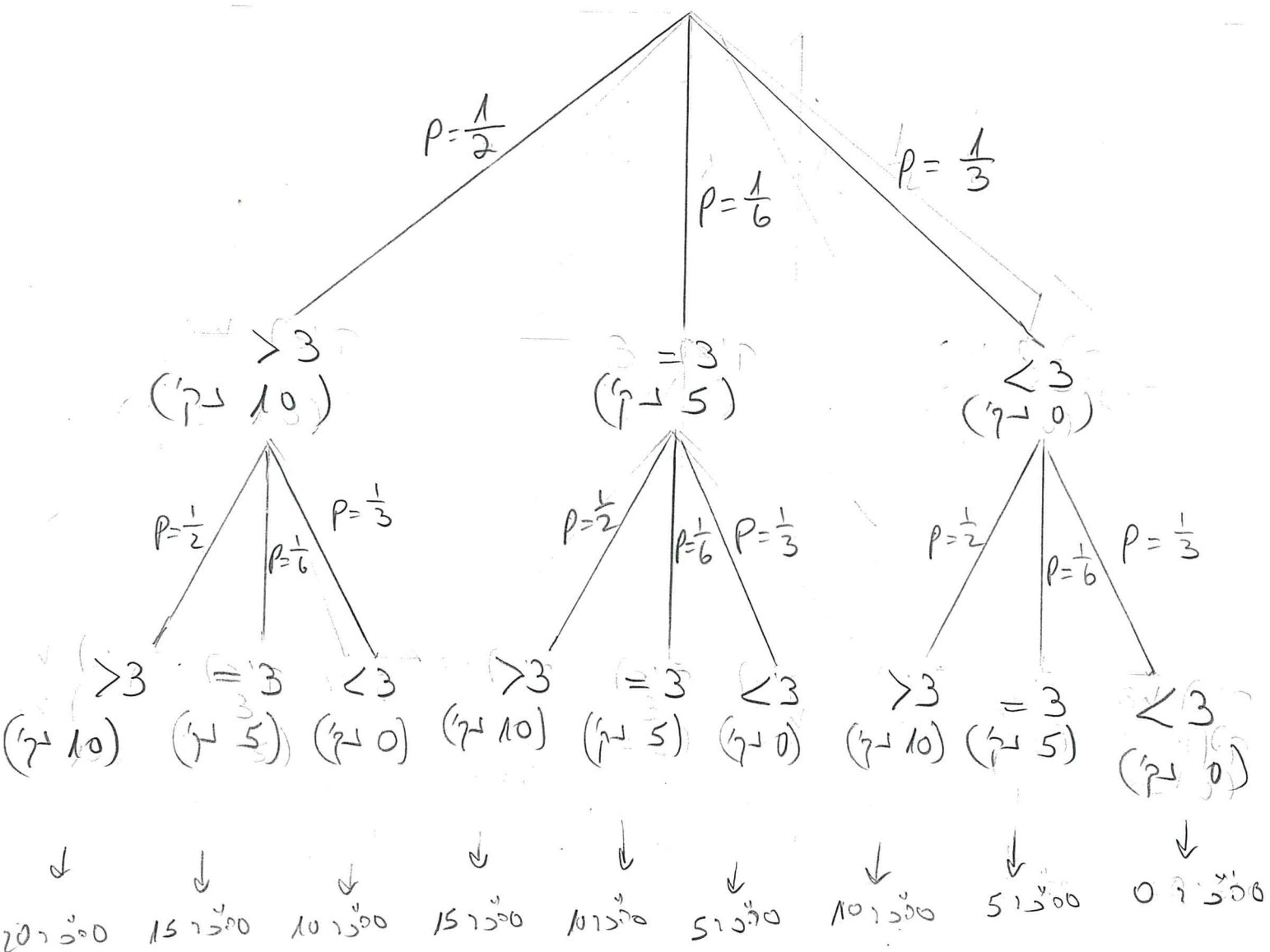
נמצאת המשוואה ההואם את ΔABM



3. במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים. הקובייה היא קוביית משחק הוגנת. בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3, המשתתף מקבל 5 נקודות, אם המספר גדול מ-3 המשתתף מקבל 10 נקודות, ואם המספר קטן מ-3 המשתתף אינו מקבל נקודות.

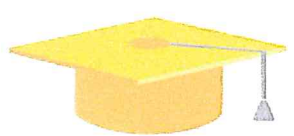
- א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?
- ב. ידוע שאחד המשתתפים צבר 15 נקודות לפחות. מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ-3?
- ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

1/6 1/3 1/2 1/6 1/3 1/2 1/6 1/3 1/2 1/6 1/3



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix}\right) = \frac{5}{12}$$

$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \\ \hline 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix} / \begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix}\right) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5} = 0.6 = \underline{\underline{60\%}}$$

$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \\ \hline 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix} / \begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix}\right) = 0.6$$

ע לשרת בנסתר בהנחה:

$$n=4$$

$$k=2$$

$$p = \frac{5}{12}$$

$$P_4(2) = \binom{4}{2} \left(\frac{5}{12}\right)^2 \left(\frac{7}{12}\right)^2 = \frac{1225}{3456} \approx 0.3545$$

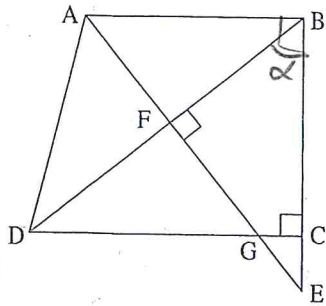
$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \\ \hline 3 \text{ בקר} \\ 15 \text{ בקר} \\ 1 \text{ אפריל} \end{matrix}\right) = 0.3545$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



4. ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle BCD = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).



E היא נקודה על המשך הצלע BC
 כך שהקטע AE מאונך לאלכסון BD
 וחותך אותו בנקודה F.
 AE חותך את הקטע DC בנקודה G,
 כמתואר בציור.

א. הוכח: $\angle AEB = \angle BDC$.

נתון כי $DC = BE$.

ב. הוכח: $\triangle DCB \cong \triangle EBA$.

נתון כי $CB = 4CE$.

ג. (1) הוכח: $\triangle GCE \sim \triangle ABE$.

(2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.

א. ל. נתון: ABCD טרפז ישר זווית ($\angle BCD = 90^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$)

$AE \perp BD$

$\angle AEB = \angle BDC$

$\angle DBC = \alpha$

| נתון | מסקנה |
|------|-----------------------------------|
| נתון | $\triangle BDC$ - $\triangle BDC$ |
| נתון | $\angle BCD = 90^\circ$ |
| נתון | $\angle DBC = \alpha$ |
| | $\angle BDC = 90^\circ - \alpha$ |

180' $\triangle DBC$ הוא $\triangle DBC$ כי הזווית $\angle DBC = \alpha$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



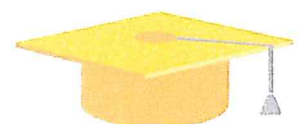
| ביטוי | טענה |
|---|---|
| | ΔOFE - ק' $\angle BFE = 90^\circ$ |
| נתון | $\angle FBE = \alpha$ |
| סימון | \Downarrow |
| סכום הנגזרים ΔEFB הוא 180° | $\angle FEB = 90^\circ - \alpha$ |
| | \Downarrow |
| במחנה | $\angle FEB = \angle BDC = 90^\circ - \alpha$ |
| | נ.ל.פ.ק |

$DC = BE$ נתון ק'
 $\Delta DCB \cong \Delta EBA$ נ.ל.פ.ק
הוכחה

| ביטוי | טענה |
|---------------------|---|
| נתון | $DC = BE$ |
| הם בסדר α | $\angle BEA = \angle BDC = 90^\circ - \alpha$ |
| נתון | $\angle DCB = \angle EBA = 90^\circ$ |
| סעי' משל חס' 5.3.5. | $\Delta DCB \cong \Delta EBA$ |
| | נ.ל.פ.ק |

נמידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.



$CB = 4BE$ ע (1) גורן במסוף?

$\triangle GCE \sim \triangle ABE$ ע 3

הוכחה

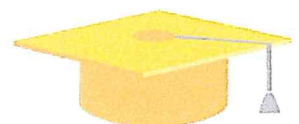
| נימוק | טענה |
|---------------------|--------------------------------------|
| זוויות שוליות | $\angle E = \angle E$ |
| גורן | $\angle GCE = \angle ABE = 90^\circ$ |
| ע"י משל. צמיון ז.ז. | $\triangle GCE \sim \triangle ABE$ |
| נ.פ.ע. א | |

$\frac{GC}{AB}$

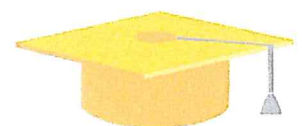
ע (2) גורן צמיון ז.ז.

הוכחה

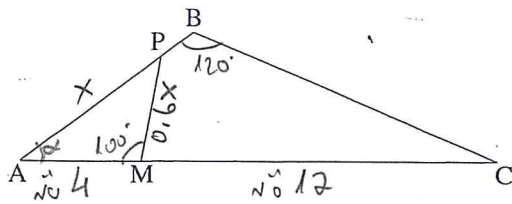
$CE = X$
 \Downarrow
 $CB = 4X$
 \Downarrow
 $EB = 5X$ (תישלב)



| ביטוי | טלזה |
|---|---|
| הוכחה בסיוף א' (1) | $\triangle GCE \sim \triangle ABE$ |
| ישוסי הכולאק התקוא'אלק במשולש ג'אמג שולל לבי לבי. | $\frac{GC}{AB} = \frac{CE}{BE} = \frac{GE}{AE}$ |
| הצבה | $\frac{GC}{AB} = \frac{x}{5x}$ |
| חישלב | $\frac{GC}{AB} = \frac{1}{5}$ |
| נ.ע.ל. א' (2) | |



5. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).



נסמן:

$AP = x$

נתון כי:

$PM = 0.6x$

$\angle AMP = 100^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$

$MC = 12$ ס"מ, $AM = 4$ ס"מ

א. (1) חשב את הזווית PAM.

(2) חשב את אורך הצלע BC.

ב. חשב את אורך הקטע BM.

ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta BMC}}$. נמק את תשובתך.

$\angle PAM = \alpha$ (1) /c

ב $\Delta PAM \rightarrow \sin \rightarrow$ משפט הסינוס

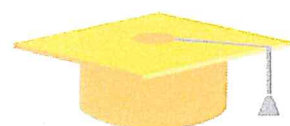
$$\frac{x}{\sin 100^\circ} = \frac{0.6x}{\sin \alpha} \quad /: x$$

$$\frac{1}{\sin 100^\circ} = \frac{0.6}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = 0.6 \cdot \sin 100^\circ$$

$$\alpha = 36.22'$$

$$\angle PAM = 36.22'$$



כ(2). הרבאון $\rightarrow \Delta ABC$

(ה'ן) $\angle ABC = 120^\circ$

בסוף ה'ן) $\angle BAC = 36.22^\circ$

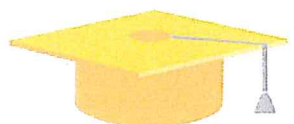
(ה'לם) $AC = 4 + 12 = 16$

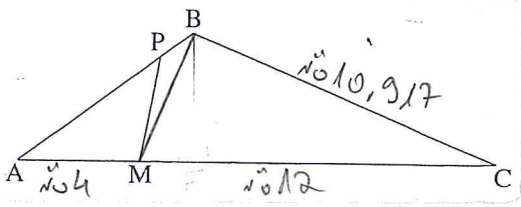
$\Delta ABC \rightarrow$ Sin \rightarrow במשולב

$$\frac{BC}{\sin 36.22^\circ} = \frac{16}{\sin 120^\circ}$$

$$BC = \frac{16 \sin 36.22^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$BC = 10.917$$





\cong גרביזן $\rightarrow \Delta ABC$

$\angle ABC = 120^\circ$ (נראה)

$\angle BAC = 36.22^\circ$

\downarrow

הנאייר $\rightarrow \Delta ABC$ הלא (180°) $\angle BCA = 180^\circ - 120^\circ - 36.22^\circ$

$\angle BCA = 23.78^\circ$

$MC = 12$ (נראה)
 $BC = 10.917$ (הוא בסדר 12)

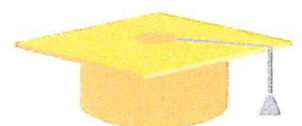
למשל במשולש $\rightarrow \cos$ $\rightarrow \Delta BCM$

$BM^2 = BC^2 + MC^2 - 2 \cdot BC \cdot MC \cdot \cos(\angle BCM)$

$BM^2 = (10.917)^2 + 12^2 - 2 \cdot 10.917 \cdot 12 \cdot \cos(23.78^\circ)$

$BM^2 = 23.417 \quad | \quad \sqrt{\quad}$

$BM = 4.84$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - a}$. $0 < a$ הוא פרמטר.
 ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.
 א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
 לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x = 1$.
 ב. מצא את a .
 הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.
 ג. (1) האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת? אם כן – מהי? אם לא – נמק.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x) = k$? נמק.

1/ (1) יש אסימפטוטה אנכית נוספת:

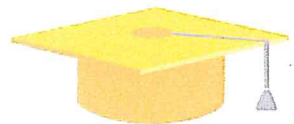
$$x^2 - a = 0$$

$$x^2 = a \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt{a}$$

אכן תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \neq \pm \sqrt{a}$

$x \neq -\sqrt{a} \quad , \quad x \neq \sqrt{a}$



א(2) בעצם אמצא את נקודת החיתוך של ציר ה-y

ציר ה-x: $x=0$: $f(0) = \frac{2 \cdot 0^2 + 4}{0^2 - a} = -\frac{4}{a}$

נקודת החיתוך של ציר ה-y היא: $(0, -\frac{4}{a})$

כפי שאמצא את נקודת החיתוך של ציר ה-x
ה-x ציר: $y=0$

$$\frac{2x^2 + 4}{x^2 - a} = 0 \quad | \cdot (x^2 - a)$$

$$2x^2 + 4 = 0$$

$$2x^2 = -4 \quad | :2$$

$$x^2 = -2$$

אין פתרון.

אבל ציר ה-x אין נקודת חיתוך של ציר ה-x

ה-x



א) (3) אסימטוטה אלקוטר: $y = \frac{2}{1}$

$$\boxed{y=2}$$

ב) $x=1$ נאסס אנה אלקוטר:

$$1^2 - a = 0$$

$$\boxed{a=1}$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 1}$$

ג) נאנה אסימטוטה אלקוטר:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad \sqrt{\quad}$$

$$x=1, \quad x=-1$$

האסימטוטה האלקוטר האסטר $x = -1$ היא תהיה

$$\boxed{x=-1}$$



ע"ש (2) קלם היטלם ש'חתי גק'לטר הק'י'צ'ון
ל הפ'ונק'צ'יה ג'ט'לה אלר הפ'ונק'צ'יה?

$$f'(x) = \frac{4x(x^2-1) - 2x(2x^2+4)}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-12x}{(x^2-1)^2}$$

ג'ו'ם אלר הפ'ונק'צ'יה ק'ל'ס'י:

$$\frac{-12x}{(x^2-1)^2} = 0 \quad | \cdot (x^2-1)^2$$

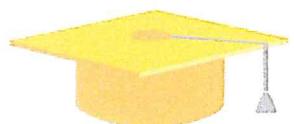
$$-12x = 0 \quad | : (-12)$$

$$x = 0$$

ב'צ'א' $x=0$ הפ'ונק'צ'יה? $f(x) = \frac{2x^2+4}{x^2-1}$

$$f(0) = \frac{2 \cdot 0^2 + 4}{0^2 - 1} = -4$$

ל'כן הפ'ונק'צ'יה היטלם ק'י'צ'ון היט'ו $(0, -4)$



הק' יצאן 2

ג'ק' ב'ט א'ט' ס'ט

| | | | | |
|------|----------|--------------|-------------|---------|
| x | $x < -1$ | $-1 < x < 0$ | $0 < x < 1$ | $x > 1$ |
| y' | + | + | - | - |
| y | ↗ | ↗ | ↘ | ↘ |

$$f'(-2) > 0$$

$$f'(-\frac{1}{2}) > 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) < 0$$

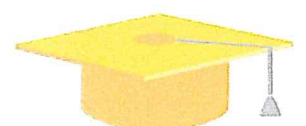
$$f'(2) < 0$$

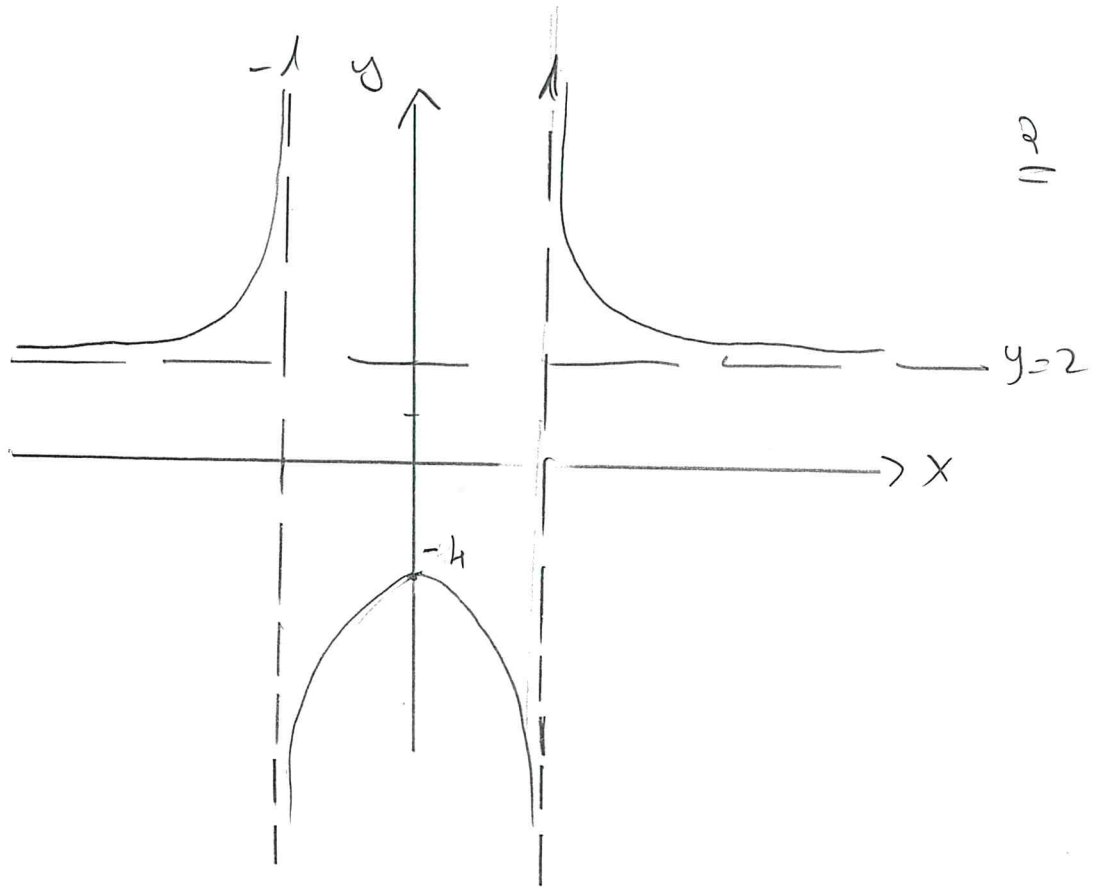
ג'ק' א'ט'ר ה'ק' יצ'אן א'ט' ה'פ'א'ג' צ'י'ה :

$$\boxed{\max(0, -4)}$$

ג' (3) ת'ח'א'י א'ט' י'ה' : $x < -1, -1 < x < 0$

ת'ח'א'י י'ר'י' צ'י'ה' : $0 < x < 1, 1 < x$





הפונקציה $f(x) = \frac{k}{x}$ היא פונקציה רצופה

עבור הערכים $\boxed{-4 < k \leq 2}$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- (4) מצא את תועמי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \leq 0$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.

- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \leq 0$.
- ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין הצירים.

א(1) תחום ההגדרה של הפונקציה

$$x + 16 > 0$$

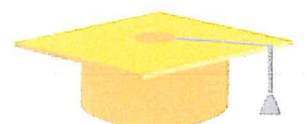
$$x > -16$$

א(2) נקודת חיתוך עם ציר y:

$$x = 0$$

$$y = \frac{4}{\sqrt{0+16}} = 1$$

$$(0, 1)$$



נגזרת חילוק של 3 ב-x:

$$\frac{4}{\sqrt{x+16}} = 0 \Rightarrow 4 = 0$$

אכן אין נקודות חילוק של 3 ב-x.

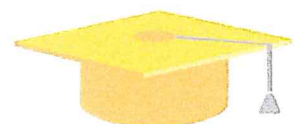
א' (3) אסימטוטה אנכית: $x = -16$

א' (4) נגזרת של הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{-4}{2\sqrt{x+16}} = \frac{-2}{\sqrt{x+16}(x+16)}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{x+16}(x+16)} = 0 \Rightarrow -2 = 0$$

אכן אין נקודות חילוק של 3 ב-x.



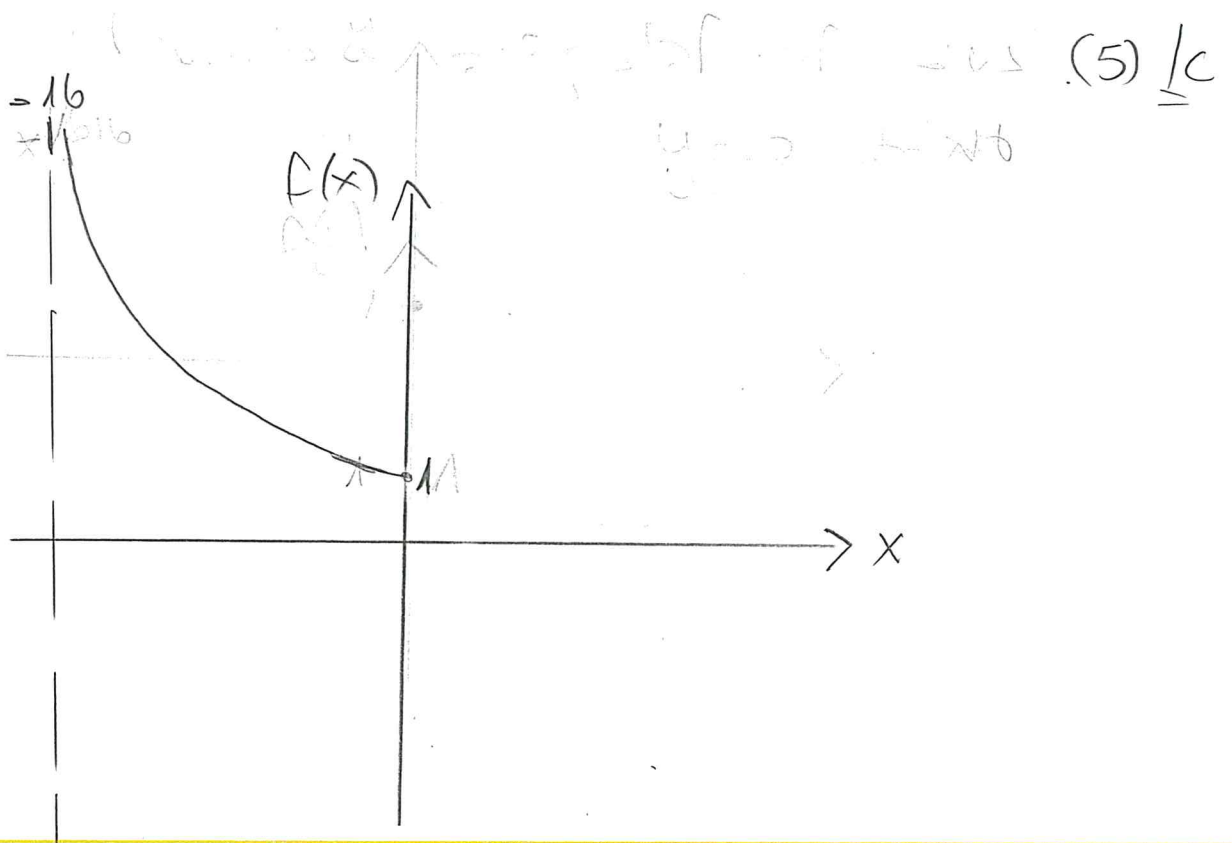
↓ מצא תחומי עליה

| | |
|------|------------|
| x | $-16 < x$ |
| y' | $-$ |
| y | \searrow |

$f'(0) < 0$

תחומי עליה: $-16 < x$

תחומי ירידה: אין.



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$g(x) = f(x) - 2$$

ב (1) נקודת חיתוך עם ציר ה-y:

ב (2) נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה-x:

ציר ה-y הוא $(0, 1)$

כיוון שהפונקציה $f(x)$ היא הרכבה

של הפונקציה $f(x)$ בעת' יחידות

נקודת החיתוך של $g(x)$ עם ציר ה-x

הוא: $(0, -1)$

נקודת חיתוך עם ציר ה-x:

$$g(x) = 0 \quad \text{בעזרת טבלת ערכים}$$

$$f(x) - 2 = 0$$

$$f(x) = 2$$

$$\frac{4}{\sqrt{x+16}} = 2 \cdot \sqrt{x+16}$$

$$4 = 2\sqrt{x+16} \quad | :2$$



$$2 = \sqrt{x+16} / (c)^2$$

$$4 = x+16$$

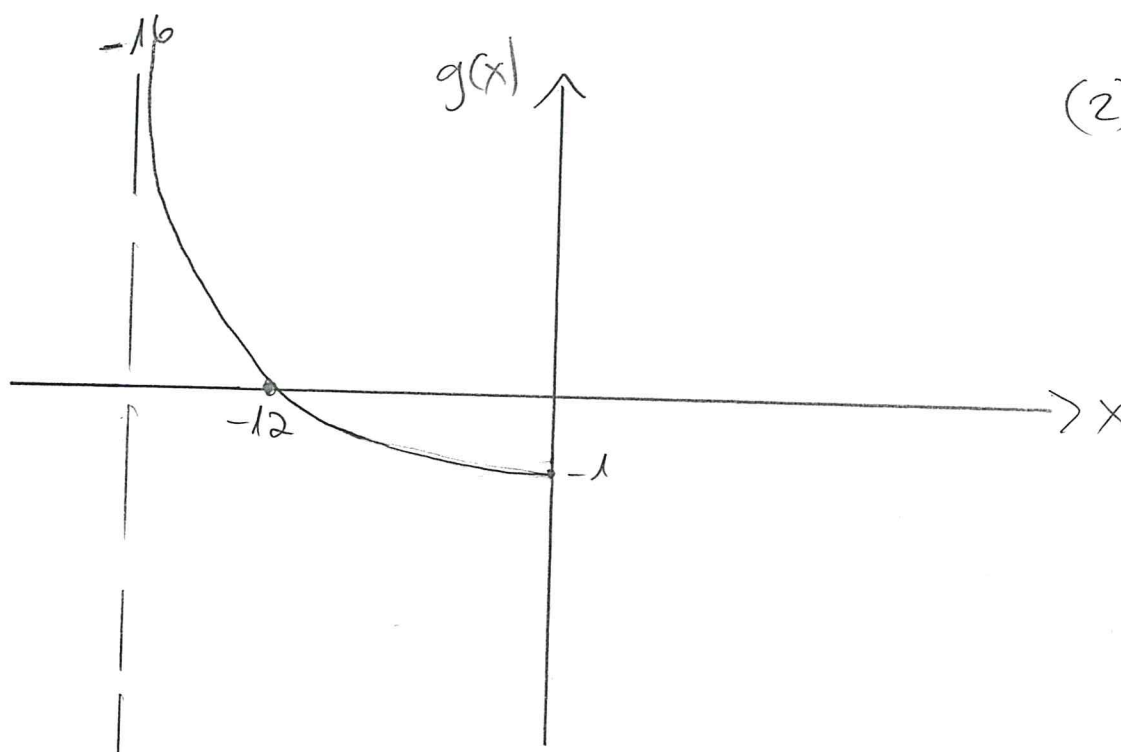
$$-12 = x$$

בצ'קה: $2 = \sqrt{-12+16}$

$$2 = 2$$

→ א' צ'קה בתו'ת'ן שב $-3 < x < 16$: כן

$(-12, 0)$



2 (2)



$$S = \int_{-12}^0 \left(\frac{4}{\sqrt{x+16}} - 2 \right) dx = \int_{-12}^0 \left(4(x+16)^{-\frac{1}{2}} - 2 \right) dx$$

$$S = \frac{-4(x+16)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + 2x \Big|_{-12}^0$$

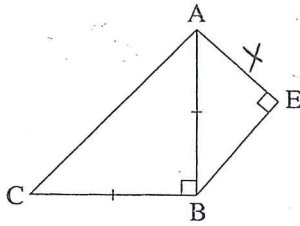
$$S = -8\sqrt{x+16} + 2x \Big|_{-12}^0$$

$$S = -8\sqrt{0+16} + 2 \cdot 0 - \left(-8\sqrt{-12+16} + 2 \cdot (-12) \right)$$

$$S = -32 + 16 + 24$$

$$S = 8$$





8. ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\angle ABC = 90^\circ$).

על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB

כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.

נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.

נסמן את אורך הצלע AE ב- x.

א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

ב. עבור איזה ערך של x שטח המרובע AEBC הוא מינימלי?

$$AE + EB = 6 \quad \text{כ} \quad \Delta AEB$$

$$AE = x$$

$$\Downarrow$$

$$EB = 6 - x$$

ΔAEB במשפט פיתגורס $\rightarrow \Delta AEB$

$$AE^2 + EB^2 = AB^2$$

$$x^2 + (6-x)^2 = AB^2$$

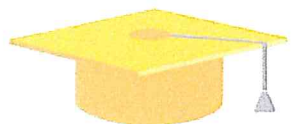
$$2x^2 - 12x + 36 = AB^2 / \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{2x^2 - 12x + 36} = AB$$

$BC = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$ Δ $AB = BC$ Δ $AB = BC$ Δ $AB = BC$

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2}$ Δ $AB = BC$ Δ $AB = BC$

$$S_{ABC} = \frac{(\sqrt{2x^2 - 12x + 36})^2}{2} = x^2 - 6x + 18$$



$$S_{ABC} = X^2 - 6X + 18$$

ר"ל. נתון תחילה את שטח המשולש ABE:

$$S_{AEB} = \frac{AE \cdot BE}{2} = \frac{X(6-X)}{2} = \frac{6X - X^2}{2}$$

ואכן: $F(x) = S_{AEB+C} = S_{ABC} + S_{AEB}$

$$F(x) = X^2 - 6X + 18 + \frac{6X - X^2}{2}$$

נמצא נקודת קיצון מינימלית:

לשם כך הפונקציה:

$$F'(x) = 2X - 6 + \frac{6-2X}{2} = 2X - 6 + 3 - X = X - 3$$

יש לה את הנקודה $x=0$ או $x=6$:

$$X - 3 = 0$$

$$X = 3$$

