



פתרון בחינת הבגרות

במתמטיקה

קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב', שאלון: 35382

עפ"י תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית.

שאלון שלישי מ-3 יח"ל

מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

להלן הסברים מפורטים

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



אלגברה

1. דני רצה לקנות 20 עפרונות ועטים סך הכול.
מחיר כל עיפרון הוא 10 שקלים, ומחיר כל עט גבוה ב- 20% ממחיר עיפרון.
המחיר הכולל של העפרונות והעטים הוא 214 שקלים.
א. כמה עטים וכמה עפרונות רצה דני לקנות?
ב. כאשר דני עמד לשלם, התברר כי יש לו רק 200 שקלים.
המוכרת הציעה לדני הנחה של 9% על העפרונות.
האם לאחר הנחה זו יספיקו לדני 200 השקלים שברשותו, והוא יוכל לקנות את כל העפרונות והעטים שרצה לקנות?

פתרון: א. קביעת נעלמים
נניח: x - מחיר העיפרון
 y - מחיר העט
נניח: $20 - x$ - מחיר העט

סוג	מחיר	כמות	סה"כ
עיפרון	10	x	$10x$
עט	12	y	$12y$

המשוואה:
 $10x + 12y = 214$

נניח: $x + y = 20$
 $x + y = 20$
נניח: $10x + 12y = 214$

נניח: $10x + 12y = 214$
נניח: $10x + 12y = 214$
נניח: $10x + 12y = 214$



נפתר את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ 10x + 12y = 214 \end{cases}$$

$$+ \begin{array}{r} -10x - 10y = -200 \\ 10x + 12y = 214 \end{array}$$

$$2y = 14 \quad / :2$$

$$y = 7$$

$$x + 7 = 20$$

$$x = 13$$

תשובה: דני נצב אקנה 13 עטיון 7-1 עטיון

ב. אחיו עמנו אפני הנחה הוא 10 שקלים
אחיו עמנו אחיו ההנחה: קאמפוזיט: 91% - 9% = 100%

בכסף: 91% מאלו 10

$$\frac{91}{100} \cdot 10 = 9.1$$

דני נצב אקנה 13 עטיון וכן אחיו העטיון הוא:

$$9.1 \times 13 = 118.3$$

אחיו עט הוא 12 שקלים (מבאן בסעוף אד)
אסני העטיון נצב אקנה הוא 7, וכן טיוס

$$12 \cdot 7 = 84$$

אכסר א נכז אלו הנמנים בטקס חצט

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



סוג	כמות	מחיר יחידה	
$13 \times 9.1 = 118.3$	13	9.1	פניון
$12 \cdot 7 = 84$	7	12	קס

המחיר הכולל של המוצרים

$$118.3 + 84 = 202.3$$

המחיר הכולל של המוצרים הוא 202.3 שקלים.
אחרי איגוף של 200 שקלים, נשאר לנו
אגף של 2.3 שקלים.

השאלה: האם נשאר לנו אגף?

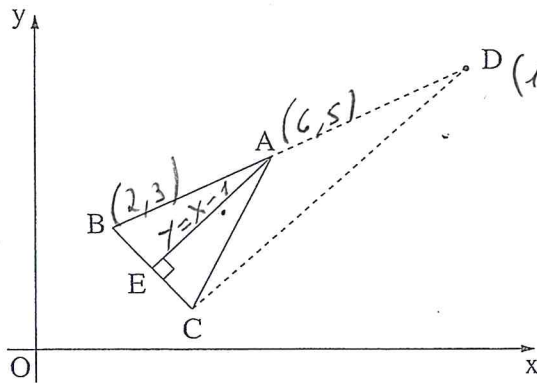
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





2. הנקודות $A(6, 5)$ ו- $B(2, 3)$ הן קדקודים

של משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

AE הוא הגובה לבסיס BC (ראה ציור).

משוואת AE היא $y = x - 1$.

א. מצא את משוואת הצלע BC .

ב. (1) מצא את השיעורים של

הנקודה E .

(2) מצא את השיעורים של

הקדקוד C .

ג. נתונה הנקודה $D(10, 7)$.

(1) הראה כי DC מאונך ל- BC .

(2) חשב את שטח הטרפז $AECD$.

פתרון:
 מציאת הטיקס של BC

BC מאונך ל- AE חזק הטיקס של BC הוא הופכי ואנכי ל- AE .
 טיפוס של AE או מנגד הטיקס של AE $AE \cdot BC = -1$.

$m_{AE} = 1$ (הנקודה $y = x - 1$ היא טיפוס של x הוא 1)

$m_{BC} = -1$ (הופכי ואנכי ל-1)

אם: $1 \cdot m_{BC} = -1 \quad / : 1$

$m_{BC} = \frac{-1}{1} = -1$

(נקודה של BC היא $B(2, 3)$,

(3) נאמצעל הטיפוס $-1 = m(x - x_1)$

$m = -1$ (2, 3)

$-1 - 3 = -1(x - 2)$



$$y - 3 = -x + 2$$

$$\boxed{y = -x + 5}$$

ק. (4) הנקודה E היא נקודת חיתוך בין הישרים
AE ו-BC, נהגנו את מערכת המשוואות
שני הישרים:

$$\begin{aligned} AE: & \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \\ BC: & \end{aligned}$$

$$x - 1 = -x + 5$$

$$2x = 6 \quad / : 2$$

$$x = 3$$

$$y = 3 - 1 = 2$$

$$\boxed{E(3, 2)}$$

(2) נמצא את נקודה C בעזרת נוסחת המשב, נסג.

E היא נקודת חיתוך המישור BC והציר

$$B(2, 3)$$

$$E(3, 2)$$

$$C(x, y)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2+x}{2}$$

$$6 = 2 + x$$

$$4 = x$$

$$\boxed{C(4, 1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{2} &= \frac{3+y}{2} \quad / : 2 \\ 4 &= 3 + y \\ 1 &= y \end{aligned}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





ג. (1) כדי להיבדק אם BC מאונק CD נבדוק את המעלה של BC ואת המעלה של CD .
הוא הוסיף ונמצא את המעלה של BC ואת המעלה של CD .
נראה שהמעלה של BC היא -1 .

$$D(10, 7)$$

$$C(4, 1)$$

$$m_{DC} = \frac{7-1}{10-4} = \frac{6}{6} = 1$$

$$m_{BC} = -1$$

המעלה של CD הוא 1 והמעלה של BC הוא -1 .
 1 הוא הוסיף ונמצא את המעלה של BC ואת המעלה של CD .

$$m_{DC} \cdot m_{BC} = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$\sum_{\text{סכום}} = \frac{(AE + CD) EC}{2} \quad (2)$$

$$A(6, 5) \quad d_{AE} = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} = 4.243$$

$$E(3, 2)$$

$$D(10, 7) \quad d_{DC} = \sqrt{(10-4)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{72} = 8.485$$

$$C(4, 1)$$

$$E(3, 2) \quad d_{EC} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} = 1.414$$

$$C(4, 1)$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביכולות לבגרות במתמטיקה



$$S_{\text{גרס}} = \frac{(\sqrt{18} + \sqrt{72})\sqrt{2}}{2} = 9$$

||c

$$S_{\text{גרס}} = \frac{(4.243 + 8.485)1.414}{2} = 9$$

שטח הטרפז הוא 9 יחידות.

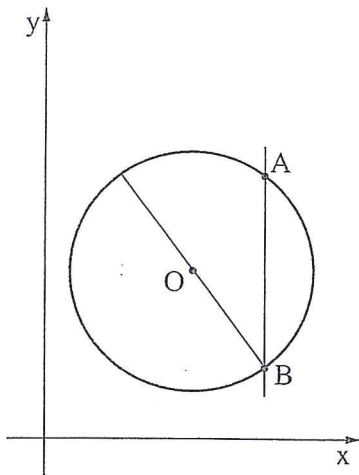
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





3. נתון מעגל שמרכזו $O(6, 7)$.

הנקודה $A(9, 11)$ נמצאת על המעגל (ראה ציור).

א. (1) חשב את האורך של רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל.

ב. הישר $x=9$ חותך את המעגל

בנקודה נוספת, B (ראה ציור).

מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל.

מצא את משוואתו.

ד. חשב את שטח המשולש AOB .

$A(9, 11)$
 $O(6, 7)$
 $R = d_{AO} = \sqrt{(9-6)^2 + (11-7)^2} = \sqrt{25} = 5$
 $R=5$

פיתרון:
(1)

תשובה:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
 $a=6, b=7, R=5$

$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 5^2$

$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$

משוואת המעגל

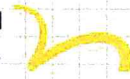
ה. (3) $x=9$ במשוואת המעגל ונקבל:

$(9-6)^2 + (y-7)^2 = 25$

$9 + (y-7)(y-7) = 25$

$9 + y^2 - 7y - 7y + 49 = 25$





$$y^2 - 14y + 33 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 33}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 8}{2}$$

$$y_1 = 11 \quad y_2 = 3$$

$y = 11$ מתאימה לנקודה A (ענף הסגור)
 $y = 3$ מתאימה לנקודה B (ענף הסגור)

$$B(9, 3)$$

ג. נמצא את משוואת הקוטר BO.

נמצא את שינוי הקוטר ענף הנקודה B

$$m_{BO} = \frac{3-7}{9-6} = \frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

$$B(9, 3)$$

$$O(6, 7)$$

נמצא את משוואת הישר BO ענף

השינוי $m = -1\frac{1}{3}$ לנקודה $O(6, 7)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 7 = -1\frac{1}{3}(x - 6)$$

$$y - 7 = -1\frac{1}{3}x + 8$$

$$y = -1\frac{1}{3}x + 15$$

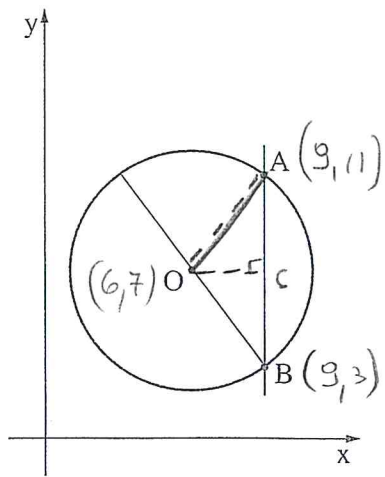
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם בשיחות לבגרות במתמטיקה





3. נחשב את AO ונחלק
אתה צריך AB (נמצא) את
נקודת החיתוך של AB עם
הישר AB הנקודה C .

$$S_{\Delta AOB} = \frac{AB \cdot CO}{2}$$

$$AB = y_{(A)} - y_{(B)} = 11 - 3 = 8$$

$$CO = x_{(C)} - x_{(O)} = 9 - 6 = 3$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

שטח המثلול הוא 12 יחיד

MY.GEVA.CO.IL

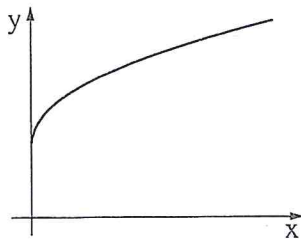
לפרטים נחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



4. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.
- מצא את משוואת המשיק.
- האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

$$x \geq 0$$

בתכון: א.

ב. נקודה ח' מ' ז' צ' י' $x=0 \leftarrow y$
 (צ' י' $x=0$ במשוואת הפונקציה נקבל:)

$$f(0) = 2\sqrt{0} + 3 = 3$$

$$(0, 3)$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

ג.

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

אחרי צ' מ' צ' י' נקבל:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

(אחרי צ' מ' צ' י' נקבל)

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביכולות לבגרות במתמטיקה





קט'צור הק'צון מתקייז
 ג'צוק א'ז י'ט ק'צור ק'צון
 $\frac{1}{\sqrt{x}} = 0$ $\frac{x}{\sqrt{x}}$

א'ז פ'צון
 $1 = 0$

א'ז פ'צון לאטואה ז'כן א'ז ק'צור ק'צון

3. (מ'צא) א'ז ט'ט'ז ה'ט'י'ן ק'צור $x=1$
 (צ'ק $x=1$ ק'צור ט' ה'ט'י'ן צ'ק)

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(x=1) = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$

(מ'צא) א'ז ק'צור ה'ט'י'ן.

(צ'ק $x=1$ ק'צור ה'ט'י'ן) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$

$f(1) = 2\sqrt{1} + 3 = 5$ $(1, 5)$

(צ'ק ג'טואל'ז ה'ט'י'ן) $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = 1$ $(1, 5)$

$y - 5 = 1(x - 1) \rightarrow y - 5 = x - 1 \rightarrow \boxed{y = x + 4}$





ה. מצאנו שטובות ציה אין נקודות קיצון בינאלי, ולכן
נקודת הקיצון היחידה היא נקודת הקיצון המקסימלית
תחום ההגדרה. נקודת קצה תחום ההגדרה היא
ג- $x=0$ ומצאנו בסעיף ג שטובות נקודות זו
היא $(0,3)$.

אם נק, הנקודה הנמוכה ביותר בתוכנית היא
הנקודה $(3,0)$ שבה $y=3$, ולכן היטו $y=2$
אין חלק אחר גוף הפונקציה.

צוק נוסף: נניח $y=2$ בתוכנית הנורמלית
ונראה היא נמצא x המקסימלית.

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$2\sqrt{x} + 3 = 2 \quad / -3$$

$$2\sqrt{x} = -1 \quad / :2$$

$$\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

למשלואה זו אין פתרון כי טווח היקף של מספר
אין ונאלץ להיות שלילי.

תשובה: היטו $y=2$ אין חלק אחר גוף הפונקציה

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם בעילות לבגרות במתמטיקה



5. הפרבולה $y = x^2 + 2x + 6$

חותכת את ציר ה- y בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. דרך הנקודה A העבירו ישר ששיפועו -1 .

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B.

מצא את השיעורים של הנקודה B.

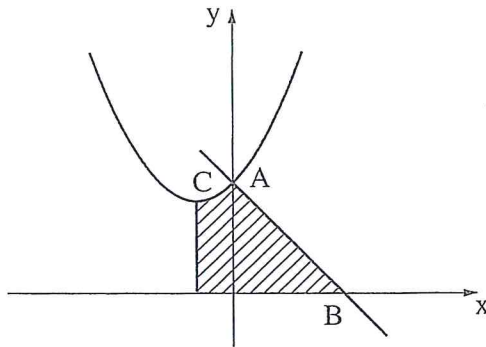
ג. המינימום של הפרבולה הוא בנקודה C.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

ד. דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x .

חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר AB (השטח המקוקו בציור).



פתרון:

א. ה- y היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y ולכן $x=0$

נציב $x=0$ בנוסחה הנחשבת ונקבל:

$$y = x^2 + 2x + 6$$

$$y = 0^2 + 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

$$A(0, 6)$$

ב. (1) נמצא את משוואת הישר בעזרת הנוסחה:

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה





$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = -1 \quad (0, 6)$$

$$y - 6 = -1(x - 0)$$

$$y - 6 = -x$$

$$y = -x + 6$$

(2) הנקודה חיתוך עם ציר x נקראת ה-y האל 0.

צב $y=0$ במשוואה הישר שמצאנו בסעיף קודם.

$$y = -x + 6$$

$$0 = -x + 6$$

$$x = 6$$

$$B(6, 0)$$

ע. הנקודה המינימלית $y'=0$.

נגזרת אל הסבורה:

$$y = x^2 + 2x + 6$$

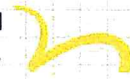
$$y' = 2x + 2$$

$$2x + 2 = 0 \quad : \text{טוה אל הנגזרת } 0$$

$$2x = -2 \quad / :2$$

$$x = -1$$





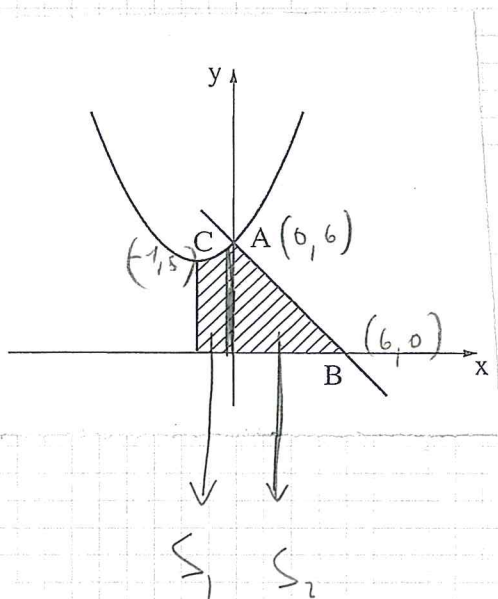
נציב $x = -1$ בפרבולה ונקבל את טיפוס ה- y הנקרא נציב.

$$x = -1$$

$$y = (-1)^2 + 2(-1) + 6$$

$$y = 5$$

$$C(-1, 5)$$



הי. נפצל את חוטא הטרסה
ל-2 טחמים ונסמנים

$$S_1 - S_2 \quad (נראה ציור)$$

$$S_1 \quad \text{חוטא טסה}$$

$$\int_{-1}^0 \text{אקוור האיינטגרל}$$

הפרט הנקרא ציור

$$(x^2 + 2x + 6) - (0) = x^2 + 2x + 6$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 6) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^0 =$$

$$(0) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + \frac{2(-1)^2}{2} + 6(-1) \right) = 0 - (-5\frac{1}{3}) = 5\frac{1}{3}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם בעילות לבגרות במתמטיקה



S_2 חיתוך שטח

$\int_0^6$

אזור האינסוף

הפונקציה הנל

$$(-x+6) - (0) = -x+6$$

חיתוך השטח:

$$\int_0^6 (-x+6) dx = \left[-\frac{x^2}{2} + 6x \right]_0^6 =$$

$$\left(-\frac{6^2}{2} + 6 \cdot 6 \right) - (0) = 18$$

$$S = S_1 + S_2 = 5\frac{1}{3} + 18 = 23\frac{1}{3}$$

תוצאה: $23\frac{1}{3}$ חיתוך השטח

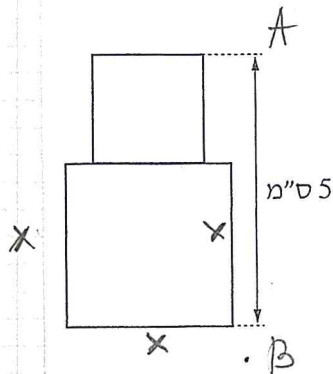
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביחידות לבגרות במתמטיקה





6. נתונה צורה המורכבת משני ריבועים המונחים זה על זה (הריבועים יכולים להיות שונים בגודלם או שווים בגודלם).
גובה הצורה הוא 5 ס"מ (ראה ציור).
א. סמן ב- x את אורך הצלע של הריבוע התחתון, והבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע העליון.
ב. מצא מה צריך להיות x , כדי ששטח הצורה יהיה מינימלי.
ג. חשב את השטח המינימלי של הצורה.

פתרון: א. $x -$ צלע הריבוע הנחתון

$$AB = 5$$

אכן אורך צלע הריבוע העליון הוא $5 - x$.

$$\boxed{5 - x}$$

ג. שטח הצורה מורכב משני ריבועים.
נניח קאמבר x א- שטחי שני הריבועים

$$\text{שטח הצורה} = x^2 + (5 - x)^2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 שטח שטח
 ריבוע ריבוע
 תחתון עליון

עלנו למצוא x כך ששטח הצורה יהיה מינימלי.
אם נק' נמצא א- נקודת המינימום של הפונקציה

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הבירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם בעילות לבגרות במתמטיקה



המאגר את הצורה.

$$f(x) = x^2 + (5-x)^2$$

הנקודה המינימלית $f'(x) = 0$

נסב את הנקודה:

$$f(x) = x^2 + (5-x)(5-x)$$

$$f(x) = x^2 + 25 - 5x - 5x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 25$$

נגזר את הנקודה:

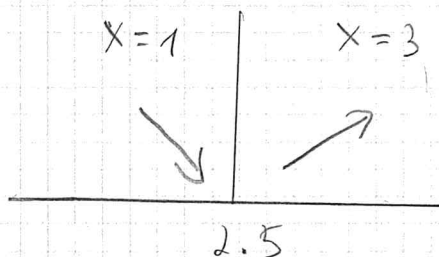
$$f'(x) = 4x - 10$$

$$4x - 10 = 0$$

$$4x = 10 \quad / :4$$

$$x = 2.5$$

נבוא גזירה סתם שהנקודה היא את הנקודה המינימלית



קיצון נקודה מינימלית

$$f'(x) = 4x - 10$$

$$f'(x=1) = 4 \cdot 1 - 10 = -6$$

הסימן שלילי ולכן הנקודה יורדת

$$f'(x=3) = 4 \cdot 3 - 10 = 2$$

הסימן חיובי ולכן הנקודה עולה.

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



$$X = 2.5 \text{ טלר!}$$

ע. כדי לחשב את הוטה האנימלי צריך
בטור צורה האנימלי את טלר ה צורה.

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 25 \text{ טלר ה צורה}$$

$$f(x=2.5) = 12.5$$

$$\text{טלר ה צורה} - 12.5 \text{ סלר}$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה

