

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשע"ז, 2017, שאלון: 35482 עפ"י תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית.
שאלון שני מ-4 יח"ל.
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





1. נתונה סדרה המקיימת: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$, לכל n טבעי.
- א. חשב את האיברים a_2 ו- a_3 .
- ב. מגדירים סדרה חדשה: $b_n = a_{n+1} - a_n$. הבע את b_n באמצעות n .
- ג. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה.
- ד. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- a_5 . מצא את n .

$$a_2 = a_1 + 2 \cdot 1 + 5 \quad \begin{matrix} n=1 \\ \geq 3 \end{matrix} \quad \frac{16}{16}$$

בטל הנס'ה?

$$a_2 = 0 + 7 = 7$$

$$\boxed{a_2 = 7}$$

$$a_3 = a_2 + 2 \cdot 2 + 5 \quad \begin{matrix} n=2 \\ \geq 3 \end{matrix}$$

בטל הנס'ה?

$$a_3 = 7 + 9 = 16$$

$$\boxed{a_3 = 16}$$

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

$$a_{n+1} = a_n + 2n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 2n + 5$$

רשום

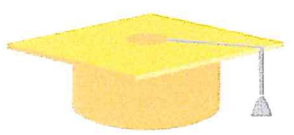
אם הנס'ה: אז כן!

בטל הנס'ה

$$\boxed{b_n = 2n + 5}$$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$b_n = 2n + 5$$

$$b_{n+1} = 2(n+1) + 5$$

$$b_{n+1} = 2n + 2 + 5 = 2n + 7$$

$$b_{n+1} - b_n = 2n + 7 - (2n + 5) = 2$$

הפרש בין הסדרות הוא 2

$$d = 2$$

הפרש:

$$S_{b_n} = a_5$$

הוא 2

הוא 27, 40, 47, 54, 61, 68, 75, 82, 89, 96, 103, 110, 117, 124, 131, 138, 145, 152, 159, 166, 173, 180, 187, 194, 201, 208, 215, 222, 229, 236, 243, 250, 257, 264, 271, 278, 285, 292, 299, 306, 313, 320, 327, 334, 341, 348, 355, 362, 369, 376, 383, 390, 397, 404, 411, 418, 425, 432, 439, 446, 453, 460, 467, 474, 481, 488, 495, 502, 509, 516, 523, 530, 537, 544, 551, 558, 565, 572, 579, 586, 593, 600, 607, 614, 621, 628, 635, 642, 649, 656, 663, 670, 677, 684, 691, 698, 705, 712, 719, 726, 733, 740, 747, 754, 761, 768, 775, 782, 789, 796, 803, 810, 817, 824, 831, 838, 845, 852, 859, 866, 873, 880, 887, 894, 901, 908, 915, 922, 929, 936, 943, 950, 957, 964, 971, 978, 985, 992, 999, 1006, 1013, 1020, 1027, 1034, 1041, 1048, 1055, 1062, 1069, 1076, 1083, 1090, 1097, 1104, 1111, 1118, 1125, 1132, 1139, 1146, 1153, 1160, 1167, 1174, 1181, 1188, 1195, 1202, 1209, 1216, 1223, 1230, 1237, 1244, 1251, 1258, 1265, 1272, 1279, 1286, 1293, 1300, 1307, 1314, 1321, 1328, 1335, 1342, 1349, 1356, 1363, 1370, 1377, 1384, 1391, 1398, 1405, 1412, 1419, 1426, 1433, 1440, 1447, 1454, 1461, 1468, 1475, 1482, 1489, 1496, 1503, 1510, 1517, 1524, 1531, 1538, 1545, 1552, 1559, 1566, 1573, 1580, 1587, 1594, 1601, 1608, 1615, 1622, 1629, 1636, 1643, 1650, 1657, 1664, 1671, 1678, 1685, 1692, 1699, 1706, 1713, 1720, 1727, 1734, 1741, 1748, 1755, 1762, 1769, 1776, 1783, 1790, 1797, 1804, 1811, 1818, 1825, 1832, 1839, 1846, 1853, 1860, 1867, 1874, 1881, 1888, 1895, 1902, 1909, 1916, 1923, 1930, 1937, 1944, 1951, 1958, 1965, 1972, 1979, 1986, 1993, 2000, 2007, 2014, 2021, 2028, 2035, 2042, 2049, 2056, 2063, 2070, 2077, 2084, 2091, 2098, 2105, 2112, 2119, 2126, 2133, 2140, 2147, 2154, 2161, 2168, 2175, 2182, 2189, 2196, 2203, 2210, 2217, 2224, 2231, 2238, 2245, 2252, 2259, 2266, 2273, 2280, 2287, 2294, 2301, 2308, 2315, 2322, 2329, 2336, 2343, 2350, 2357, 2364, 2371, 2378, 2385, 2392, 2399, 2406, 2413, 2420, 2427, 2434, 2441, 2448, 2455, 2462, 2469, 2476, 2483, 2490, 2497, 2504, 2511, 2518, 2525, 2532, 2539, 2546, 2553, 2560, 2567, 2574, 2581, 2588, 2595, 2602, 2609, 2616, 2623, 2630, 2637, 2644, 2651, 2658, 2665, 2672, 2679, 2686, 2693, 2700, 2707, 2714, 2721, 2728, 2735, 2742, 2749, 2756, 2763, 2770, 2777, 2784, 2791, 2798, 2805, 2812, 2819, 2826, 2833, 2840, 2847, 2854, 2861, 2868, 2875, 2882, 2889, 2896, 2903, 2910, 2917, 2924, 2931, 2938, 2945, 2952, 2959, 2966, 2973, 2980, 2987, 2994, 3001, 3008, 3015, 3022, 3029, 3036, 3043, 3050, 3057, 3064, 3071, 3078, 3085, 3092, 3099, 3106, 3113, 3120, 3127, 3134, 3141, 3148, 3155, 3162, 3169, 3176, 3183, 3190, 3197, 3204, 3211, 3218, 3225, 3232, 3239, 3246, 3253, 3260, 3267, 3274, 3281, 3288, 3295, 3302, 3309, 3316, 3323, 3330, 3337, 3344, 3351, 3358, 3365, 3372, 3379, 3386, 3393, 3400, 3407, 3414, 3421, 3428, 3435, 3442, 3449, 3456, 3463, 3470, 3477, 3484, 3491, 3498, 3505, 3512, 3519, 3526, 3533, 3540, 3547, 3554, 3561, 3568, 3575, 3582, 3589, 3596, 3603, 3610, 3617, 3624, 3631, 3638, 3645, 3652, 3659, 3666, 3673, 3680, 3687, 3694, 3701, 3708, 3715, 3722, 3729, 3736, 3743, 3750, 3757, 3764, 3771, 3778, 3785, 3792, 3799, 3806, 3813, 3820, 3827, 3834, 3841, 3848, 3855, 3862, 3869, 3876, 3883, 3890, 3897, 3904, 3911, 3918, 3925, 3932, 3939, 3946, 3953, 3960, 3967, 3974, 3981, 3988, 3995, 4002, 4009, 4016, 4023, 4030, 4037, 4044, 4051, 4058, 4065, 4072, 4079, 4086, 4093, 4100, 4107, 4114, 4121, 4128, 4135, 4142, 4149, 4156, 4163, 4170, 4177, 4184, 4191, 4198, 4205, 4212, 4219, 4226, 4233, 4240, 4247, 4254, 4261, 4268, 4275, 4282, 4289, 4296, 4303, 4310, 4317, 4324, 4331, 4338, 4345, 4352, 4359, 4366, 4373, 4380, 4387, 4394, 4401, 4408, 4415, 4422, 4429, 4436, 4443, 4450, 4457, 4464, 4471, 4478, 4485, 4492, 4499, 4506, 4513, 4520, 4527, 4534, 4541, 4548, 4555, 4562, 4569, 4576, 4583, 4590, 4597, 4604, 4611, 4618, 4625, 4632, 4639, 4646, 4653, 4660, 4667, 4674, 4681, 4688, 4695, 4702, 4709, 4716, 4723, 4730, 4737, 4744, 4751, 4758, 4765, 4772, 4779, 4786, 4793, 4800, 4807, 4814, 4821, 4828, 4835, 4842, 4849, 4856, 4863, 4870, 4877, 4884, 4891, 4898, 4905, 4912, 4919, 4926, 4933, 4940, 4947, 4954, 4961, 4968, 4975, 4982, 4989, 4996, 5003, 5010, 5017, 5024, 5031, 5038, 5045, 5052, 5059, 5066, 5073, 5080, 5087, 5094, 5101, 5108, 5115, 5122, 5129, 5136, 5143, 5150, 5157, 5164, 5171, 5178, 5185, 5192, 5199, 5206, 5213, 5220, 5227, 5234, 5241, 5248, 5255, 5262, 5269, 5276, 5283, 5290, 5297, 5304, 5311, 5318, 5325, 5332, 5339, 5346, 5353, 5360, 5367, 5374, 5381, 5388, 5395, 5402, 5409, 5416, 5423, 5430, 5437, 5444, 5451, 5458, 5465, 5472, 5479, 5486, 5493, 5500, 5507, 5514, 5521, 5528, 5535, 5542, 5549, 5556, 5563, 5570, 5577, 5584, 5591, 5598, 5605, 5612, 5619, 5626, 5633, 5640, 5647, 5654, 5661, 5668, 5675, 5682, 5689, 5696, 5703, 5710, 5717, 5724, 5731, 5738, 5745, 5752, 5759, 5766, 5773, 5780, 5787, 5794, 5801, 5808, 5815, 5822, 5829, 5836, 5843, 5850, 5857, 5864, 5871, 5878, 5885, 5892, 5899, 5906, 5913, 5920, 5927, 5934, 5941, 5948, 5955, 5962, 5969, 5976, 5983, 5990, 5997, 6004, 6011, 6018, 6025, 6032, 6039, 6046, 6053, 6060, 6067, 6074, 6081, 6088, 6095, 6102, 6109, 6116, 6123, 6130, 6137, 6144, 6151, 6158, 6165, 6172, 6179, 6186, 6193, 6200, 6207, 6214, 6221, 6228, 6235, 6242, 6249, 6256, 6263, 6270, 6277, 6284, 6291, 6298, 6305, 6312, 6319, 6326, 6333, 6340, 6347, 6354, 6361, 6368, 6375, 6382, 6389, 6396, 6403, 6410, 6417, 6424, 6431, 6438, 6445, 6452, 6459, 6466, 6473, 6480, 6487, 6494, 6501, 6508, 6515, 6522, 6529, 6536, 6543, 6550, 6557, 6564, 6571, 6578, 6585, 6592, 6599, 6606, 6613, 6620, 6627, 6634, 6641, 6648, 6655, 6662, 6669, 6676, 6683, 6690, 6697, 6704, 6711, 6718, 6725, 6732, 6739, 6746, 6753, 6760, 6767, 6774, 6781, 6788, 6795, 6802, 6809, 6816, 6823, 6830, 6837, 6844, 6851, 6858, 6865, 6872, 6879, 6886, 6893, 6900, 6907, 6914, 6921, 6928, 6935, 6942, 6949, 6956, 6963, 6970, 6977, 6984, 6991, 6998, 7005, 7012, 7019, 7026, 7033, 7040, 7047, 7054, 7061, 7068, 7075, 7082, 7089, 7096, 7103, 7110, 7117, 7124, 7131, 7138, 7145, 7152, 7159, 7166, 7173, 7180, 7187, 7194, 7201, 7208, 7215, 7222, 7229, 7236, 7243, 7250, 7257, 7264, 7271, 7278, 7285, 7292, 7299, 7306, 7313, 7320, 7327, 7334, 7341, 7348, 7355, 7362, 7369, 7376, 7383, 7390, 7397, 7404, 7411, 7418, 7425, 7432, 7439, 7446, 7453, 7460, 7467, 7474, 7481, 7488, 7495, 7502, 7509, 7516, 7523, 7530, 7537, 7544, 7551, 7558, 7565, 7572, 7579, 7586, 7593, 7600, 7607, 7614, 7621, 7628, 7635, 7642, 7649, 7656, 7663, 7670, 7677, 7684, 7691, 7698, 7705, 7712, 7719, 7726, 7733, 7740, 7747, 7754, 7761, 7768, 7775, 7782, 7789, 7796, 7803, 7810, 7817, 7824, 7831, 7838, 7845, 7852, 7859, 7866, 7873, 7880, 7887, 7894, 7901, 7908, 7915, 7922, 7929, 7936, 7943, 7950, 7957, 7964, 7971, 7978, 7985, 7992, 7999, 8006, 8013, 8020, 8027, 8034, 8041, 8048, 8055, 8062, 8069, 8076, 8083, 8090, 8097, 8104, 8111, 8118, 8125, 8132, 8139, 8146, 8153, 8160, 8167, 8174, 8181, 8188, 8195, 8202, 8209, 8216, 8223, 8230, 8237, 8244, 8251, 8258, 8265, 8272, 8279, 8286, 8293, 8300, 8307, 8314, 8321, 8328, 8335, 8342, 8349, 8356, 8363, 8370, 8377, 8384, 8391, 8398, 8405, 8412, 8419, 8426, 8433, 8440, 8447, 8454, 8461, 8468, 8475, 8482, 8489, 8496, 8503, 8510, 8517, 8524, 8531, 8538, 8545, 8552, 8559, 8566, 8573, 8580, 8587, 8594, 8601, 8608, 8615, 8622, 8629, 8636, 8643, 8650, 8657, 8664, 8671, 8678, 8685, 8692, 8699, 8706, 8713, 8720, 8727, 8734, 8741, 8748, 8755, 8762, 8769, 8776, 8783, 8790, 8797, 8804, 8811, 8818, 8825, 8832, 8839, 8846, 8853, 8860, 8867, 8874, 8881, 8888, 8895, 8902, 8909, 8916, 8923, 8930, 8937, 8944, 8951, 8958, 8965, 8972, 8979, 8986, 8993, 9000, 9007, 9014, 9021, 9028, 9035, 9042, 9049, 9056, 9063, 9070, 9077, 9084, 9091, 9098, 9105, 9112, 9119, 9126, 9133, 9140, 9147, 9154, 9161, 9168, 9175, 9182, 9189, 9196, 9203, 9210, 9217, 9224, 9231, 9238, 9245, 9252, 9259, 9266, 9273, 9280, 9287, 9294, 9301, 9308, 9315, 9322, 9329, 9336, 9343, 9350, 9357, 9364, 9371, 9378, 9385, 9392, 9399, 9406, 9413, 9420, 9427, 9434, 9441, 9448, 9455, 9462, 9469, 9476, 9483, 9490, 9497, 9504, 9511, 9518, 9525, 9532, 9539, 9546, 9553, 9560, 9567, 9574, 9581, 9588, 9595, 9602, 9609, 9616, 9623, 9630, 9637, 9644, 9651, 9658, 9665, 9672, 9679, 9686, 9693, 9700, 9707, 9714, 9721, 9728, 9735, 9742, 9749, 9756, 9763, 9770, 9777, 9784, 9791, 9798, 9805, 9812, 9819, 9826, 9833, 9840, 9847, 9854, 9861, 9868, 9875, 9882, 9889, 9896, 9903, 9910, 9917, 9924, 9931, 9938, 9945, 9952, 9959, 9966, 9973, 9980, 9987, 9994, 10001, 10008, 10015, 10022, 10029, 10036, 10043, 10050, 10057, 10064, 10071, 10078, 10085, 10092, 10099, 10106, 10113, 10120, 10127, 10134, 10141, 10148, 10155, 10162, 10169, 10176, 10183, 10190, 10197, 10204, 10211, 10218, 10225, 10232, 10239, 10246, 10253, 10260, 10267, 10274, 10281, 10288, 10295, 10302, 10309, 10316, 10323, 10330, 10337, 10344, 10351, 10358, 10365, 10372, 10379, 10386, 10393, 10400, 10407, 10414, 10421, 10428, 10435, 10442, 10449, 10456, 10463, 10470, 10477, 10484, 10491, 10498, 10505, 10512, 10519, 10526, 10533, 10540, 10547, 10554, 10561, 10568, 10575, 10582, 10589, 10596, 10603, 10610, 10617, 10624, 10631, 10638, 10645, 10652, 10659, 10666, 10673, 10680, 10687, 10694, 10701, 10708, 10715, 10722, 10729, 10736, 10743, 10750, 10757, 10764, 10771, 10778, 10785, 10792, 10799, 10806, 10813, 10820, 10827, 10834, 10841, 10848, 10855, 10862, 10869, 10876, 10883, 10890, 10897, 10904, 10911, 10918, 10925, 10932, 10939, 10946, 10953, 10960, 10967, 10974, 10981, 10988, 10995, 11002, 11009, 11016, 11023, 11030, 11037, 11044, 11051, 11058, 11065, 11072, 11079, 11086, 11093, 11100, 11107, 11114, 11121, 11128, 11135, 11142, 11149, 11156, 11163, 11170, 11177, 11184, 11191, 11198, 11205, 11212, 11219, 11226, 11233, 11240, 11247, 11254, 11261, 11268, 11275, 11282, 11289, 11296, 11303, 11310, 11317, 11324, 11331, 11338, 11345, 11352, 11359, 11366, 11373, 11380, 11387, 11394, 11401, 11408, 11415, 11422, 11429, 11436, 11443, 11450, 11457, 11464, 11471, 11478, 11485, 11492, 11499, 11506, 11513, 11520, 11527, 11534, 11541, 11548, 11555, 11562, 11569, 11576, 11583, 11590, 11597, 11604, 11611, 11618, 11625, 11632, 11639, 11646, 11653, 11660, 11667, 11674, 11681, 11688, 11695, 11702, 11709, 11716, 11723, 11730, 11737, 11744, 11751, 11758, 11765, 11772, 11779, 11786, 11793, 11800, 11807, 11814, 11821, 11828, 11835, 11842, 11849, 11856, 11863, 11870, 11877, 11884, 11891, 11898, 11905, 11912, 11919, 11926, 11933, 11940, 11947, 11954, 11961, 11968, 11975, 11982, 11989, 11996, 12003, 12010, 12017, 12024, 12031, 12038, 12045, 12052, 12059, 12066, 12073, 12080, 12087, 12094, 12101, 12108, 12115, 12122, 12129, 12136, 12143, 12150, 12157, 12164, 12171, 12178, 12185, 12192, 12199, 12206, 12213, 12220, 12227, 12234, 12241, 12248, 12255, 12262, 12269, 12276, 12283, 12290, 12297, 12304, 12311, 12318, 12325, 12332, 12339, 12346, 12353, 12360, 12367, 12374, 12381, 12388, 12395, 12402, 12409, 12416, 12423, 12430, 12437, 12444, 12451, 12458, 12465, 12472, 12479, 12486, 12493, 12500, 12507, 12514, 12521, 12528, 12535, 12542, 12549, 12556, 12563, 12570, 12577, 12584, 12591, 12598, 12605, 12612, 12619, 12626, 12633, 12640, 12647, 12654, 12661, 12668, 12675, 12682, 12689, 12696, 12703, 12710, 12717, 12724, 12731, 12738, 12745, 12752, 12759, 12766, 12773, 12780, 12787, 12794, 12801, 12808, 12815, 12822, 12829, 12836, 12843, 12850, 12857, 12864, 12871, 12878, 12885, 12892, 12899, 12906, 12913, 12920, 12927, 12934, 12941, 12948, 12955, 12962, 12969, 12976, 12983, 12990, 12997, 13004, 13011, 13018, 13025, 13032, 13039, 13046, 13053, 13060, 13067, 13074, 13081, 13088, 13095, 13102, 13109, 13116, 13123, 13130, 13137, 13144, 13151, 13158, 13165, 13172, 13179, 13186, 13193, 13200, 13207, 13214, 13221, 13228, 13235, 13242, 13249, 13256, 13263, 13270, 13277, 13284, 13291, 13298, 13305, 13312, 13319, 13326, 13333, 13340, 13347, 13354, 13361, 133

$$S_{b_n} = \frac{n [2b_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$S_{b_n} = a_5 = 40, d=2, b_1 = 7 \quad \text{ל3 >}$$

$$\frac{n [2 \cdot 7 + (n-1) \cdot 2]}{2} = 40 / 2$$

$$n [14 + 2n - 2] = 80$$

$$n [12 + 2n] = 80$$

$$12n + 2n^2 = 80$$

$$2n^2 + 12n - 80 = 0$$

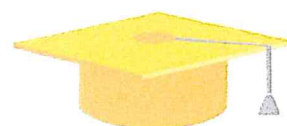
$$\cancel{n = -10}$$

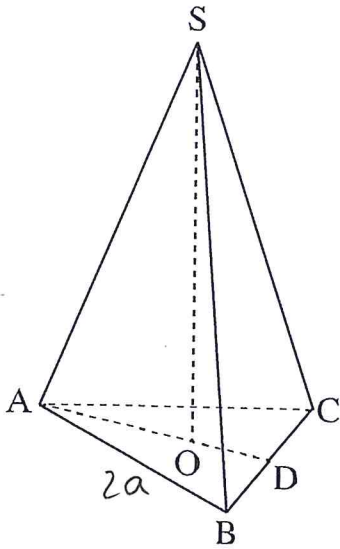
$$n = 4$$

אם האיבר הראשון בסדרה
הוא שלילי אז תשובה

$$\boxed{n = 4}$$

פ > 0





טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC שבסיסה, משולש ABC, הוא שווה צלעות.

נתון: $AB = 2a$.

SO הוא גובה בפירמידה (ראה ציור).

AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.

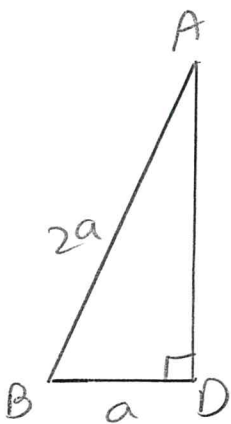
א. הבע באמצעות a את אורך AD.

ב. נתון כי נפח הפירמידה הוא $\sqrt{3} \cdot a^3$.

הבע באמצעות a את גובה הפירמידה SO.

ג. חשב את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

א. כיוון שהשולש ABC הוא שווה צלעות
הגובה הצלע הוא תיכון
אז $BD = \frac{1}{2}BC = a$



לשרש במשולש הריבועים

ב - ΔADB :

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\boxed{AD = \sqrt{3}a}$$



$S = \frac{BC \cdot AD}{2}$ קב. שטח - הכנסים היסוד:

$S = \frac{2a \cdot \sqrt{3}a}{2} = \sqrt{3}a^2$

$V = \frac{S_{ABC} \cdot SO}{3}$

אזכור:

$\sqrt{3}a \cdot \sqrt{3}a^3 = \frac{\sqrt{3}a^2 \cdot SO}{3} \cdot 3$

$3\sqrt{3}a^3 = \sqrt{3}a^2 SO \quad | : \sqrt{3}a^2$

$3a = SO$

$3a$

ע"כ היטליות בין מקבילת צדדים לבסיס
היא אמצע: $\triangle SAO$

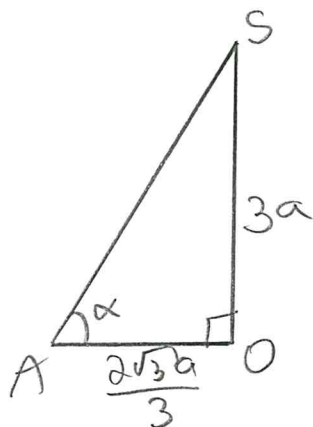
מש"כ: O נק' אמצע מפגש הטר'כודים

כ- $\triangle ABC$ אזכור:

$AO = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}a$

$AO = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$





ΔSOA - ק - נתון :

בזווית בסוף $\hat{=}$ נמצא :

$$SO = 3a$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3a}{\frac{2\sqrt{3}a}{3}}$$

ואכן :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3a \cdot 3}{2\sqrt{3}a} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

⇓

$$\alpha = 68.95^\circ$$



3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + 4\cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
 - ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ העבירו שני אנכים לציר ה- x . חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x ושני האנכים.

$$x = 0$$

כ

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 4 \cos 0 = 4$$

$$(0, 4)$$

הפונקציה היא קיצון

$$f'(x) = 2 - 4\sin x$$

$$2 - 4\sin x = 0 \quad \text{אם } f' = 0 \text{ אז זה נקודת קיצון}$$

$$2 = 4\sin x$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$



במקרה הראשון: $x = \frac{\pi}{6}$

$$y = 2 \cdot \frac{\pi}{6} + 4 \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3} \approx 4.511$$

$$\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3} \right)$$

במקרה השני: $x = \frac{5\pi}{6}$

$$y = 2 \cdot \frac{5\pi}{6} + 4 \cos \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3} =$$

$$\approx 1.771$$

$$\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3} \right)$$

חישוב סוג הקיצון

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y'		+	-	+
y		↗	↘	↗

$$f'(\frac{\pi}{6}) > 0$$

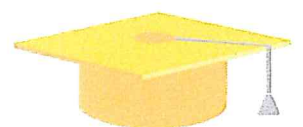
$$f'(\frac{\pi}{2}) < 0$$

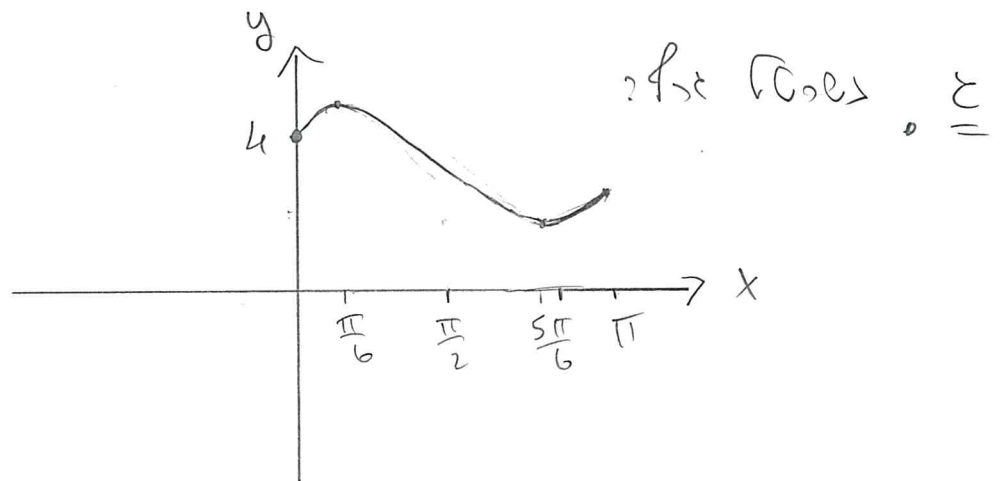
$$f'(\frac{11\pi}{12}) > 0$$

במקרה הראשון: $f(0) = 4$ min

$$f(\pi) = 2\pi + 4 \cos \pi = 2\pi - 4 \approx 2.283 \text{ max}$$

$\min(0, 4)$	$\min(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3})$
$\max(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3})$	$\max(\pi, 2\pi - 4)$





$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (2x + 4\cos x) dx = x^2 + 4\sin x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}$$

נחשב עתה

$$S = \left(\left(\frac{5\pi}{6} \right)^2 + 4\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right) - \left(\left(\frac{\pi}{6} \right)^2 + 4\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) =$$

$$= \frac{25\pi^2}{36} + \frac{4\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi^2}{36} - \frac{4\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{2\pi^2}{3} \approx 6.58}$$



4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$. הוא פרמטר שונה מאפס.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $(0, -\frac{1}{9})$.
- ב. מצא את a .
- הצב בפונקציה $f(x)$ את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (3) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את התחום שבו $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$.

א (1) תחום ההגדרה:

$$e^{2x} - 10e^x = 0$$

$$e^x(e^x - 10) = 0$$

$$e^x = 0 \quad e^x - 10 = 0$$

אין פתרון

$$e^x = 10$$

$$x = \ln 10$$

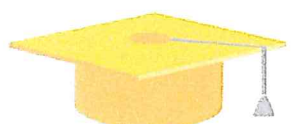
אכן, הוא קצת מאגרת בואה:

$$x \neq \ln 10$$

$$(x \neq 2.302)$$

(2) אסימפטוטה מאונכת לציר ה- x :

$$x = \ln 10$$



נמצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 10e^x}$ בנקודה $(0, -\frac{1}{9})$ כאשר a הוא

$$-\frac{1}{9} = \frac{a}{e^{2 \cdot 0} - 10e^0}$$

$$-\frac{1}{9} = \frac{a}{-9} \quad | \cdot (-9)$$

$$\boxed{-1 = a}$$

נמצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 10e^x}$ בנקודה $(a, -\frac{1}{9})$ כאשר a הוא

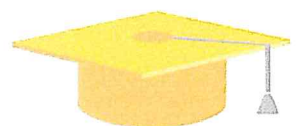
נמצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 10e^x}$ בנקודה $(a, -\frac{1}{9})$ כאשר a הוא

$$f'(x) = \frac{-1(2e^{2x} - 10e^x)}{(e^{2x} - 10e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2e^{2x} + 10e^x}{(e^{2x} - 10e^x)^2}$$

נמצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 10e^x}$ בנקודה $(a, -\frac{1}{9})$ כאשר a הוא

$$\frac{-2e^{2x} + 10e^x}{(e^{2x} - 10e^x)^2} = 0$$



$$-2e^{2x} + 10e^x = 0$$

$$2e^x(-e^x + 5) = 0$$

$$2e^x = 0$$

$$e^x = 0$$

אין פתרון

$$-e^x + 5 = 0$$

$$e^x = 5$$

$$x = \ln 5$$

נחשב את ערך הפונקציה ב- $x = \ln 5$:

$$y = \frac{1}{e^{2\ln 5} - 10e^{\ln 5}}$$

$$y = -\frac{1}{25}$$

$$\left(\ln 5, -\frac{1}{25}\right)$$

נבדוק את סוג הקיצון:

	$x < \ln 5$	$\ln 5 < x < \ln 10$	$x > \ln 10$
y'	+	-	-
y	→	→	→

$$f'(\ln 2) > 0$$

$$f''(\ln 7) < 0$$

$$f'(\ln 11) < 0$$



$$\boxed{\max(\ln 5, -\frac{1}{25})}$$

לקיטר הק'צ'ון?

ע(2). תחומי פ'ה:

$x < \ln 5$
 $\ln 5 < x < \ln 10, \ln 10 < x$
 תחומי ק'צ'ון:

הגדרת הפונקציה: $y = \ln(x) - \frac{1}{25x}$

ע(3) ג'חלב לקיטר חילוק עם צ' x:

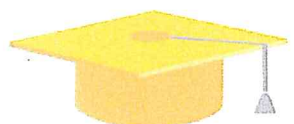
$$y = 0$$

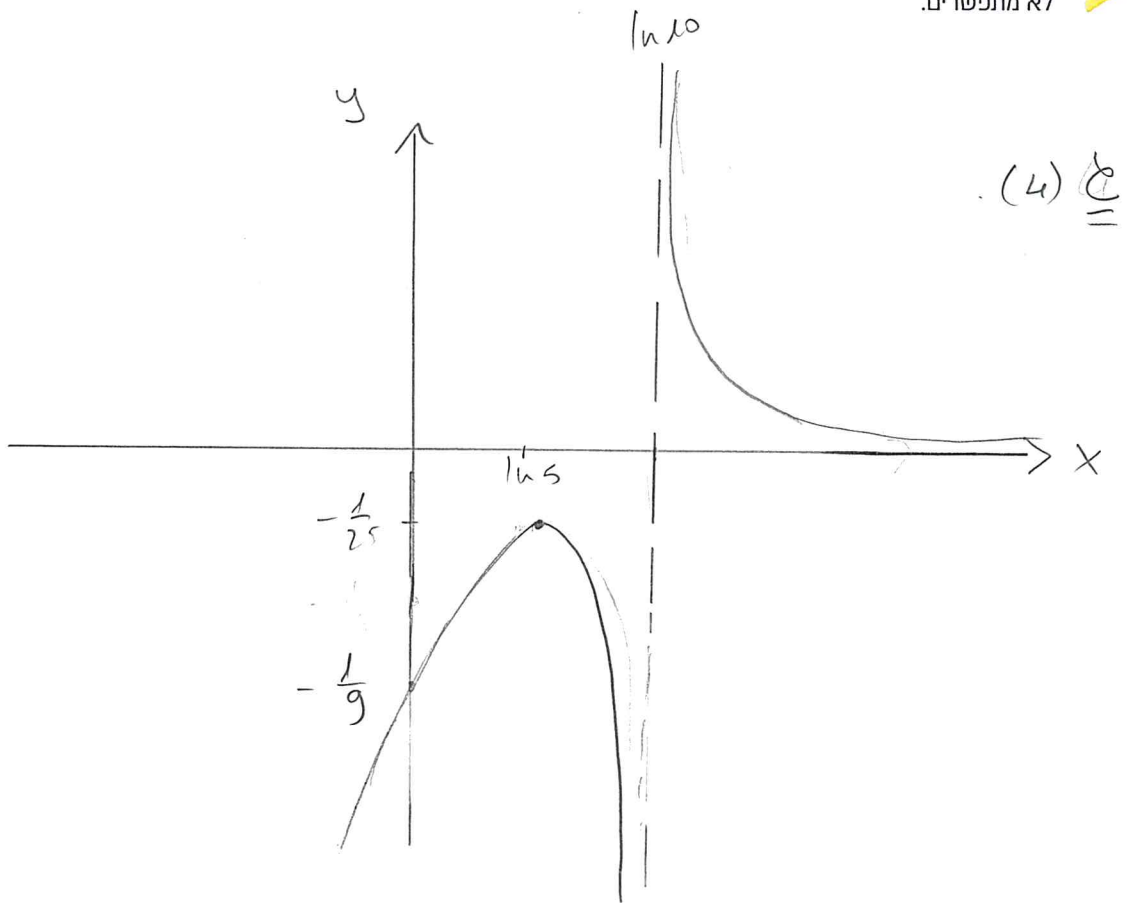
$$0 = \frac{1}{e^{2x} - 10e^x} \cdot (e^{2x} - 10e^x)$$

$$0 = 1$$

פ'ה לק'ה

אין לקיטר חילוק צ' x





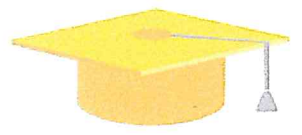
$\lim_{x \rightarrow \ln 10^+} f(x) = 0$
 $\lim_{x \rightarrow \ln 5^-} f(x) = -\frac{1}{25}$
 $f(0) = -\frac{1}{9}$

2. נחשב את הנגזרת ב-400 א' (1) יצאנו:
 $f'(x) < 0$ עבור $\ln 5 < x < \ln 10$, $\ln 10 < x$
 נחשב את הנגזרת:
 $f(x) < 0$ עבור $\ln 5 < x < \ln 10$
 ולכן $f(x) < 0$ או $f'(x) < 0$ עבור $x > \ln 10$

$\ln 5 < x < \ln 10$

נמידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.





5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

א. $1+x > 0$ אם $2+2x \neq 0$ הזכרנו:
 $x > -1$ אם $2 \neq -2x$
 $x > -1$ אם $-1 \neq x$

$x > -1$ אי-אפשר:

ב. אי-אפשר $x = -1$ מאחר ש $x = -1$ אי-אפשר:
 $x = -1$

ג. נחשב נקודת חיתוך $x = 0$ $y = 0$

$x = 0$

$f(0) = \frac{\ln(1+0)}{2+2 \cdot 0} = 0$

$(0, 0)$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



לחשוב לקצטר חיתוך ב- $x=0$:

$$y=0$$

$$0 = \frac{\ln(1+x)}{2+2x} \cdot (2+2x)$$

$$0 = \ln(1+x)$$

$$e^0 = 1+x$$

$$0 = x$$

$$(0, 0)$$

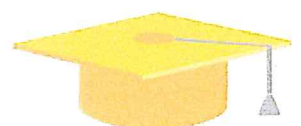
$(0, 0)$ לקצטר החיתוך בציר x

2. שיטת לקצטר הקיצון!

$$f'(x) = \frac{\frac{2+2x}{1+x} - 2\ln(1+x)}{(2+2x)^2}$$

בכור אתר הפול-קציה:

$$f'(x) = \frac{2 - 2\ln(1+x)}{(2+2x)^2}$$



נשאלה אטר הנגזרת 0-1: הפרק:

$$\frac{2 - 2 \ln(1+x)}{(2+2x)^2} = 0 \quad | \cdot (2+2x)^2$$

$$2 - 2 \ln(1+x) = 0$$

$$2 = 2 \ln(1+x) \quad | :2$$

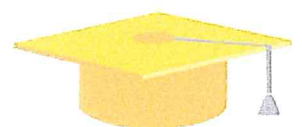
$$1 = \ln(1+x)$$

$$e = 1+x$$

$$e-1 = x$$

נחשב אטר אטר ה-y: $y = \frac{\ln(1+e-1)}{2+2(e-1)} = \frac{1}{2e} \approx 0.184$

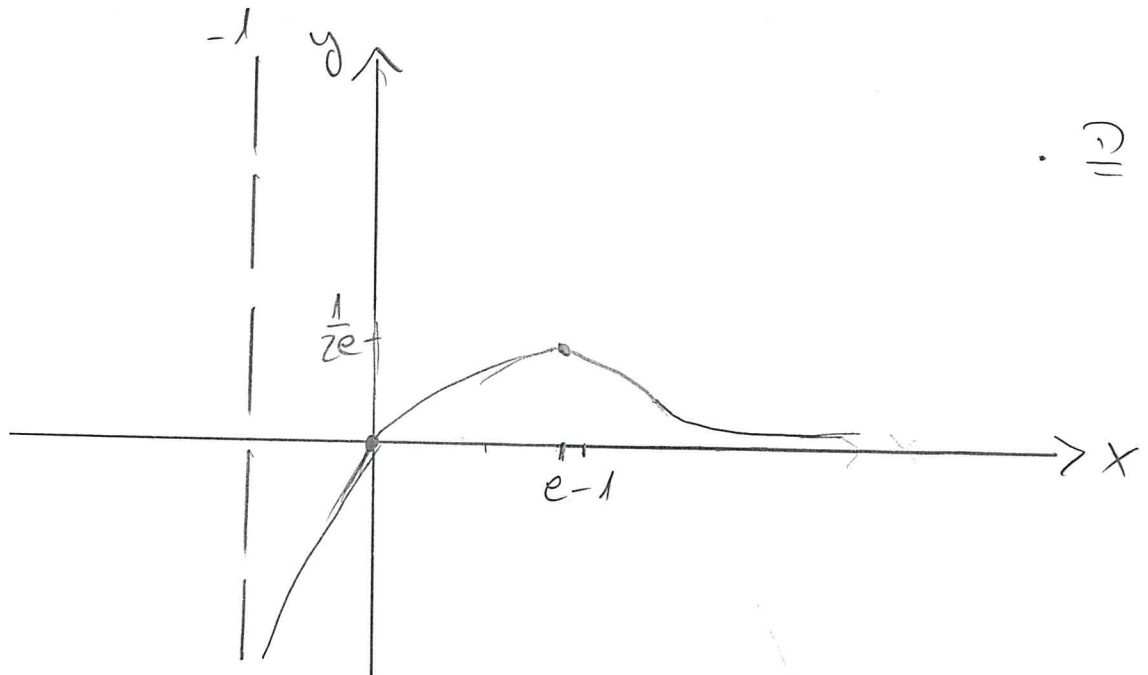
המשלבה אטר יצאן: $(e-1, \frac{1}{2e})$



הקיצון? סוג אחר סוג

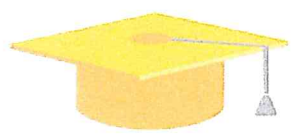
x	-1	$-1 < x < e-1$	$e-1 < x$
y'	/ / / / /	+	-
y	/ / / / /	↗	↘

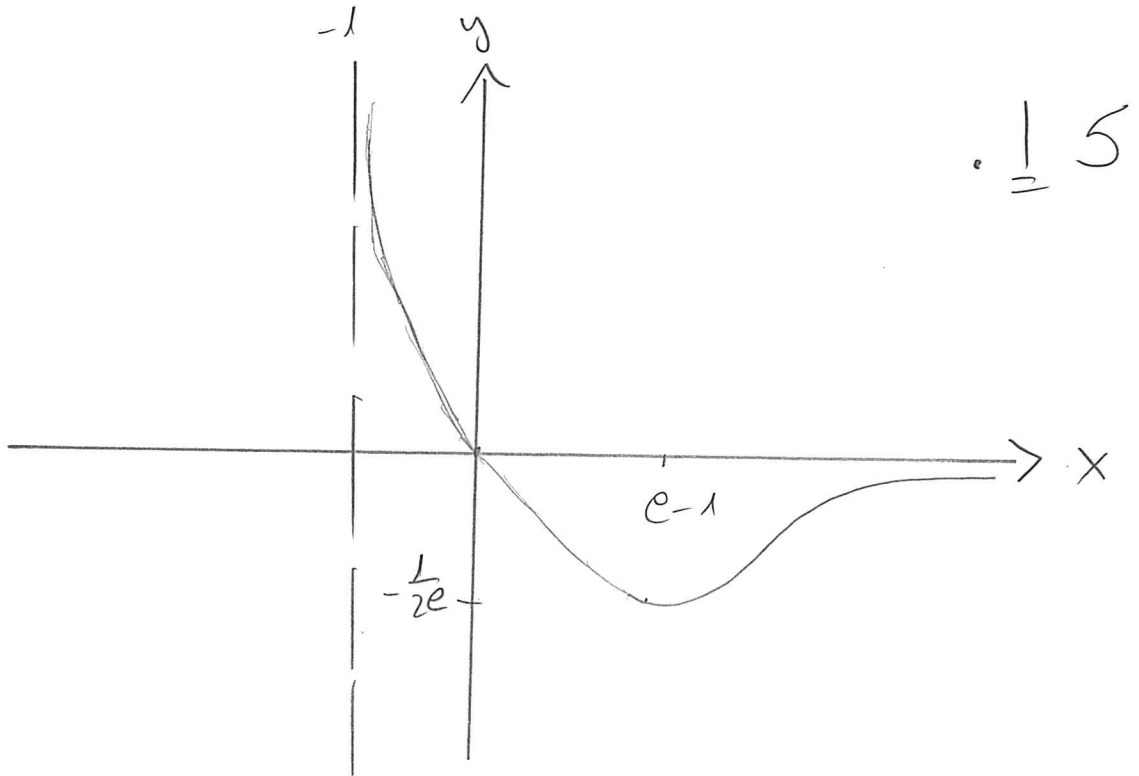
$\max(e-1, \frac{1}{2e})$ הקיצון? קיצון



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.

