



פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב', שאלונים: 313, 035803
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

להלן הסברים מפורטים

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



אלגברה

1. דני רצה לקנות 20 עפרונות ועטים סך הכול.
מחיר כל עיפרון הוא 10 שקלים, ומחיר כל עט גבוה ב- 20% ממחיר עיפרון.
המחיר הכולל של העפרונות והעטים הוא 214 שקלים.
א. כמה עטים וכמה עפרונות רצה דני לקנות?
ב. כאשר דני עמד לשלם, התברר כי יש לו רק 200 שקלים.
המוכרת הציעה לדני הנחה של 9% על העפרונות.
האם לאחר הנחה זו יספיקו לדני 200 השקלים שברשותו, והוא יוכל לקנות את כל העפרונות והעטים שרצה לקנות?

הענה: אלטרנטיב
פנסלמס אחר

פתרון: א.
קניית נעליים
X - כמות העיפרונות
Y - כמות העטים

X כמות העיפרונות
(20-X) כמות העטים

נניח את הנעליים בשקל			
סוג	כמות	מחיר יחידה	ז
עיפרון	X	10	10X
עט	Y	12	12Y

המשוואה:

$$10X + 12Y = 214$$

קניית משוואה I

$$\text{מספר העיפרונות} + \text{מספר העטים} = 20$$

$$X + Y = 20$$

משוואה II

$$\text{המחיר הכולל של העיפרונות} + \text{המחיר הכולל של העטים} = 214$$

מחיר עיפרון אחד: 10 שקלים
מחיר עט אחד: 12 שקלים

קאמפוזיציה: 120% = 100% + 20%

אטקציה: 120% מחיר אחד 10

$$\uparrow \frac{120}{100} \cdot 10 = 12$$



נפתר את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ 10x + 12y = 214 \end{cases}$$

$$+ \begin{array}{r} -10x - 10y = -200 \\ 10x + 12y = 214 \end{array}$$

$$2y = 14 \quad / :2$$

$$y = 7$$

$$x + 7 = 20$$

$$x = 13$$

תשובה: דני נצב אקנה 13 עטיון 7-1 עטיון

ק. אחיו עמנו אפני הנחה הוא 10 שקלים
אחיו עמנו אחיו ההנחה: קאמפוזיט: 91% - 9% = 100%

בכסף: 91% מאלו 10

$$\frac{91}{100} \cdot 10 = 9.1$$

דני נצב אקנה 13 עטיון וכן אחיו העטיון הוא:

$$9.1 \times 13 = 118.3$$

אחיו עט הוא 12 שקלים (מבאן בסטיון אד)
אסני העטיון נצב אקנה הוא 7, וכן טיון

$$12 \cdot 7 = 84$$

אכטו א נכז אלו הנחונות בטקס חצט

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



סוג	כמות	מחיר יחידה	
$13 \times 9.1 = 118.3$	13	9.1	פניון
$12 \cdot 7 = 84$	7	12	קט

המחיר הכולל של המוצרים

$$118.3 + 84 = 202.3$$

המחיר הכולל של המוצרים הוא 202.3 שקלים.
אחרי איגוף של 200 שקלים, נשאר לנו
אגף של 2.3 שקלים.

השאלה: אילו מוצרים נותרו?

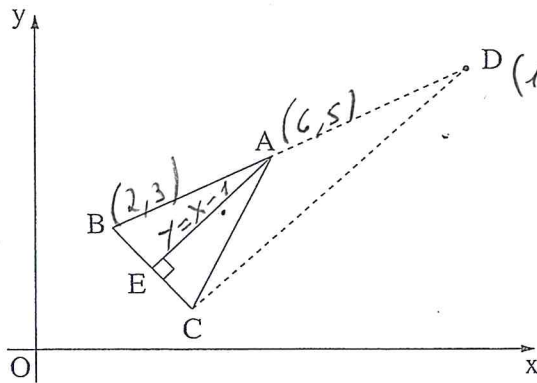
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





2. הנקודות $A(6, 5)$ ו- $B(2, 3)$ הן קדקודים

של משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

AE הוא הגובה לבסיס BC (ראה ציור).

משוואת AE היא $y = x - 1$.

א. מצא את משוואת הצלע BC .

ב. (1) מצא את השיעורים של

הנקודה E .

(2) מצא את השיעורים של

הקדקוד C .

ג. נתונה הנקודה $D(10, 7)$.

(1) הראה כי DC מאונך ל- BC .

(2) חשב את שטח הטרפז $AECD$.

פתרון:
 מציאת הטיקס של BC

BC מאונך ל- AE חזק הטיקס של BC הוא הופכי ואנכי ל- AE .
 טיפוס של AE או מנגד הטיקס של AE $AE \cdot BC = -1$.

$m_{AE} = 1$ (הנקודה E היא $y = x - 1$ ו- x הוא 1)

$m_{BC} = -1$ (הופכי ואנכי ל-1)

אם: $1 \cdot m_{BC} = -1 \quad | :1$

$m_{BC} = \frac{-1}{1} = -1$

(נקודה B) היא $B(2, 3)$

(3) נאמטלל היטו $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -1$ $(2, 3)$

$y - 3 = -1(x - 2)$





$$y - 3 = -x + 2$$

$$\boxed{y = -x + 5}$$

ק. (4) הנקודה E היא נקודת חיתוך בין הישרים
AE ו-BC, נהגנו את מערכת המשוואות
שני הישרים:

$$\begin{aligned} AE: & \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \\ BC: & \end{aligned}$$

$$x - 1 = -x + 5$$

$$2x = 6 \quad / : 2$$

$$x = 3$$

$$y = 3 - 1 = 2$$

$$\boxed{E(3, 2)}$$

ק. (2) נמצא את נקודה C בעזרת נוסחת אמצע, נסג.

E היא נקודת האמצע של הציב BC

$$B(2, 3)$$

$$E(3, 2)$$

$$C(x, y)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2+x}{2}$$

$$6 = 2 + x$$

$$4 = x$$

$$\boxed{C(4, 1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{2} &= \frac{3+y}{2} \quad / : 2 \\ 4 &= 3 + y \\ 1 &= y \end{aligned}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיסינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





ג. (1) כדי להיבדק ש-DC מאונק BC נראה שהטיוח
ש-DC הוא הוסי ונגזי טיוח BC, כל
נראה שמכנה הטיוח טוה 1-.

$$D(10, 7)$$

$$C(4, 1)$$

$$m_{DC} = \frac{7-1}{10-4} = \frac{6}{6} = 1$$

$$m_{BC} = -1 \quad (\text{מכנה הטיוח})$$

הטיוח ש-DC הוא 1 והטיוח ש-BC הוא -1.
1 הוא הוסי ונגזי 1-1- וכן הטיוח מאונק.

$$m_{DC} \cdot m_{BC} = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$\sum_{\text{סכום}} = \frac{(AE + CD) EC}{2} \quad (2)$$

$$A(6, 5) \quad d_{AE} = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} = 4.243$$

$$E(3, 2)$$

$$D(10, 7) \quad d_{DC} = \sqrt{(10-4)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{72} = 8.485$$

$$C(4, 1)$$

$$E(3, 2) \quad d_{EC} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} = 1.414$$

$$C(4, 1)$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביכולות לבגרות במתמטיקה



$$S_{\text{סריס}} = \frac{(\sqrt{18} + \sqrt{72})\sqrt{2}}{2} = 9$$

||c

$$S_{\text{סריס}} = \frac{(4.243 + 8.485)1.414}{2} = 9$$

שטח הסריס הוא 9 יחידות.

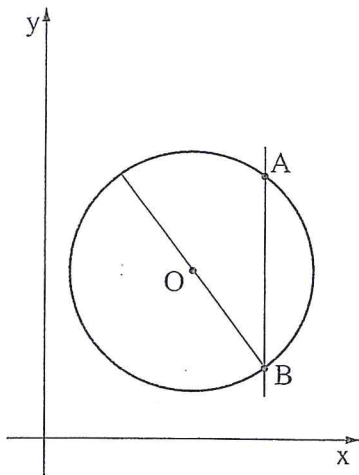
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





3. נתון מעגל שמרכזו $O(6, 7)$.

הנקודה $A(9, 11)$ נמצאת על המעגל (ראה ציור).

א. (1) חשב את האורך של רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל.

ב. הישר $x=9$ חותך את המעגל

בנקודה נוספת, B (ראה ציור).

מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל.

מצא את משוואתו.

ד. חשב את שטח המשולש AOB .

$$R = d_{AO} = \sqrt{(9-6)^2 + (11-7)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$A(9, 11)$
 $O(6, 7)$

$R=5$

פתרון:
(1)

תשובה:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \quad (2)$$

$a=6, b=7, R=5$

$$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 5^2$$

$$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$

משוואת המעגל

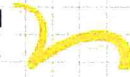
ה. (3) $x=9$ במשוואת המעגל ונקבל:

$$(9-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$

$$9 + (y-7)(y-7) = 25$$

$$9 + y^2 - 7y - 7y + 49 = 25$$





$$y^2 - 14y + 33 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 33}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 8}{2}$$

$$y_1 = 11 \quad y_2 = 3$$

$y = 11$ מתאימה לנקודה A (ענף הסגור)
 $y = 3$ מתאימה לנקודה B (ענף הסגור)

$$B(9, 3)$$

ג. נמצא את משוואת הקוטר BO.

נמצא את שינוי הקוטר ענף הנקודה B

$$m_{BO} = \frac{3-7}{9-6} = \frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

$$B(9, 3)$$

$$O(6, 7)$$

נמצא את משוואת הישר BO ענף

השינוי $m = -1\frac{1}{3}$ (הנקודה $O(6, 7)$).

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 7 = -1\frac{1}{3}(x - 6)$$

$$y - 7 = -1\frac{1}{3}x + 8$$

$$y = -1\frac{1}{3}x + 15$$

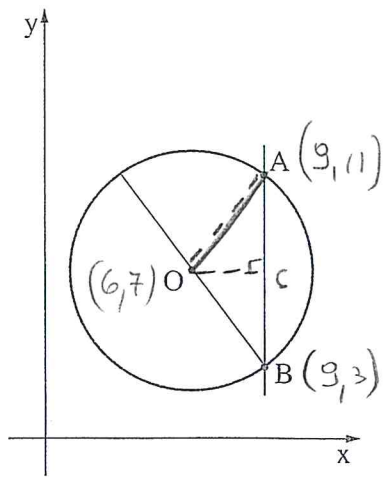
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם בשיחות לבגרות במתמטיקה





3. נחשב את AO ונחלק
אתה צריך AB (נמצא) ו- CO
נקודת החיתוך של AB ו- CO
היציאה AB מקוטר C .

$$S_{\Delta AOB} = \frac{AB \cdot CO}{2}$$

$$AB = y_{(A)} - y_{(B)} = 11 - 3 = 8$$

$$CO = x_{(C)} - x_{(O)} = 9 - 6 = 3$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

שטח המשולש הוא 12 יחיד

MY.GEVA.CO.IL

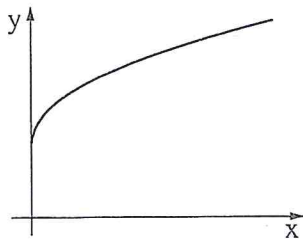
לפרטים נחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



4. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$.
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ג. גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.
- ה. האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

$$x \geq 0$$

2010/10/16

2. במקרה חילוק עם 3 יור $X=0 \leftarrow Y$.
 (3) $X=0$ במחשבה הסופית, במקרה 1.

$$f(0) = 2\sqrt{0} + 3 = 3$$

$$(0,3)$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

15/11/1983 נקד

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

(۳۳۱۸ / ۱۷)





קט'צור הק'צון מתק'יז
ק'צוק א'ז י'ט ק'צור ק'צון
 $\frac{1}{\sqrt{x}} = 0$ $\frac{x}{\sqrt{x}}$

א'ז פ'תרון $1 = 0$

א'ז פ'תרון לאטואה ז'כן א'ז ק'צור ק'צון

3. (מ'צ' א'ז ט'ט'ז ה'מ'ט'ן ק'צ'ר'ז'ס $x=1$
(צ'ק $x=1$ ק'צ'ר'ז'ט ה'פ'וע'צ'י'ט)

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(x=1) = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$

(מ'צ' א'ז ק'צ'ר'ז'ט ה'ה'ט'ק'ה)

(צ'ק $x=1$ ק'צ'ר'ז'ט ה'נ'ת'נ'ה) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$

$f(1) = 2\sqrt{1} + 3 = 5$ $(1, 5)$

(צ'ק ג'מ'ט'וא'ל'ר ה'י'ט'נ' $y - y_1 = m(x - x_1)$)

$m = 1$ $(1, 5)$

$y - 5 = 1(x - 1) \rightarrow y - 5 = x - 1 \rightarrow y = x + 4$





ה. מצאנו שטובות ציה אין נקודות קיצון בינאלי, ולכן
נקודת הקיצון היחידה היא נקודת הקיצון שבקצה
תחום ההגדרה. נקודת קצה תחום ההגדרה היא
ג- $x=0$ ומצאנו בסעיף ג שטיוחי נקודה זו
היא $(0,3)$.

אם נק, הנקודה הנמוכה ביותר במוקציה היא
הנקודה $(3,0)$ שבה $y=3$, ולכן היטו $y=2$
אין חתך אף גוף המוקציה.

צוק נוסף: נניח $y=2$ במוקציה הנמוכה
ינאוי היא נמצא x המגליאוי.

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$2\sqrt{x} + 3 = 2 \quad / -3$$

$$2\sqrt{x} = -1 \quad / :2$$

$$\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

למשלואה זו אין פתרון כי טוט היקוי טא מספר
אין ונא חייל טיוחי.

תשובה: היטו $y=2$ אין חתך אף גוף המוקציה

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם בעילות לבגרות במתמטיקה



5. הפרבולה $y = x^2 + 2x + 6$

חותכת את ציר ה- y בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. דרך הנקודה A העבירו ישר ששיפועו -1.

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B.

מצא את השיעורים של הנקודה B.

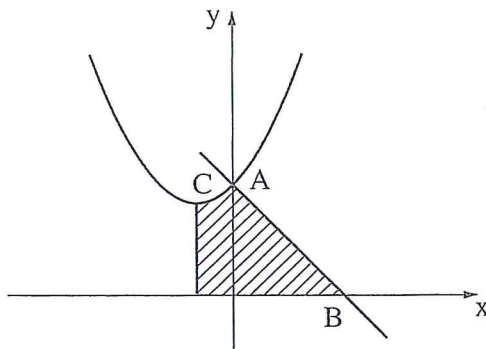
ג. המינימום של הפרבולה הוא בנקודה C.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

ד. דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x .

חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר AB (השטח המקוקו בציור).



פתרון:

א. ה- y היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y ולכן $x=0$

נציב $x=0$ בנוסחה הנחשבת ונקבל:

$$y = x^2 + 2x + 6$$

$$y = 0^2 + 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

$$A(0, 6)$$

ב. (1) נמצא את משוואת הישר בעזרת הנוסחה:

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = -1 \quad (0, 6)$$

$$y - 6 = -1(x - 0)$$

$$y - 6 = -x$$

$$y = -x + 6$$

(2) הנקודה חיתוך עם ציר X נקראת ה-y חותך 0.

צב $y = 0$ במשוואה הישר שמצאנו בסעיף קודם.

$$y = -x + 6$$

$$0 = -x + 6$$

$$x = 6$$

$$B(6, 0)$$

ג. הנקודה המינימום $y' = 0$.

נגזרת אף הפונקציה: $y = x^2 + 2x + 6$

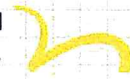
$$y' = 2x + 2$$

$$2x + 2 = 0 \quad : \text{נשווה אף הנגזרת ל-0}$$

$$2x = -2 \quad : / 2$$

$$x = -1$$





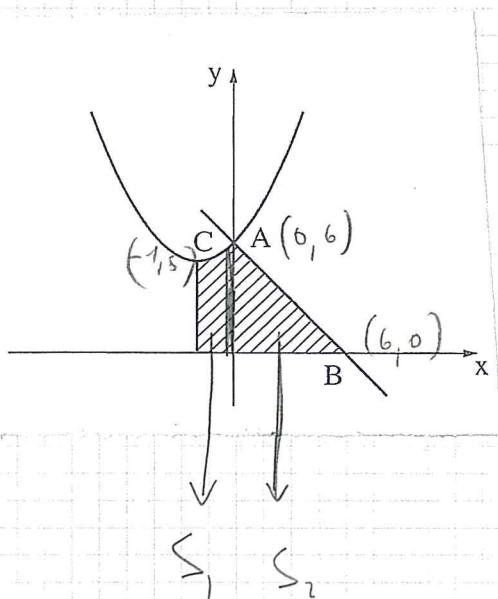
נציב $x = -1$ בפרבולה ונקבל את שיאו ה- y של הנקודה.

$$x = -1$$

$$y = (-1)^2 + 2(-1) + 6$$

$$y = 5$$

$$C(-1, 5)$$



הי. נמצא את חיתוך הפרבולה
עם הישר $y = -x + 6$ ונקבל

$$S_1 - S_2 \quad (נראה כי)$$

$$S_1$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 6) dx$$

הפרבולה הנמוכה

$$(x^2 + 2x + 6) - (0) = x^2 + 2x + 6$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 6) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^0 =$$

$$(0) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + \frac{2(-1)^2}{2} + 6(-1) \right) = 0 - \left(-\frac{1}{3} + 1 - 6 \right) = 5 \frac{1}{3}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר ושיעורים
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



S_2 חיתוך שטח

$\int_0^6$

אזור האינסוף

הפונקציה הנל

$$(-x+6) - (0) = -x+6$$

חיתוך השטח:

$$\int_0^6 (-x+6) dx = \left[-\frac{x^2}{2} + 6x \right]_0^6 =$$

$$\left(-\frac{6^2}{2} + 6 \cdot 6 \right) - (0) = 18$$

$$S = S_1 + S_2 = 5\frac{1}{3} + 18 = 23\frac{1}{3}$$

תוצאה: $23\frac{1}{3}$ חיתוך השטח

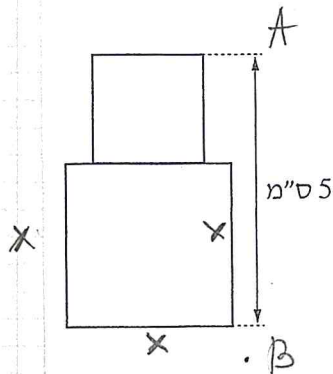
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביחידות לבגרות במתמטיקה





6. נתונה צורה המורכבת משני ריבועים המונחים זה על זה (הריבועים יכולים להיות שונים בגודלם או שווים בגודלם).
גובה הצורה הוא 5 ס"מ (ראה ציור).
א. סמן ב- x את אורך הצלע של הריבוע התחתון, והבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע העליון.
ב. מצא מה צריך להיות x , כדי ששטח הצורה יהיה מינימלי.
ג. חשב את השטח המינימלי של הצורה.

פתרון: א. x - אורך הריבוע התחתון

$$AB = 5$$

אכן אורך הריבוע העליון הוא $5-x$.

$$\boxed{5-x}$$

ג. שטח הציורה מורכב משני ריבועים.
נניח קאמבר x א - שטח של הריבועים

$$\text{שטח הציורה} = x^2 + (5-x)^2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 שטח שטח
 ריבוע ריבוע
 תחתון עליון

עלנו למצוא x כך ששטח הציורה יהיה מינימלי.
אם נק' נמצא x נקודת המינימום של הפונקציה

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם בעילות לבגרות במתמטיקה



המאגר אל הבורה.

$$f(x) = x^2 + (5-x)^2$$

הנקודה המינימלית $f'(x) = 0$

נסב אל הנקודה:

$$f(x) = x^2 + (5-x)(5-x)$$

$$f(x) = x^2 + 25 - 5x - 5x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 25$$

לגזור אל הנקודה:

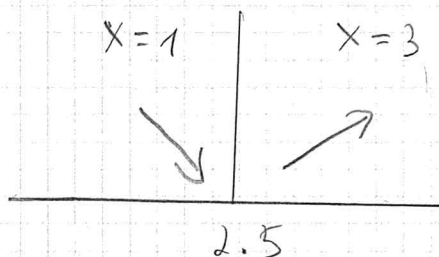
$$f'(x) = 4x - 10$$

$$4x - 10 = 0$$

$$4x = 10 \quad / :4$$

$$x = 2.5$$

נבוא גזירה סתם שהנקודה היא אל הנקודה המינימלית



קיצון נקודה מינימלית

$$f'(x) = 4x - 10$$

$$f'(x=1) = 4 \cdot 1 - 10 = -6$$

הסימן שלילי ולכן הנקודה יורדת

$$f'(x=3) = 4 \cdot 3 - 10 = 2$$

הסימן חיובי ולכן הנקודה עולה.

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



$$X = 2.5 \text{ טלר!}$$

ע, כדי לחשב את הוטה האנימלי רצ'ק $X=2.5$
בטור, ציג האנימלי את טסה ה צורה.

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 25 \text{ טסה ה צורה}$$

$$f(x=2.5) = 12.5$$

$$\text{טסה ה צורה} - 12.5 \text{ סלר}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה

