



פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב', שאלונים: 315, 035805
מוגש ע"י צוות המורים של "יואל גבע"

להלן הסברים מפורטים

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



סדרות

1. נתונה סדרה המקיימת את הכלל $a_{n+1} = a_n - 4$ לכל n טבעי. האיבר השלישי בסדרה הוא 12.
 - א. מצא את האיבר הראשון.
 - בסדרה זו 71 איברים.
 - ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.
 - ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.

ד. הסדרה מקיימת את כלל ההסדרה: $a_{n+1} = a_n - 4$

$$a_{n+1} - a_n = -4$$

נסיך להסדרה היא סדרה חשבונית קלה (היטל) -4

$$a_3 = 12$$

נניח:

$$a_1 + 2d = 12$$

אם נניח את כלל:

$$a_1 + 2 \cdot (-4) = 12$$

$$a_1 - 8 = 12$$

$$a_1 = 20$$

ה. (דילמה) את סכום האיברים הראשונים (נניח):

$$S_1 \text{ ראשונים} - S_7 \text{ ראשונים} = S_{10} \text{ ראשונים}$$

$$S_7 \text{ ראשונים} = \frac{7[2 \cdot 20 + (7-1) \cdot (-4)]}{2} = -8520$$

$$S_1 \text{ ראשונים} = \frac{1[2 \cdot 20 + (1-1) \cdot (-4)]}{2} = -6100$$

$$S_{10} \text{ ראשונים} = -8520 - (-6100) = -2420$$





ל. קסדרה 71 איזים , (ואיזר האמ"ח קסדרה קוא. (ואיזר ה-36

קסדרה כי 35 איזים (מזים אדא 1-35 איזים מזים אדא.

$$a_{36} = a_1 + 35d \quad \rightarrow \quad a_{36} :$$

$$a_{36} = 20 + 35 \cdot (-4) = -120$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

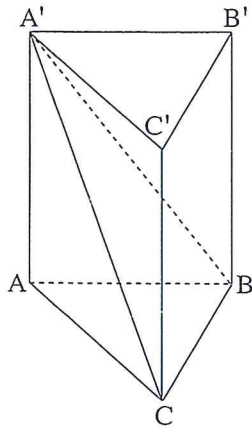
תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם ביטילות לבגרות במתמטיקה





טריגונומטריה במרחב



2. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$.

בסיס המנסרה ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)
(ראה ציור).

זווית הראש של המשולש ABC היא 54°

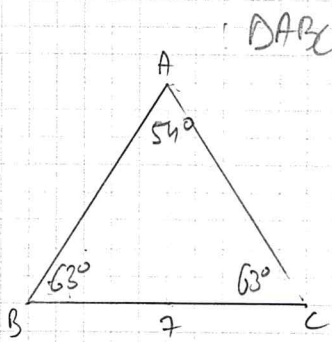
והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.

הזווית בין האלכסון $A'C$ ובין בסיס המנסרה ABC
היא 65° .

א. חשב את שטח הפאה $ACC'A'$.

ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC במשולש $CA'B$

ובין בסיס המנסרה ABC .

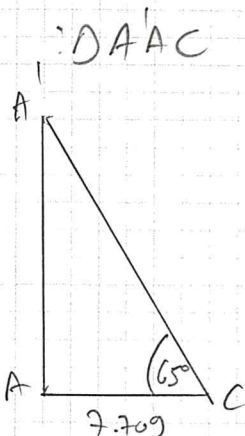


א. נתון כי $AB=AC$, משולש שווה-שוקיים ABC

נמצא את AC כדי למצוא את שטח הפאה:

$$\frac{AC}{\sin 63^\circ} = \frac{7}{\sin 54^\circ}$$

$$AC = 7.709$$



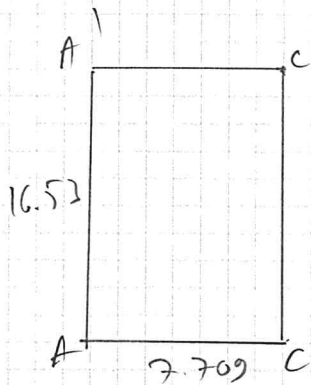
ג. הזווית הנתונה היא $\angle A'CA = 65^\circ$ במשולש $A'AC$

נמצא את AA'

$$\tan 65^\circ = \frac{AA'}{7.709}$$

$$AA' = 16.53$$

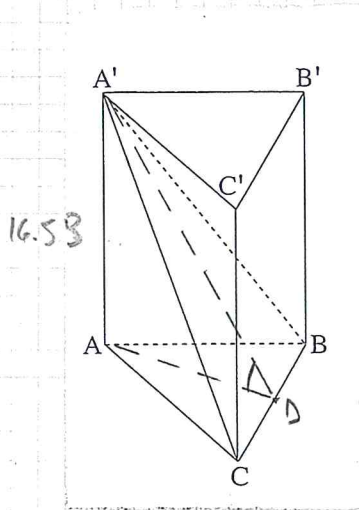




נתון שטח $A'C'A''$:

אז נוסח שטח מ/דן:

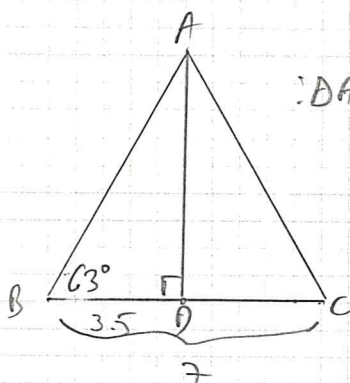
$$S_{A'C'A''} = 7.709 \cdot 16.53 = 127.45$$



(7) הצויד (הקדשה) $\angle A'DA$

בשטח $A'DA$.

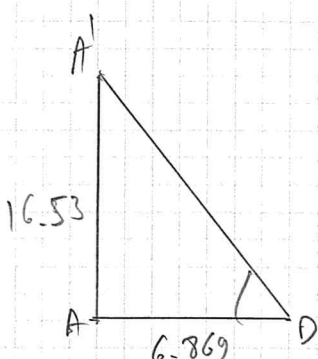
נבנה את הקצה אתה למשל וכן (נב)
שם הצויד AD שנתנו קדסו המסרה.



(נ?) $\angle DAB \rightarrow AD$

$$\tan 63^\circ = \frac{AD}{3.5}$$

$$AD = 6.869$$



הצויד (הקדשה) $\angle A'DA$

$$\tan \angle A'DA = \frac{16.53}{6.869}$$

$$\angle A'DA = 67.63^\circ$$



3. נתונה הפונקציה $f(x) = 3 - \sin^2 x - \cos x$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ,

בתחום $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$.

א. מצא נקודות קיצון: $f'(x) = -2\sin x \cos x - (-\sin x)$

$f'(x) = -2\sin x \cos x + \sin x$

$-2\sin x \cos x + \sin x = 0$

$\sin x (-2\cos x + 1) = 0$

$\sin x = 0$

$x = 180^\circ$

סיון/לילה קטן:

$x = 0, 180, -180$

$0, \pi, -\pi$ וקיצונים:

$-2\cos x + 1 = 0$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \cos 60$

$x = 60 + 360^\circ$

סיון/לילה קטן:

$x = 60$

$x = \frac{\pi}{3}$ וקיצונים

$x = -60 + 360^\circ$

סיון/לילה קטן:

$x = -60$

$x = -\frac{\pi}{3}$ וקיצונים

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

חיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



מצאם y בקצרה קיצון! $y(\pi) = 3 - \sin^2 \pi - \cos \pi = 4$

$y(\frac{\pi}{3}) = 3 - \sin^2(\frac{\pi}{3}) - \cos(\frac{\pi}{3}) = 1.75$

$y(0) = 3 - \sin^2 0 - \cos 0 = 2$

$y(-\frac{\pi}{3}) = 3 - \sin^2(-\frac{\pi}{3}) - \cos(-\frac{\pi}{3}) = 1.75$

$y(-\pi) = 3 - \sin^2(-\pi) - \cos(-\pi) = 4$

מצאם y ויזיה אפיון קיצון!

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
y'	זיה	-	0	+	0	-	0	+	זיה
y		↘		↗		↘		↗	

הזכרם קוצם:

$y'(\frac{\pi}{2}) = -2\sin(\frac{\pi}{2})\cos(\frac{\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$

$y'(\frac{\pi}{6}) = -2\sin(\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{6}) = -0.366$

$y'(-\frac{\pi}{6}) = -2\sin(-\frac{\pi}{6})\cos(-\frac{\pi}{6}) + \sin(-\frac{\pi}{6}) = 0.366$

$y'(-\frac{\pi}{2}) = -2\sin(-\frac{\pi}{2})\cos(-\frac{\pi}{2}) + \sin(-\frac{\pi}{2}) = -1$



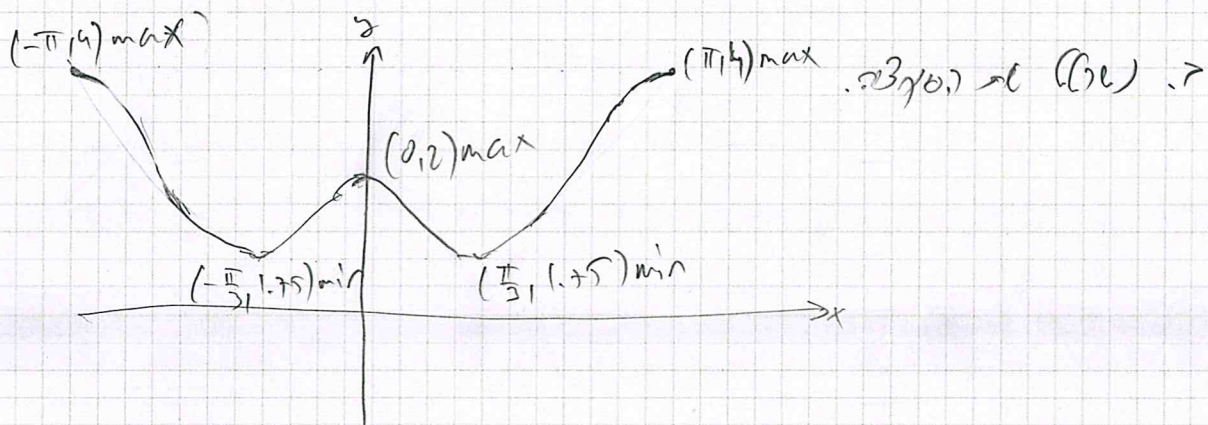
of, קיצים, הקטן? $(\pi, 4) \max$

$(\frac{\pi}{3}, 1.75) \min$

$(0, 2) \max$

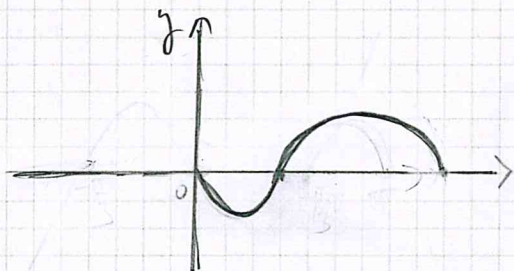
$(-\frac{\pi}{3}, 1.75) \min$

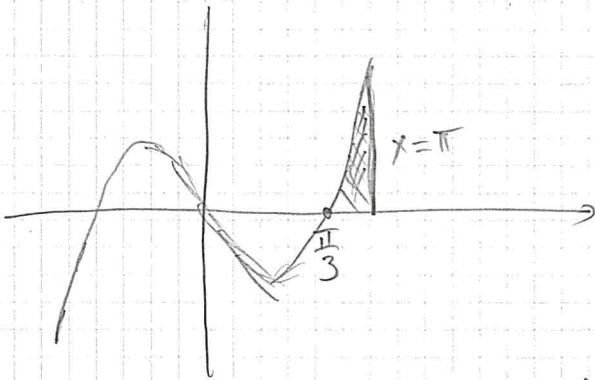
$(-\pi, 4) \max$



ז. (ד) שאר משת"ש של גוף הנמצא נכסו לכסור:

האר' אטורציה וקליט קצון זל הנמצא חזק לזי ה- π ,
שאר הטורציה זל, חזק העלות חזקו (זל לזי ה- π)
שאר הטורציה זל, חזק הנמצא חזקו (זל לזי ה- π)





ג. (2) מסתקף את השטח המצוי:

גבולות השטח: $x = \pi$

$x = \frac{\pi}{3}$

פונקציית המעלה: $f'(x)$

פונקציית המעלה: $f(x)$

הסכום הפונקציות: $f'(x) - f(x)$

$$S = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} f'(x) dx$$

משפט השטח

$$S = [f(x)]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$$

השטח של $f'(x)$ הוא $f(x)$

$$S = f(\pi) - f(\frac{\pi}{3})$$

נמצא את הגבולות!

אם $f(\pi) = 4$ ו- $f(\frac{\pi}{3}) = 1.75$ אז נמצא את השטח

$$S = 4 - 1.75$$

הקטע של הפונקציה:

$$S = 2.25$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



4. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{3-x}$.

- מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).
- מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.
 - סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $y = e^3$.

א. $f(x)$, מצא את נקודות החיתוך עם צירי ה-x, $y=0$:
 $e^x = 0$
 אין למצוא נקודות חיתוך עם צירי ה-x, $y=0$, $x=0$:
 $f(0) = e^0 = 1$
 נקודת החיתוך עם צירי ה-y: $(0, 1)$.

ב. $g(x)$, מצא את נקודות החיתוך עם צירי ה-x, $y=0$:
 $e^{3-x} = 0$
 אין למצוא נקודות חיתוך עם צירי ה-x, $y=0$, $x=0$:
 $g(0) = e^{3-0} = e^3$
 נקודת החיתוך עם צירי ה-y: $(0, e^3)$ (אם $e^3 \approx 20.08$).

ג. נמצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $y = e^3$.
 $f'(x) = e^x$
 $e^x = 0$
 אין למצוא נקודות חיתוך עם צירי ה-x, $y=0$, $x=0$:
 נקודת החיתוך עם צירי ה-y: $(0, 1)$.



$$g'(x) = e^{3-x} \cdot (-1)$$

$$g'(x) = -e^{3-x}$$

$$-e^{3-x} = 0$$

$$e^{3-x} = 0$$

(שורה) (גזירה) 0-1:

אין פתרון, ולכן אין מקצוץ קיצון. הקיצוני הנמוכים חודש אלא x וקיצון המינימום
מאטנו, הנעשה שליש אלא x, ולכן (אם) נודע אלא x.

$$\begin{cases} f(x) = e^x \\ g(x) = e^{3-x} \end{cases}$$

ז. (1) מציאת המפגש:

$$e^x = e^{3-x}$$

$$x = 3 - x$$

$$x = 1.5$$

$$f(1.5) = e^{1.5}$$

$$(1.5, e^{1.5})$$

$$(1.5, 4.48)$$

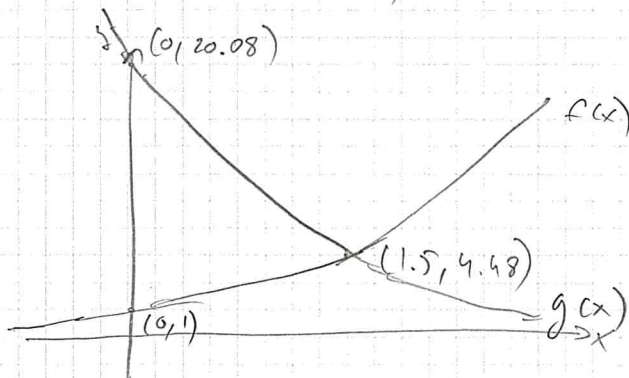
(שורה) עם מודי התחלה:

מציאת y, נזהר ב-a f:

נקודה החיתוך של המוס:

אפואנו:

(2) (טבל):



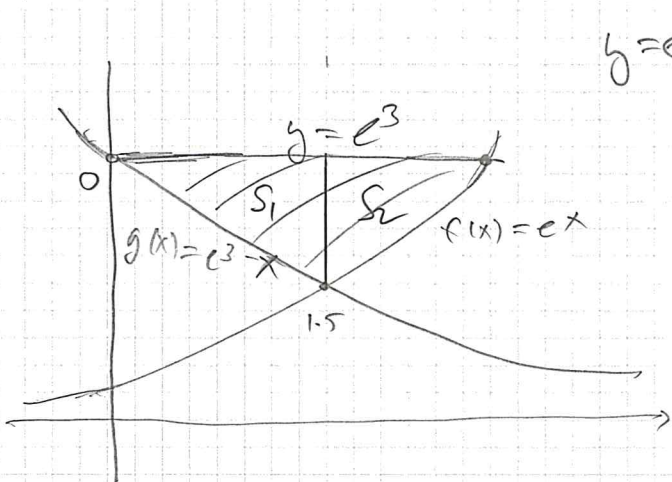
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו
אתכם בייעילות לבגרות במתמטיקה





(ב) נסו לטפל את השר

נחש את עקב הדיוק של השר

אם $f(x)$:

$$e^x = e^3$$

$$x = 3$$

השר הוא שטח למעלה 3 פונקציות ו-3 גזירות שונים וזאת השר

שטח מורכב. נחש עימו (סדרה של שטח).

S_1 : גזירות השרה: $x=1.5$, $x=3$.

(ושר פונקציות: $e^3 - e^{3-x}$).

השר השרה.

$$S_1 = \int_0^{1.5} (e^3 - e^{3-x}) dx$$

$$S_1 = \left[e^3 \cdot x - \frac{e^{3-x}}{-1} \right]_0^{1.5}$$

$$S_1 = \left[e^3 \cdot x + e^{3-x} \right]_0^{1.5}$$

$$S_1 = \left[e^3 \cdot 1.5 + e^{3-1.5} \right] - \left[e^3 \cdot 0 + e^{3-0} \right] \quad \text{נכנס}$$

$$S_1 = [34.61] - [20.08] = 14.53 \quad \text{נכנס}$$

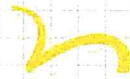
MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביטולות לבגרות במתמטיקה





$x=1.5, x=3$: גבולות האינטגרל

$$e^3 - e^x$$

(הוא) פונקציה!

מחזיק האינטגרל

$$S_2 = \int_{1.5}^3 (e^3 - e^x) dx$$

$$S_2 = [e^3 \cdot x - e^x]_{1.5}^3$$

$$S_2 = [e^3 \cdot 3 - e^3] - [e^3 \cdot 1.5 - e^{1.5}]$$

$$S_2 = [40.17] - [25.64] = 14.53$$

$$S = S_1 + S_2$$

(האינטגרל) הוא סכום האינטגרלים!

$$S = 14.53 + 14.53 = 29.06$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים נחצו כאן!

תיכוניםטים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביעילות לבגרות במתמטיקה



5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^m - \ln(x^4)$. הוא מספר טבעי.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה שווה ל-1.
 - מצא את הערך של m .
 - הצב $m = 4$ וענה על הסעיפים ג-ה.
 - מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 3$.
- כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

א. מניח תחום הגדרה: $x^4 > 0$ ולכן נמצא: $x^4 > 0$

האגפים בימי אחר חידושי ואלן נמצא: $x^4 > 0$

גרף:

תחום הגדרה: $x \neq 0$

ב. נגזרת אחר היטל צורה:

$$f'(x) = m \cdot x^{m-1} - \frac{4x^3}{x^4}$$

$$f'(x) = m \cdot x^{m-1} - \frac{4}{x}$$

אסמכני קצוה קיצון עזר $x=1$ ולכן נמצא $x=1$ ונמצא:

$$m \cdot 1^{m-1} - \frac{4}{1} = 0$$

$$m \cdot 1 - 4 = 0$$

$$m = 4$$



$$f(x) = x^4 - \ln(x^4)$$

נבדוק נקודות קיצון (שם זה נקראת הנקודה):

$$f'(x) = 4x^3 - \frac{4x^3}{x^4}$$

$$f'(x) = 4x^3 - \frac{4}{x}$$

$$4x^3 - \frac{4}{x} = 0$$

שם זה נקראת:

$$4x^4 - 4 = 0$$

$$4x^4 = 4$$

$$x^4 = 1$$

$$x = \pm 1$$

נבדוק את שני הנקודות: $f(1) = 1^4 - \ln(1^4) = 1$

$$f(-1) = (-1)^4 - \ln((-1)^4) = 1$$

אם זה נקראת:

X	-2	-1	-1/2	0	1/2	1	2
f'(x)	-	0	+	0	-	0	+
f(x)	↘		↗	↘		↗	↗

$$f(2) = 4 \cdot 2^3 - \frac{4}{2} = 30$$

נקודת קיצון:

$$f(1/2) = 4 \cdot (1/2)^3 - \frac{4}{(1/2)} = -7.5$$

MY.GEVA.CO.IL

לפרטים לחצו כאן!

תיכונים, אתם לא לבד!

הכירו את MY.GEVA סרטוני הסבר שיכינו אתכם ביכולות לבגרות במתמטיקה

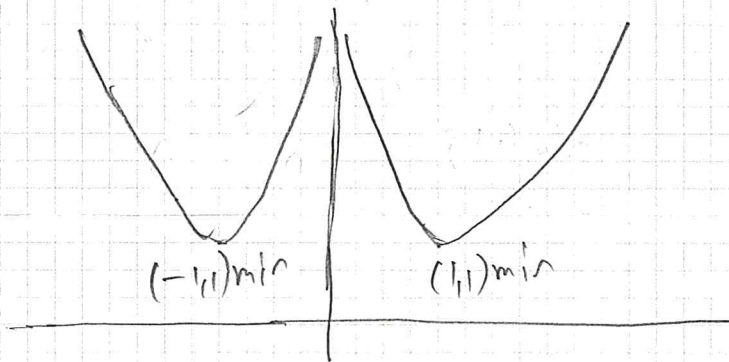




$$f'(-\frac{1}{2}) = 4 \cdot (-\frac{1}{2})^3 - \frac{4}{(-\frac{1}{2})} = 7.5$$

$$f'(-2) = 4 \cdot (-2)^3 - \frac{4}{(-2)} = -30$$

אסימטות, נקודות קיצון: $(-1, 1)_{\min}$, $(1, 1)_{\min}$

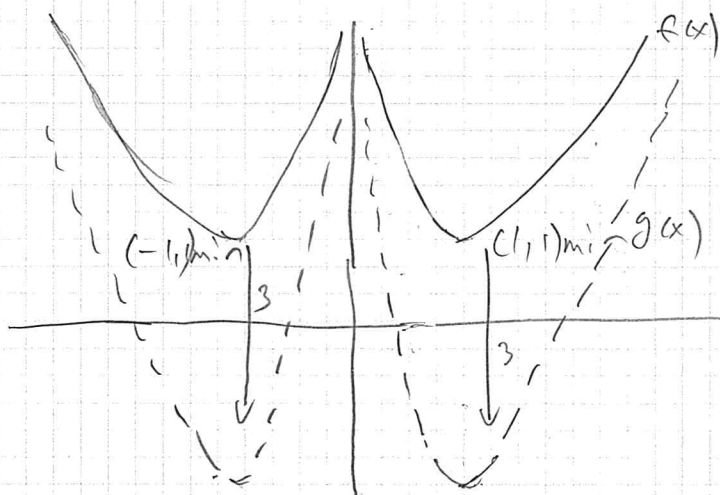


(ה) גרף של הפונקציה

(ה) הגדרו פונקציה חדשה:

$$g(x) = f(x) - 3$$

(הפונקציה החדשה מתקבלת על ידי הכזרה של 3 יחידות כלפי



למטה.

(ג) האם הפונקציה

צומת את הישרים?

אם הפונקציה $g(x)$

עוברת על פני

הישרים של ה

ד- 4 נקודות שונות

