

השאלות הבאות מחליפות את השאלות שהוצאו מתכנית הלימודים במבחנים לשאלון 806:

מבחן 1

אף שאלה לא הוחלפה.

מבחן 2

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 2

א. הוכח שבסדרה הנדסית מתקיים: $S_n \cdot (S_{3n} - S_{2n}) = (S_{2n} - S_n)^2$.
ב. בסדרה הנדסית יש 24 איברים. סכום כל איברי הסדרה הוא 16777215 וסכום 8 האיברים הראשונים הוא 255.
בעזרת סעיף א', חשב את סכום 16 האיברים הראשונים בסדרה.
תשובה: ב. 65535.

מבחן 3

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 1 במבחן 3

מעיר א' לעיר ב' אפשר להגיע בדרך סלולה שאורכה 35 ק"מ או במסלול עפר שאורכו 20 ק"מ. מהירות הרכיבה באופניים בדרך הסלולה גבוהה ביותר מ-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה באופניים בדרך העפר. זמן הרכיבה בדרך הסלולה ארוך בחצי שעה מזמן הרכיבה בדרך העפר.
א. באיזה תחום מספרי נמצא זמן הרכיבה על אופניים בדרך העפר?
ב. רוכב עבר את הדרך מעיר א' לעיר ב' בדרך סלולה וחזר מיד מעיר ב' לעיר א' בדרך העפר. מהו התחום המספרי שבו נמצא הזמן מהרגע שיצא מעיר א' ועד שחזר אליה?

תשובה: א. בין שעה ורבע לשעתיים. ב. בין 3 ל-4.5 שעות.

מבחן 4

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 1 במבחן 4

שלושה ברזים יכולים למלא בריכה. אם פותחים יחד את הברז הראשון ואת הברז השני, הבריכה מתמלאת בתוך 6 שעות. אם פותחים יחד את הברז השני ואת הברז השלישי, הבריכה מתמלאת בתוך 4 שעות ו-48 דקות. אם פותחים יחד את הברז הראשון ואת הברז השלישי, בתוך 3 שעות הבריכה מתמלאת עד כדי $\frac{7}{8}$ מנפחה.
א. בכמה שעות ממלא את הבריכה כל ברז לבדו?
ב. בתוך כמה שעות מתמלאת הבריכה אם שלושת הברזים נפתחים יחד?

תשובה: א. 8 שעות, 24 שעות, 6 שעות. ב. 3 שעות.

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 4

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$.

א. מגדירים סדרה חדשה לפי $b_n = \frac{1-2a_n}{a_n}$.

הוכח שסדרת b_n היא חשבונית.

ב. מצא נוסחה ל- a_n כפונקציה של n בלבד.

תשובה: ב. $a_n = \frac{1}{2n}$.

מבחן 5

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 5

סדרה מקיימת לכל n טבעי: $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (4n+4)$.

א. הוכח שהסימנים של איברי הסדרה מתחלפים לסירוגין, והערכים המוחלטים של האיברים מהווים סדרה חשבונית.

ב. הבע באמצעות n את הסכום של:

(1) $2n$ האיברים הראשונים של הסדרה.

(2) $2n+1$ האיברים הראשונים של הסדרה.

ג. נתון כי סכום כל איברי הסדרה הוא -300 .

מצא את סכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים.

תשובה: ב. (1) $S_{2n} = -4n$. (2) $S_{2n+1} = 4n+8$. ג. -23100 .

מבחן 6

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 6

נתונה סדרה: $7, 10, 16, 25, \dots$. הפרשים בין כל שני איברים סמוכים בסדרה (הכוונה להפרש בין איבר לבין הקודם לו) מהווים סדרה חשבונית.

א. מצא את הנוסחה לאיבר ה- n בסדרה הנתונה.

ב. החל באיזה איבר יהיו כל אחד מאיברי הסדרה הנ"ל גדולים מ-602?

תשובה: א. $a_n = \frac{3n^2 - 3n + 14}{2}$. ב. a_{21} .

מבחן 7

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 7

לאורך כביש מונחות אבנים במרחק 10 מ' זו מזו. מספר האבנים אינו זוגי. פועל הנמצא ליד האבן השמאלית הקיצונית, אוסף אבן אחרי אבן ומביאן למקום בו מונחת האבן האמצעית. בדרך זו הוא לוקח את האבן השמאלית הקיצונית, מביאה לאמצע, חוזר ואוסף את האבן השנייה מהקצה השמאלי וכו'. לאחר שאסף את כל האבנים משמאל לאבן האמצעית, הוא לוקח את האבן הקרובה לה מימין ומביאה לאמצע. לאחר מכן את האבן השנייה מימין, השלישית וכו'. כדי לאסוף את כל האבנים עובר הפועל הנ"ל דרך של 3 ק"מ. כמה אבנים מונחות לאורך הכביש?
הדרכה: שים לב שכדי להביא את האבן הקיצונית השמאלית לאמצע, הוא עובר דרך זו רק פעם אחת.

תשובה: 25 .

מבחן 8

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 8

א. הבע באמצעות n את הסכום (החשבוני):
 $(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + \dots + (4n+3)$
ב. הסדרה a_n מוגדרת לכל n טבעי לפי: $a_n = 40n - 48 - b_n$
כאשר $b_n = (2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + \dots + (4n+3)$.
כמה איברים חיוביים יש בסדרה a_n ? נמק.

תשובה: א. $3n^2 + 8n + 4$. ב. 6 איברים.

מבחן 9

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 1 במבחן 9

שני צינורות יכולים למלא יחד בריכה מסוימת בתוך 35 דקות. יום אחד שימש אחד הצינורות כצינור מרוקן במקום ממלא ואז התמלאה הבריכה בתוך פחות משעה ו-45 דקות.
א. מצא את הערך המקסימלי של הזמן שבו הצינור הראשון יכול למלא את הבריכה לבדו.
ב. מצא את הערך המינימלי של הזמן שבו הצינור השני יכול למלא את הבריכה לבדו.

תשובה: א. 52.5 דקות. ב. 105 דקות.

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 9

- נתון טור הנדסי אינסופי יורד שכל איבריו חיוביים.
מסמנים ב- S_n את סכום ה- n האיברים הראשונים בטור.
מסמנים ב- S את סכום כל איברי הטור.
בונים טור חדש שהאיבר ה- n י- n שלו הוא ההפרש $S-S_n$.
א. הראה שגם הטור החדש שנוצר הוא טור הנדסי אינסופי יורד.
ב. ידוע שבטור הנתון: $S_2 = 216$, $S = 243$.
חשב את סכום הטור האינסופי החדש.

תשובה: ב. 121.5.

מבחן 10

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 10

- סכום n האיברים הראשונים של סדרה הוא $S_n = -2n^2 + 5n + c$.
א. לאיזה ערך של c הסדרה היא סדרה חשבונית? נמק.
ב. עבור הערך של c שמצאת בסעיף א',
חשב את הסכום $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{26}$.

תשובה: א. 0. ב. -637.

מבחן 11

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 11

- נתונה סדרה $10, -12, 14, -16, 18, -20, \dots$.
הסימנים של איברי הסדרה מתחלפים וערכיהם המוחלטים של האיברים מהווים סדרה חשבונית.
א. מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה:
(1) אם n הוא מספר זוגי. (2) אם n הוא מספר אי-זוגי.
ב. מצא כמה איברים ישנם בסדרה:
(1) אם סכום הסדרה הוא 28. (2) אם סכום הסדרה הוא -24.

תשובה: א. (1) $-n$. (2) $n+9$. ב. (1) 19. (2) 24.

מבחן 12

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 12

- נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על-ידי: $a_{n+1} = 4n - a_n$, $a_1 = k$.
א. הבע את a_{n+2} באמצעות a_n .
ב. מספר האיברים בסדרה הנתונה הוא $2m$. הבע באמצעות k ו- m את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.
ג. הראה כי סכום $2m$ האיברים בסדרה הנתונה אינו תלוי ב- k .

תשובה: א. $a_{n+2} = a_n + 4$. ב. $m(k + 2m - 2)$.

מבחן 13

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 13

- א. מצא את סכום כל המספרים הדו-ספרתיים שמתחלקים ב-3 וגם ב-5 ללא שארית.
- ב. מצא את סכום כל המספרים הדו-ספרתיים שמתחלקים ב-3 או ב-5 ללא שארית.
- ג. מצא את סכום כל המספרים הדו-ספרתיים שאינם מתחלקים ב-3 ואינם מתחלקים ב-5 ללא שארית.
- תשובה: א. 315 . ב. 2295 . ג. 2610 .

מבחן 14

אף שאלה לא הוחלפה.

מבחן 15

בסדרה הנדסית מספר זוגי של איברים. סכום כל האיברים בסדרה הוא 2550, וסכום כל האיברים שבמקומות הזוגיים הוא 1700. האיבר השלישי בסדרה גדול ב-10 מסכום שני האיברים הראשונים. כמה איברים בסדרה?

תשובה: 8 .

מבחן 16

אף שאלה לא הוחלפה.

מבחן 17

אף שאלה לא הוחלפה.

מבחן 18

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 18

a_n ו- a_k הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה- n ובמקום ה- k בהתאמה. הפרש הסדרה הוא d , והאיבר הראשון בסדרה הוא $a_1 = md$, m – מספר טבעי, $d \neq 0$.

א. (1) הראה כי מתקיים $a_n + a_k = a_1 + d(n+k+m-2)$.

(2) הבע באמצעות n , k ו- m את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של שני האיברים a_n ו- a_k .

ב. (1) הבע באמצעות a_1 , d ו- m את הסכום $a_{34} + a_{65}$.

(2) נתון: $a_{34} + a_{65} = a_{109}$, סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900. מצא את d ואת a_1 .

תשובה: א. (2) $n+k+m-1$. ב. (1) $a_1 + (97+m)d$. (2) $d=2$, $a_1=22$.

מבחן 19

אף שאלה לא הוחלפה.

מבחן 20

השאלה הבאה מחליפה את שאלה 2 במבחן 20

סדרה מקיימת: $a_{n+1} - a_n = 4n - 1$ (מספר טבעי) ו- $a_1 = 5$.
א. הוכח שההפרשים בין כל שני איברים סמוכים בסדרה מהווים סדרה חשבונית.

ב. מצא את הנוסחה ל- a_n (לאיבר ה- n בסדרה).

ג. מצא, בהסתמך בין היתר על הנוסחה

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

את הנוסחה ל- S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה).

תשובה: ב. $a_n = 2n^2 - 3n + 6$. ג. $S_n = \frac{n(4n^2 - 3n + 29)}{6}$