מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 307 ,035007
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מ ת מ ט י ק ה

שאלון ז׳

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

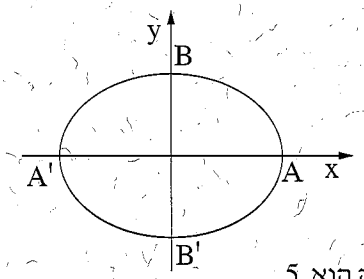
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ חותכת את ציר ה־ x בנקודות A ו־ A', ואת ציר ה־ y היא חותכת בנקודות B ו־ B', כמתואר בציור.



א. נתון כי הישר $y=-\frac{5}{4}x$ מאונך לישר $A'B$, והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו־ F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2.

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה־ x.

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו־ A', ומוקדיה הם F_1' ו־ F_2'.

E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש־ $E'E$ מקביל לציר ה־ y.

הגובה לצלע $F_1'F_2'$ במשולש $E'F_1'F_2'$ גדול פי k $(k>1)$ מהגובה לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2.

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F_1' ו־ F_2' יתלכדו לנקודה אחת בראשית הצירים? נמק.

/המשך בעמוד 3/

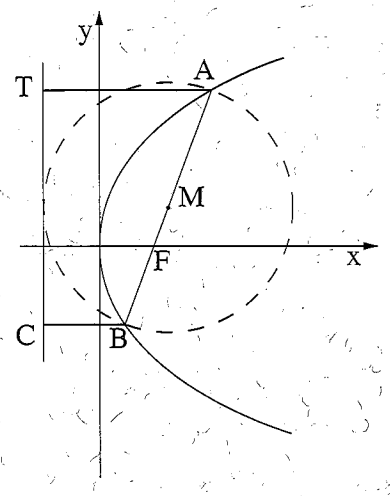
2. נתונה הפרבולה $y^2 = 2px$.

המיתר AB עובר דרך מוקד הפרבולה F.

הנקודות T ו־C נמצאות על מדריך

הפרבולה כך ש־AT ו־BC מקבילים

לציר ה־x (ראה ציור).



א. הוכח כי אורך המיתר AB שווה לסכום

אורכי הבסיסים של הטרפז ATCB.

היעזר בהגדרה של פרבולה.

ב. המיתר AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

הוכח כי מרחק הנקודה M ממדריך הפרבולה שווה לרדיוס המעגל.

ג. נתון: $BC = 6$ ס"מ, $AT = 12$ ס"מ.

(1) מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה F את המיתר AB.

(2) הבע באמצעות p את שיעור ה־x של הנקודה B.

(3) מצא את משוואת הפרבולה.

/המשך בעמוד 4/

3. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x+2y-z-4=0$.

הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x}=(1,2,-7)+t(3,2,1)$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B .

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M .

אחת מהנקודות M ו- D נמצאת על ציר ה- x , ואחת מהן נמצאת על ציר ה- z .

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה- x . נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD . האנך חותך את המישור בנקודה E .

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD .

/המשך בעמוד 5/

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל x, מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)}(x - \frac{3}{2})$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -\frac{1}{4}$.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(3) נתון גם: $g'''(x) < 0$ עבור $x < 1.5$

$g'''(x) > 0$ עבור $x > 1.5$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

/המשך בעמוד 6/

5. א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון: $\left|1+\frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$.

O היא ראשית הצירים.

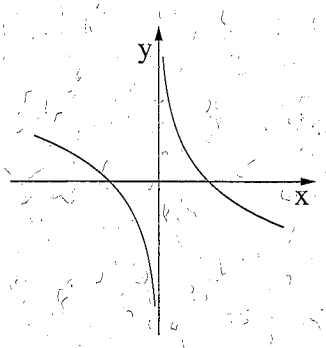
מצא במשולש $O\,z\,\bar{z}$:

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = -\ell nx$

$g(x) = \ell n(-x)$



(ראה ציור).

(1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$,

ואת תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) A היא נקודה על הגרף של אחת הפונקציות,

ו־ B היא נקודה על הגרף של הפונקציה האחרת כך שהקטע AB

מאונך לציר ה־ y.

מצא את האורך המינימלי של הקטע AB.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך