

הסברים לפרק חשיבה כמותית 1

התשובות הנכונות:

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
3	4	1	4	2	2	1	3	2	2	2	3	1

25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
1	4	2	1	1	1	4	1	4	2	3	2

1. התשובה הנכונה היא : (1).

דרך א':

על מנת לפשט את הביטוי שבשאלה נפתח סוגריים ונקבץ איברים.

נתחיל מפתחת הסוגריים שנמצאים בתוך הסוגריים המרובעים:

$$[(x + 5) - 2] = [x + 5 - 2] = [x + 3]$$

נפתח גם את הסוגריים המרובעים ונקבל $2 \cdot [x + 3] = 2x + 6$

הביטוי שקיבלנו הוא: $2x + 6 - 2x + 4$.

נקבץ איברים ונקבל: 10.

דרך ב':

מכיוון שערך הביטוי שווה עבור כל x נציב מספרים מהראש, ונפסול תשובות.

$$\text{נציב } x = 0 \text{ ונקבל: } 2 \cdot [(0 + 5) - 2] - 0 + 4 = 2 \cdot [3] + 4 = 10$$

נציב $x = 0$ בכל התשובות ונפסול תשובות שערך שונה מ-10.

תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, ולכן התשובה הנכונה היא (1).

2. התשובה הנכונה היא : (3).

הקו המודגש מורכב מ-2 צלעות של כל אחד מהמשולשים. בכדי למצוא את סכום אורכי 2

הצלעות הללו נחסר מהיקף המשולש את הצלע השלישית שהיא צלע הריבוע. כלומר, נחבר

את היקפי כל המשולשים, ונוריד מהסכום שקיבלנו את היקף הריבוע.

היקף כל משולש הוא 30 ס"מ, ועל כן סכום היקפי ארבעת המשולשים הוא 120 ס"מ.

היקף הריבוע הוא 24 ס"מ.

$$\text{היקף הקו המודגש הוא: } 96 \text{ ס"מ } (= 120 - 24).$$

הערה: הסרטוט מתאר משולשים שווים צלעות, אך אין להתבסס על כך כי הנתונים מובילים

למסקנה אחרת.



3. התשובה הנכונה היא : (2).

נתון לנו כמה הקפות משלים הנהג בכל אחת מהמהירויות, וכמה זמן נסע בכל אחת מהן.
 נחשב כמה הקפות השלים בכל אחת מהמהירויות, ונחבר בין הכמויות שנמצא :
 במהירות א' נסע חצי שעה (30 דקות), כשבכל דקה הוא משלים הקפה ולכן השלים 30 הקפות.
 במהירות ב' נסע חצי שעה, כשבכל 5 דקות הוא משלים 2 הקפות. נחלק 30 ב- 5 ונקבל 6.
 כלומר 6 פעמים בהם "השלים 2 הקפות". בשלב זה השלים בסך הכול 12 הקפות (2 · 6).
 סך הכל השלים 42 הקפות (= 12 + 30).

4. התשובה הנכונה היא : (2).

דרך א' :

משולש שווה-שוקיים בו זווית בת 60° הוא בהכרח משולש שווה-צלעות.
 במשולש שווה-הצלעות ABC הצלע BC שווה לצלע AB, ולכן 4 ס"מ = BC.
 במשולש שווה-צלעות חוצה זווית הוא גם תיכון כלומר $BD = DC$.

$$DC = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ס"מ}$$

דרך ב' :

במשולש שווה-שוקיים חוצה הזווית שבין השוקיים השוות הוא גם גובה.
 לפיכך, משולש ADC הוא משולש "זהב" ($\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACD = \angle ABC = 60^\circ$)
 ולכן $\angle DAC = 30^\circ$.

על-פי הנתונים, במשולש הזהב ADC היתר (AC) שווה ל- 4 ס"מ (= AC = AB).
 במשולש זהב הניצב הקטן (שמול הזווית בת 30°) שווה למחצית היתר ולכן :

$$DC = \frac{AC}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ס"מ}$$

5. התשובה הנכונה היא : (2).

כל התשובות המוצעות בשאלה זו הן מספריות. ולכן, אם נמצא מספר המקיים את נתונים,
 נוכל לפסול בעזרתו שלוש תשובות ולגלות את התשובה הנכונה.
 נחפש מספר מתאים : המספר 10 מתחלק ב- 10 ללא שארית. נוסיף את השארית 2, ונקבל 12.
 זהו מספר המתחלק ב- 10 עם שארית 2, וספרת האחדות שלו היא 2. תשובות (1), (3) ו- (4)
 נפסלות, ולכן התשובה הנכונה היא (2).

6. התשובה הנכונה היא : (3).

נחשב את מחיר בקבוק היין לאחר חודש, חודשיים וכך הלאה. עד שנגיע למחיר שאינו שלם.
 בחודש הראשון גדל מחיר בקבוק יין ב- 50% מ- 60, שהם 30 שקלים. ולכן מחירו לאחר
 חודש הוא 90 שקלים (= 60 + 30).

בחודש השני גדל מחיר בקבוק היין ב- 50% מ- 90, שהם 45 שקלים. ולכן מחירו לאחר
 חודשיים הוא 135 שקלים (= 90 + 45).



בחודש השלישי גדל מחיר בקבוק היין ב- 50% מ- 135, שהם 67.5 שקלים. ולכן מחירו לאחר שלושה חודשים הוא מספר לא שלם של שקלים: $202.5 (= 135 + 67.5)$.

7. התשובה הנכונה היא: (1).

על מנת למצוא את ערכה של זווית α נרכז נתונים אודות הזוויות במרובע ADOE שנוצר מהרדיוסים שתוחמים את הזווית α ומצלעות המשולש ABC. הזווית BAC היא זווית ראש במשולש שווה-שוקיים, בו זוויות הבסיס בנות 50° ולכן היא בת $80^\circ (= 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ)$. הזווית הנוצרת בין משיק לרדיוס בנקודת ההשקה היא זווית בת 90° ולכן במרובע שתי זוויות בנות 90° ($\angle AEO$ ו- $\angle ADO$). סכום זוויות פנימיות במרובע הוא 360° ולכן: $\alpha + 90^\circ + 80^\circ + 90^\circ = 360^\circ$.
 $\alpha = 100^\circ$

8. התשובה הנכונה היא: (2).

על מנת לדעת כמה ליטר מים שתה צחי בכל יום בשבוע 5, עלינו למצוא כמה כוסות שתה בכל יום וכמה ליטרים שתה בכל כוס. על-פי הגרף בשבוע החמישי שתה צחי 6 כוסות מים, ועל-פי הנתונים בשאלה בכל כוס יש בין $\frac{1}{6}$ ליטר ל- $\frac{1}{4}$ ליטר.

מכיוון שכמות הליטרים בכל כוס נתונה בטווח, נבדוק את הקצוות:
 אם בכל כוס $\frac{1}{6}$ ליטר הרי ששתה בסך הכול 1 ליטר $(6 \cdot \frac{1}{6} = 1)$.
 אם בכל כוס $\frac{1}{4}$ ליטר הרי ששתה בסך הכול $1\frac{1}{2}$ ליטר $(6 \cdot \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2})$.

9. התשובה הנכונה היא: (2).

נבדוק איזו מהתשובות משלימה כראוי את המשפט.
תשובה (1): בתשובה זו משווים בין כמות כוסות החלב והמים ששתה בימים של השבוע החמישי לכמות ששתה בשבוע הקודם לו (השבוע הרביעי).
 בשבוע החמישי שתה צחי 1 כוסות חלב ביום, שהן פחות מ- 2 הכוסות ביום ששתה בשבוע הרביעי. בשבוע החמישי שתה צחי 6 כוסות מים ביום, שהן יותר מ- 4 הכוסות ביום ששתה בשבוע הרביעי, ולא פחות כפי שכתוב בתשובה ולכן תשובה זו אינה נכונה.
תשובה (2): בתשובה זו משווים בין כמות כוסות החלב והמים ששתה בימים של השבוע השישי לזה ששתה בשבוע הקודם לו (השבוע החמישי).
 בשבוע השישי שתה צחי 5 כוסות חלב ביום, שהן יותר מ- 1 הכוסות ששתה בשבוע החמישי. בשבוע השישי שתה צחי 2 כוסות מים ביום, שהן פחות מ- 6 הכוסות ששתה בשבוע החמישי. זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק.



10. התשובה הנכונה היא : (4).

על מנת לדעת מה ממוצע כוסות החלב, נחבר את סכום כוסות חלב ששתה בממוצע בכל שבוע ונחלק ב- 4 (4 שבועות).
בשבוע השביעי שתה צחי 3 כוסות חלב בממוצע ליום, בשבוע השמיני שתה 2 כוסות חלב בממוצע ליום ובשבועות התשיעי והעשירי שתה כוס חלב אחת בממוצע ליום.
בסך הכול : 7 כוסות ($= 3 + 2 + 1 + 1$).
ממוצע כוסות החלב הוא : $1\frac{3}{4}$ ($= \frac{7}{4}$).

11. התשובה הנכונה היא : (1).

בשבוע בו צחי שתה בכל יום כוס חלב לאחר כל כוס מים, מספר כוסות החלב ביום ששתה צריך להיות שווה או גדול ממספר כוסות המים ששתה ביום. נבדוק איזה מהשבועות בתשובות עונה על התנאים.
תשובה (1) : בשבוע הראשון שתה 6 כוסות חלב ביום ו- 5 כוסות מים. בהחלט ייתכן שלאחר כל כוס מים שתה כוס חלב.

12. התשובה הנכונה היא : (4).

על מנת לדעת באיזה שבוע שתה צחי את כוס החלב ה- 100 נבדוק כמה שתה בכל שבוע. מכיוון שנתונה כמות הכוסות ששתה בכול יום, עלינו לכפול בשבעת ימי השבוע על מנת לקבל את הכמות ששתה בכול השבוע.
בשבוע הראשון שתה צחי 6 כוסות חלב ביום ובסך הכול 42 כוסות ($= 6 \cdot 7$).
בשבוע השני שתה צחי 4 כוסות חלב ביום ובסך הכול 28 כוסות ($= 4 \cdot 7$).
עד סוף השבוע השני שתה צחי בסך הכול 70 כוסות.
בשבוע השלישי שתה צחי 4 כוסות חלב ביום ובסך הכול 28 כוסות ($= 4 \cdot 7$).
עד סוף השבוע השלישי שתה צחי בסך הכול 98 כוסות.
ביום הראשון של השבוע הרביעי ישתה צחי את הכוס ה- 100.

13. התשובה הנכונה היא : (3).

בכדי לדעת לכמה עובדים יש גם רכב מהחברה וגם רכב פרטי, נמצא קודם כל כמה עובדים יש, לכמה מהם מכונית פרטית ולכמה מהם מכונית חברה.
מכיוון שיש 60 מכוניות חברה, ולאף עובד אין יותר ממכונית אחת, הרי של- 60 עובדים יש מכונית חברה. 60 העובדים הללו מהווים $\frac{2}{3}$ ממספר העובדים. בעזרת נתון זה נוכל למצוא את מספר העובדים. ניעזר במשוואה : $60 = \text{מספר העובדים} \cdot \frac{2}{3}$.
נכפול ב- 3 את שני האגפים, ונקבל : $180 = \text{מספר העובדים} \cdot 2$.
נחלק ב- 2 את שני האגפים, ונקבל : $90 = \text{מספר העובדים}$.
למחצית מהעובדים, שהם 45 עובדים, יש מכונית פרטית ($= \frac{90}{2}$).



כעת נמצא את החפיפה בין העובדים שיש להם מכוניות משני הסוגים.
מכיוון ששאלו 'לכל הפחות' נשתמש בחפיפה מינימאלית (סכום הקבוצות פחות השלם),
ונקבל $15 (= 60 + 45 - 90)$.

14. התשובה הנכונה היא: (2).

המחלק המשותף הגדול ביותר יהיה מורכב ממכפלת הגורמים שבהם מתחלק גם M וגם N.
גם M וגם N מתחלקים ב-a (לשניהם הגורם הראשוני a).
גם M וגם N מתחלקים ב- b^2 (לשניהם פעמיים הגורם הראשוני b).
גם M וגם N מחלקים ב-c (לשניהם הגורם הראשוני c).
לכן המחלק המשותף הגדול ביותר של M ושל N הוא $a \cdot b^2 \cdot c$.

15. התשובה הנכונה היא: (3).

בשאלה מתוארים שני סוגי ברזים: ברז רגיל וברז בעל הספק כפול. ברז בעל הספק כפול,
הוא למעשה כמו שני ברזים רגילים, שכן המשמעות של הספק כפול היא שבזמן מסוים הוא
ייתן את כמות העבודה שיתנו 2 ברזים רגילים.
מכאן ש-3 ברזים רגילים וברז אחד בעל הספק כפול, מספיקים עבודה זהה לזו שמספיקים
5 ברזים רגילים. נפתור את השאלה כאילו לפנינו 5 ברזים רגילים בעלי הספק זהה.
3 ברזים מסיימים למלא בריכה ב-5 שעות ועלינו לגלות כמה זמן יקח ל-5 ברזים לבצע
עבודה זהה.

ראשית, נבדוק כמה עבודה יספיקו 5 ברזים ב-5 שעות (נשתמש בריבוע יחסים):

1 בריכה	3 ברזים
?	5 ברזים

נפתור בעזרת ערך משולש, ונקבל: $\frac{5 \cdot 1}{3} = \frac{5}{3}$.

כעת נבדוק כמה זמן יקח להם למלא בריכה אחת (נשתמש בריבוע יחסים):

$\frac{5}{3}$ בריכה	5 שעות
1 בריכה	?

נפתור בעזרת ערך משולש, ונקבל: $\frac{1 \cdot 5}{\frac{5}{3}} = 5 \cdot \frac{3}{5} = 3$.

16. התשובה הנכונה היא : (2).

יש a עובר דרך ראשית הצירים, כלומר דרך הנקודה $(0,0)$. על מנת לבדוק איזה נקודה בתשובות לא יכולה להיות על ישר a נבין אילו מגבלות נוספות קיימות לגבי ישר זה. ישר a מקביל לישר b שעובר דרך נקודה $(1,0)$, ומכיוון שישרים מקבילים אינם נפגשים, הרי שישר a לא יכול לעבור דרך נקודה $(1,0)$.
אנו לומדים מכך כי ישר a לא יכול לחבר את הנקודות $(0,0)$ ו- $(1,0)$, כלומר אינו יכול להיות זהה לציר ה- x . מכיוון שישר a חותך את ציר ה- x בראשית הצירים, לא תתכן נקודה נוספת על הישר שנמצאת על ציר ה- x , כלומר, שערך ה- y שלה הוא 0.
מבין התשובות, התשובה היחידה שערך ה- y שלה הוא 0 תשובה (2).

17. התשובה הנכונה היא : (4).

כדי לחשב מה ההסתברות שעופר יוציא מהכד 3 פעמים כדור כחול, נחשב מה ההסתברות להוצאת כדור כחול בכל הוצאה אקראית, ונכפיל את ההסתברויות.
כדור ראשון - מתוך 12 כדורים 3 כחולים, ולכן ההסתברות שיצא כדור כחול היא $\frac{1}{4} \left(\frac{3}{12} = \frac{1}{4} \right)$.
לאחר שהחזיר את הכדור הכחול מצב הכדורים לא השתנה, ולכן גם בשלבים הבאים הסיכוי להוציא כדור כחול זהה, כלומר $\frac{1}{4}$.
נכפיל את ההסתברויות ונקבל : $\frac{1}{4^3} \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4^3} \right)$.

18. התשובה הנכונה היא : (1).

על מנת לפשט את הביטוי עלינו להיפטר מהסוגריים.
מינוס לפני סוגריים מתייחס למונה. נקבל את הביטוי : $\frac{-1}{a-1}$.
מכיוון שאין בתשובות ביטוי כזה, ננסה לכתוב את הביטוי כך שאין מינוס במונה.
לשם כך נכפול גם את המונה וגם את המכנה ב-1 ונקבל :
$$\frac{-1}{a-1} = \frac{-1 \cdot -1}{-1 \cdot (a-1)} = \frac{1}{-a+1} = \frac{1}{1-a}$$

19. התשובה הנכונה היא : (4).

מכיוון ששואלים על הטווח האפשרי עבור x , ננסה לפשט את אי השוויונים שבנתונים וללמוד מה המגבלות הנובעות מהן לגבי x .
נתון : $16 < x^2 - 9 < 25$ נסיף 9 לכל אגף, ונקבל : $16 < x^2 < 25$.
נבדוק כל אגף של האי-שוויון בנפרד.
 $x^2 < 25$ כלומר $5 < x$ או $x < -5$. מכיוון שנתון כי x שלילי הרי ש- $5 < x$.
 $16 < x^2$ כלומר $4 < x$ או $x < -4$. מכיוון שנתון כי x שלילי הרי ש- $x < -4$.
כלומר, $-5 < x < -4$.



20. התשובה הנכונה היא: (1).

לצורך ההסבר נכנה את הצלע השנייה היוצאת מנקודה A בפאה השחורה AC, ונכנה את הצלע השנייה היוצאת מנקודה A בפאה המקווקוות AD.
 כלומר, שטח הפאה הכהה הוא $AB \cdot AC$ ושטח הפאה המקווקוות $AD \cdot AB$.
 ננסח את הנתונים אלגברית. מכפלת שטחי הפאות: $AB \cdot AC \cdot AD \cdot AB = 120$.
 נפח תיבה שווה לשטח הבסיס (הפאה השחורה) כפול הגובה (AD) כלומר:
 $80 \cdot AB \cdot AC \cdot AD = 120$. נציב נתון זה במשוואה הראשונה ונקבל: $80 \cdot AB = 120$.
 נחלק את שני האגפים ב-80, ונקבל: $AB = \frac{120}{80} = \frac{3}{2}$.

21. התשובה הנכונה היא: (1).

השטח הבהיר שווה למחצית מעגל שרדיוסו r ולכן שווה ל- $\frac{r^2 \pi}{2}$.
 השטח הכהה שווה למחצית מעגל שרדיוסו R פחות השטח הבהיר ולכן שווה: $\frac{R^2 \pi}{2} - \frac{r^2 \pi}{2}$.
 על מנת להקל על ההשוואה נכפול את שני טורים פי 2, ונקבל:

	$r^2 \pi$?	$R^2 \pi - r^2 \pi$
נוסיף $r^2 \pi$ לשני אגפי ההשוואה ואז נחלק ב- π ונקבל:	$2r^2$?	R^2
נבטא את R באמצעות r , בעזרת הנתון ($R = 1.5r$), ונקבל:	$2r^2$?	$\left(\frac{3r}{2}\right)^2$
נפתח את הסוגריים ונקבל:	$2r^2$?	$\frac{9r^2}{4}$
נכפול ב- 4 את שני האגפים ונקבל:	$8r^2$	<	$9r^2$

הערה: הביטוי "המעגל החיצוני" מתייחס למעגל הגדול, וזאת ניתן ללמוד מהסימון של R על גבי הסרטוט שבמידע הנוסף.

22. התשובה הנכונה היא: (1).

ננסה לפשט את האי-שוויון שבמידע הנוסף כך שייתן לנו מידע על אחד הביטויים שבטורים.
 פישוט האגף השמאלי באי-שוויון: $(xy)^a \Rightarrow x^a \cdot y^a$.
 פישוט האגף הימני באי-שוויון: $x^{a+b} \Rightarrow x^a \cdot x^b$.
 נקבל את האי-שוויון הבא: $x^a \cdot y^a < x^a \cdot x^b$.
 נחלק את שני האגפים ב- x^a (הביטוי חיובי משום ש- x , בסיס החזקה, הוא חיובי) ונקבל: $y^a < x^b$.

23. התשובה הנכונה היא : (2).

מכיוון ששואלים על a , נרשום את הנתון במידע הנוסף בצורה אלגברית ונבודד את a .

$$\text{על-פי המידע הנוסף: } a < x \cdot \frac{x}{100}$$

נכפול ב-100 את שני האגפים, ונקבל: $x \cdot a < 100 \cdot x$.

נחלק ב- x את שני האגפים (x חיובי על-פי הנתון), ונקבל: $a < 100$.

24. התשובה הנכונה היא : (4).

שטח משולש ישר-זווית שווה למחצית מכפלת הניצבים ולכן שטח המשולש הוא :

$$1 \text{ סמ"ר} \left(\frac{1 \cdot 2}{2} \right)$$

שטח מקבילית שווה למכפלת הצלע בגובה אליה.

במקבילית צלע השווה ל-2 ס"מ. הגובה לצלע זו קטן מ-1 ס"מ, כי אם נוריד גובה (למשל,

מנקודה D) נקבל משולש ישר-זווית בו היתר הוא 1 ס"מ (צלעה השנייה של המקבילית).

לפיכך, שטח המקבילית קטן מ-2 ס"מ ($2 \cdot 1 =$).

מכיוון שאין מגבלה על גודלו המינימאלי של שטח המקבילית, הרי ששטח המקבילית יכול

להיות כל גודל הקטן מ-2. כלומר, גדול מ-1 ס"מ או קטן ממנו, ולכן לא ניתן לדעת לאיזו

מהצורות שטח גדול יותר.

25. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו להשוות בין השבר $\frac{A}{B}$ לבין 2.

מכיוון שמדובר בטווח גדול של מספרים (כ-50 מספרים במונה וכ-50 מספרים במכנה), לא

ננסה לחשב את הערך המדויק של השבר $\frac{A}{B}$, אלא ננסה להבין על גודלו יחסית לגודלו של

הטור השני (2).

כדי להבין את השבר נסתפק בבדיקת עשרת המספרים הראשונים (1-10) ובאמצעות בדיקה

זו ננסה להבין מהי ההתנהגות גם עבור טווח של 1-100.

$$\frac{A}{B} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \dots}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots}$$

ניתן לראות שהשבר $\frac{A}{B}$ בנוי ממכפלה של 2 $\left(\frac{2}{1} = \right)$ בשברים נוספים: $\frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{10}{9} \cdot \dots$

כל השברים הנ"ל הם מספרים גדולים מ-1 (המונה גדול מהמכנה). הכפלה במספר הגדול

מ-1 מגדילה את המספר אותו כפלנו (2 במקרה זה).

לכן ערך השבר בטור אי' גדול מ-2.

