

הסברים לפרק כמותי 1:

התשובות הנכונות:

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 3 | 4 | 4 | 3 | 2 | 3 | 1 | 4 | 4 | 4 | 1 | 3 |

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 |
| 4 | 2 | 2 | 4 | 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | 1 | 1 | 2 |

1. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא את אורכו של המלבן במספרים. על-פי הנתון, שטח המלבן גדול פי 6 מרוחבו. ניצור משוואה על-פי הנתונים, ונחלץ ממנה את אורך המלבן. על-פי נוסחה, שטח מלבן = אורך · רוחב. על-פי הנתונים, 6 · רוחב = אורך · רוחב. נחלק את שני צידי המשוואה ברוחב, ונקבל: אורך = 6 ס"מ.

2. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע איזה מהמספרים בתשובות אינו יכול להיות שווה ל- W . על-פי הנתון, W שווה לסכום הריבועים של שלושה מספרים שלמים. מכיוון שהמספרים בתשובות קטנים יחסית, נעבוד ידנית ונבדוק את הערכים האפשריים של W . נבדוק החל מהערך האפשרי הקטן ביותר עבור W , וממנו נעלה. ערך שמופיע בתשובות אך לא "דילגנו" עליו בבדיקה הוא התשובה הנכונה.

נציב: $x = y = z = 1$ (על-פי הנתון המספרים לאו דווקא שונים), נקבל:

$$W = x^2 + y^2 + z^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\text{נציב: } x = y = 1, z = 2 \text{ נקבל: } W = x^2 + y^2 + z^2 = 1^2 + 1^2 + 2^2 = 1 + 1 + 4 = 6$$

$$\text{נציב: } x = 1, z = y = 2 \text{ נקבל: } W = x^2 + y^2 + z^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 = 1 + 4 + 4 = 9$$

לפיכך, אין ערך אפשרי של W בין המספרים 6 ל-9, ולכן התשובה הנכונה היא (1).

הערה: מכיוון שהמספרים השלמים מועלים בריבוע, בדיקת מספרים שליליים לא תשנה את הערכים האפשריים של W .



3. התשובה הנכונה היא : (4).

דרך א':

עלינו לקבוע בעבור איזה ערך של y יקבל רוני תשובה נכונה לחישוב שביצע, למרות הקלקול במחשבון. המספרים בתשובות נוחים לבדיקה ולפיכך נבדוק תשובות ונציב את המספרים בתשובות במקום ערכו של y . התשובה שערך שני החישובים בה זהה (לפני הקלקול ולאחריו) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): החישוב שהתכוון רוני לבצע הוא $1 + y$. נציב $y = 1$, ונקבל: $1 + y = 1 + 1 = 2$.

לאחר הקלקול מוחלפת פעולת החיבור בפעולת כפל. נקבל: $y \cdot 1 = y = 1$.

הערך שהתקבל בשני החישובים שונה ($1 \neq 2$) ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): החישוב שהתכוון רוני לבצע הוא $1 + y$. נציב $y = -1$, ונקבל: $1 + y = 1 + (-1) = 0$.

לאחר הקלקול מוחלפת פעולת החיבור בפעולת כפל. נקבל $y \cdot 1 = y = -1$. הערך שהתקבל בשני

החישובים שונה ($-1 \neq 0$), ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (3): החישוב שהתכוון רוני לבצע הוא $1 + y$. נציב $y = 0$, ונקבל: $1 + y = 1 + 0 = 1$.

לאחר הקלקול מוחלפת פעולת החיבור בפעולת כפל. נקבל $y \cdot 1 = y = 0$. הערך שהתקבל

בשני החישובים שונה ($1 \neq 0$), ולכן תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, התשובה שנותרה היא התשובה הנכונה.

דרך ב':

עלינו לקבוע בעבור איזה ערך של y יקבל רוני תשובה נכונה לחישוב שביצע, למרות הקלקול

במחשבון. החישוב שהתכוון רוני לבצע הוא $1 + y$. הקלקול במחשבון גורם לכך שפעולת

החיבור מוחלפת בפעולת כפל, ולפיכך החישוב שמתבצע הוא $1 \cdot y$.

כדי לתאר את המצב ניצור משוואה, ונחלץ ממנה את y . נקבל: $1 \cdot y = 1 + y = y \Leftarrow 1 + y = 1 \cdot y = 0$.

קיבלנו פסוק שקר ($1 \neq 0$). כלומר, המצב לא יכול להתקיים.

לפיכך, לא קיים y שיקיים את נתוני השאלה.

4. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו למצוא את ערכו של הנעלם n במספרים. ננסה לפשט את המשוואה הנתונה על מנת

לחלץ את ערכו של n . משום ש- n נמצא במעריך החזקה, ננסה ליצור משוואה מעריכית.

כדי ליצור משוואה מעריכית ננסה להעביר את הבסיסים בשני האגפים לאותו הבסיס.

$3^{n+1} = 3^5 \Leftarrow 3^{n+1} = 243$. קיבלנו שתי חזקות שוות ובעלות אותו בסיס הגדול מ-1. לפיכך,

המעריכים שווים. נקבל: $n + 1 = 5 \Leftarrow n = 4$.

הערה: ניתן להגיע לכך ש $3^5 = 243$ על ידי מעבר ידני על החזקות השלמות של 3:

$$3^5 = 81 \cdot 3 = 243 \Leftarrow 3^4 = 81 \Leftarrow 3^3 = 27 \Leftarrow 3^2 = 9 \Leftarrow 3^1 = 3$$



5. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו למצוא את ערכה המספרי של הזווית x . ארבע הזוויות שבסרטוט יוצרות סיבוב מלא ($=360^\circ$). לפיכך, ניצור משוואה המכילה x -ים ומספרים, ונחלץ ממנה את ערך זווית x :
$$x + 2x + 3x + 60 = 360 \leftarrow 6x + 60 = 360 \leftarrow 6x = 300 \leftarrow x = 50$$

6. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו למצוא לכמה אחוזים ממשכורתו של הפועל שווה משכורתו של המנהל. בנתונים מתואר קשר בין משכורתיהם של השניים באחוזים, ללא גדלים ממשיים. נציב מספר בתור משכורתו של המנהל, ונחשב את משכורתו של הפועל במספרים.
נציב: משכורת המנהל = 100 שקלים. לפיכך, משכורתו של הפועל היא 20 שקלים ($= 20\% \cdot 100$).
משום שנשאלנו "לכמה אחוזים ממשכורתו של הפועל...", הרי שמשכורתו של הפועל ($= 20$) היא השלם בחלק זה של השאלה. נציב את הנתונים בטבלת אחוזים.
נקבל:

| מספר | % |
|------|-----|
| 20 | 100 |
| 100 | ? |

לפיכך, משכורתו של המנהל שווה ל- 500% ממשכורתו של הפועל ($= \frac{100 \cdot 100\%}{20}$).

7. התשובה הנכונה היא : (3).

דרך א'

עלינו לקבוע איזה מהביטויים בתשובות הוא הקטן ביותר. נתון ש- x הוא מספר שלילי. נבדוק את החיוביות והשליליות של כל תשובה, לפי תכונות.
תשובה (1): $\frac{x^3}{x^5}$. במונה מספר שלילי (מספר שלילי בחזקה אי זוגית). במכנה מספר שלילי (מספר שלילי בחזקה אי זוגית). לפיכך, השבר כולו הוא חיובי (מונה ומכנה שווי סימן).
תשובה (2): x^2 . הביטוי חיובי (מספר שלילי בחזקה זוגית).
תשובה (3): $\frac{x^3}{x^6}$. במונה מספר שלילי (מספר שלילי בחזקה אי זוגית). במכנה מספר חיובי (מספר שלילי בחזקה זוגית). לפיכך, השבר כולו הוא שלילי (מונה ומכנה שוני סימן).
תשובה (4): x^4 . הביטוי חיובי (מספר שלילי בחזקה זוגית).
הביטויים בתשובות (1), (2) ו-(4) חיוביים. הביטוי בתשובה (3) שלילי.
משום שמספר שלילי קטן מכל מספר חיובי, התשובה הנכונה היא (3).



דרך ב'

עלינו לקבוע איזה מהביטויים בתשובות הוא הקטן ביותר. נתון ש- x הוא מספר שלילי. נציב $x = -1$ ונחשב את ערך הביטויים בתשובות. הביטוי שבו נקבל את הערך הקטן ביותר הוא התשובה הנכונה.

$$\frac{x^3}{x^5} = \frac{(-1)^3}{(-1)^5} = \frac{-1}{-1} = 1 : \text{תשובה (1)}$$

$$x^2 = (-1)^2 = 1 : \text{תשובה (2)}$$

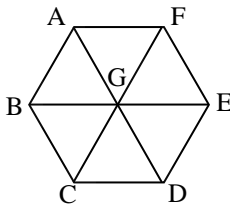
$$\frac{x^3}{x^6} = \frac{(-1)^3}{(-1)^6} = \frac{-1}{1} = -1 : \text{תשובה (3)}$$

$$x^4 = (-1)^4 = 1 : \text{תשובה (4)}$$

הביטויים בתשובות (1), (2) ו-(4) חיוביים. הביטוי בתשובה (3) שלילי. לפיכך, התשובה הנכונה היא (3).

8. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא את אורכו של ישר CF . נתון אורך צלע המשושה המשוכלל ($AB = 1$). נעביר את האלכסונים AD ו- BE וניצור 6 משולשים שווי צלעות שאורך צלעם שווה לצלע המשושה ($= 1$) נסמן את נקודת מפגש האלכסונים ב- G . לפיכך, $CF = FG + GC = 1 + 1 = 2$.



9. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע איזה מהמספרים בתשובות הוא הסכום שכדאי ביותר לנחש במשחק. עבור כל אחד מהמספרים שבתשובות, נחשב מהי ההסתברות שהוא יהיה הסכום בהטלת שתי הקוביות. תשובה (1): כדי להגיע לסכום 11, בהטלה הראשונה ישנן 2 אפשרויות "טובות" ($= 5, 6$) מתוך 6. בהטלה השנייה ישנה רק אפשרות אחת "טובה" מתוך 6 (זו שתשלים את מה שקיבלנו ל-11). לפיכך, חישוב ההסתברות הוא: $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$.

תשובה (2): כדי להגיע לסכום 2, בהטלה הראשונה ישנה אפשרות אחת "טובה" ($= 1$) מתוך 6. גם בהטלה השנייה ישנה רק אפשרות אחת "טובה" מתוך 6 ($= 1$). לפיכך, חישוב ההסתברות הוא: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.



תשובה (3): כדי להגיע לסכום 7, בהטלה הראשונה ישנן 6 אפשרויות "טובות" (=1,2,3,4,5,6)

מתוך 6. בהטלה השנייה ישנה רק אפשרות אחת "טובה" מתוך 6

(זו שתשלים את מה שקיבלנו ל-7). לפיכך, חישוב ההסתברות הוא: $\frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

תשובה (4): כדי להגיע לסכום 4, בהטלה הראשונה ישנן 3 אפשרויות "טובות" (=1,2,3) מתוך

6. בהטלה השנייה ישנה רק אפשרות אחת "טובה" מתוך 6 (זו שתשלים את מה

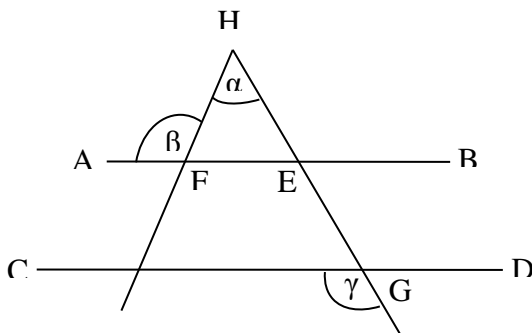
שקיבלנו ל-4). לפיכך, חישוב ההסתברות הוא: $\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

ההסתברות הגדולה ביותר התקבלה בתשובה (3), ולכן זו התשובה הנכונה.

10. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לבטא את גודלה של זווית γ באמצעות הזוויות α, β ומספרים (כך לפי התשובות). לפיכך, נשאף לבטא זוויות במשולש העליון בעזרת הזווית γ . כך נקבל צורה מוכרת (משולש שתקשור בין מה שעליו שואלים ומה שבתשובות.

למען נוחות ההסבר, נסמן את הנקודות H, G, F, E.



(ראו סרטוט).

זווית γ שווה לזווית FEG (AB מקביל ל- CD).

זווית FEG (= γ) = זווית HFE + α (זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן "נוגעות" בה).

נבטא את זווית HFE באמצעות זווית β :

זווית HFE = $180^\circ - \beta$ (משלימה את β לזווית שטוחה).

לפיכך, $\gamma = \alpha + 180^\circ - \beta$. התשובה הנכונה היא (4).

הערה: קיימת גם אפשרות של הצבת ערכים מהראש עבור הזוויות, ופסילת תשובות שהערך שיתקבל בהן שונה מהערך שהתקבל בשאלה.

11. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו למצוא מהי הספרה שמייצגת האות A. בנתון מתואר תרגיל חיבור שבו הוחלפו הספרות באותיות A, B, ו-C, שהן אותיות המייצגות ספרות עוקבות.

הספרות שהתשובות מציעות עבור A נוחות לבדיקה. לפיכך, נבדוק תשובות. התשובה שתקיים את המגבלות בשאלה היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): $A = 5$. לפיכך, $B = 6$, $C = 7$ (A, B ו-C הן ספרות עוקבות כך ש- $A < B < C$).

נקבל: $1122 = 555 + 567$. כלומר, לא קיבלנו את המספר התלת ספרתי שספרת האחדות והעשרות שלו היא אפס (כפי שמצוין בנתון). תשובה זו נפסלת.



תשובה (2): $A = 2$. לפיכך, $B = 3$, ו- $C = 4$, (A, B, C) הן ספרות עוקבות כך ש- $A < B < C$. נקבל: $456 = 222 + 234$. כלומר, לא קיבלנו את המספר התלת ספרתי שספרת האחדות והעשרות שלו היא אפס (כפי שמצוין בנתון). תשובה זו נפסלת.

תשובה (3): $A = 3$. לפיכך, $B = 4$, ו- $C = 5$, (A, B, C) הן ספרות עוקבות כך ש- $A < B < C$. נקבל: $678 = 333 + 345$. כלומר, לא קיבלנו את המספר התלת ספרתי שספרת האחדות והעשרות שלו היא אפס (כפי שמצוין בנתון). תשובה זו נפסלת. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הרביעית.

למען שלמות ההסבר, נבדוק גם תשובה זו.

תשובה (4): $A = 4$. לפיכך, $B = 5$, ו- $C = 6$, (A, B, C) הן ספרות עוקבות כך ש- $A < B < C$. נקבל: $900 = 444 + 456$. בנתון התקבל מספר תלת ספרתי שספרת האחדות שלו וספרת העשרות שלו הן אפס, ולכן תשובה זו נכונה.

12. התשובה הנכונה היא: (3).

דרך א':

עלינו למצוא כמה שקלים היה מקבל הסוחר אילו היה מוכר את כל הסחורה. בתשובות מספרים שנוח לספר עליהם את הסיפור (שווי כל הסחורה שברשות הסוחר), לפיכך נבדוק תשובות. תשובה שתתאים לכל נתוני השאלה היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): אם שווי הסחורה כולה הוא 315 שקלים, הרי שווי הסחורה שמכר במקום הראשון הוא 105 שקלים ($= 315 \cdot \frac{1}{3}$). לפיכך, שווי הסחורה שנותרה לאחר המכירה הוא 210 שקלים ($= 315 - 105$). שווי הסחורה שמכר במקום השני הוא 52.5 שקלים ($= 210 \cdot \frac{1}{4}$). סך הכל קיבל עבור הסחורה שמכר 157.5 שקלים ($= 105 + 52.5$). תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): אם שווי כל הסחורה הוא 360 שקלים, ששווי הסחורה שמכר במקום הראשון הוא 120 שקלים ($= 360 \cdot \frac{1}{3}$). שווי הסחורה שנותרה לאחר המכירה הוא 240 שקלים ($= 360 - 120$). שווי הסחורה שמכר במקום השני הוא 60 שקלים ($= 240 \cdot \frac{1}{4}$). סך הכל קיבל עבור הסחורה שמכר 180 שקלים ($= 120 + 60$). תשובה זו נפסלת.

תשובה (3): אם שווי כל הסחורה הוא 420 שקלים, שווי הסחורה שמכר במקום הראשון הוא 140 שקלים ($= 420 \cdot \frac{1}{3}$). שווי הסחורה שנותרה לאחר המכירה הוא 280 שקלים ($= 420 - 140$). שווי הסחורה שמכר במקום השני הוא 70 שקלים ($= 280 \cdot \frac{1}{4}$). סך הכל קיבל עבור הסחורה שמכר 210 שקלים ($= 140 + 70$). תשובה זו מתאימה לכל נתוני השאלה, ולפיכך זו התשובה הנכונה.



דרך ב':

עלינו לקבוע כמה שקלים היה מקבל הסוחר אילו היה מוכר את הסחורה כולה. מנתוני השאלה ניתן להבין מהו החלק היחסי מכלל הסחורה שהוא מכר. נמצא חלק זה, ולאור הנתון כל מחירו של החלק שמכר נוכל להסיק מהו מחיר הסחורה כולה. במקום הראשון מכר $\frac{1}{3}$ מכלל הסחורה. במקום השני מכר $\frac{1}{4}$ מהסחורה שנותרה. משום שמכר $\frac{1}{3}$ מהסחורה, הרי שנותרו לו $\frac{2}{3}$ מהסחורה שרכש. כלומר, במקום השני מכר $\frac{1}{4}$ מ- $\frac{2}{3}$ מהסחורה כולה, שזה $\frac{1}{6}$ מהסחורה כולה ($= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$). לפיכך, סך הכל מכר $\frac{1}{2}$ מהסחורה כולה ($= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$). משום שמכר $\frac{1}{2}$ מהסחורה בסכום של 210 שקלים, הרי שאת הסחורה כולה היה מוכר בסכום של 420 שקלים.

13. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע אילו מהספרות בתשובות יכולה להיות ספרת האחדות של n. על-פי הנתונים n הוא מספר שלם דו ספרתי. בתשובות נתונות ספרות האחדות האפשריות של n. לפיכך נבדוק תשובות.

תשובה (1): ספרת אחדות 6. לשם נוחות הבדיקה נציב $n = 16$. נחשב את ערך הביטוי $(n^2 - n) = 16^2 - 16 = 256 - 16 = 240$. ביטוי זה מתחלק ב-10. לפיכך, יתכן שספרת האחדות של n היא 6, וזוהי התשובה הנכונה.

הערה: ניתן היה לעבוד עם ספרת האחדות בלבד (ללא הצבת ספרת העשרות), שכן ספרת האחדות אינה מושפעת משאר הספרות.

14. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא מה יהיה עובי הנייר לאחר שנקפל אותו לחצי 4 פעמים רצופות. מכיוון שהמקרה המבוקש קרוב יחסית, נעבוד ידנית עד שנגיע למקרה המבוקש. בכל פעם שנקפל את הנייר, הרי שעוביו יכפיל את עצמו פי-2. לאחר קיפול אחד יהיה עובי הנייר 2 מ"מ ($= 2 \cdot 1$). לאחר שני קיפולים יהיה עובי הנייר 4 מ"מ ($= 2 \cdot 2$). לאחר שלושה קיפולים יהיה עובי הנייר 8 מ"מ ($= 2 \cdot 4$). לאחר ארבעה קיפולים יהיה עובי הנייר 16 מ"מ ($= 2 \cdot 8$).



15. התשובה הנכונה היא : (1).
 עלינו למצוא את גודלה המספרי של זווית α .
 זווית α הינה זווית מרכזית במעגל, הנשענת על הקשת AB הקצרה (הדרך שעשתה גילה).
 נחשב איזה חלק מכלל היקף המעגל הלכה גילה, ובהתאם לכך נבין מהי גודלה של הזווית המרכזית המבוקשת.
 רמי וגילה מתחילים לרוץ יחד מאותה נקודה ונפגשים באותה נקודה. לפיכך, זמן הריצה שלהם זהה. מהירותו של רמי גדולה פי 4 ממהירותה של גילה. לפיכך, הדרך שעשה רמי גדולה פי 4 מהדרך שעשתה גילה. נסמן לצורך הנוחות את הדרך שהלכה גילה ב- x , ואת הדרך שהלך רמי ב- $4x$. לפיכך סך היקף המעגל הוא $5x (= x + 4x)$. מכאן, שגילה הלכה $\frac{1}{5}$ מכלל ההיקף. חלקה של קשת מתוך כלל ההיקף נקבע על-פי היחס בין הזווית המרכזית ל-
 360° . לפיכך, $\alpha = 72^\circ (= \frac{1}{5} \cdot 360^\circ)$.

16. התשובה הנכונה היא : (1).
 עלינו לקבוע באילו מהשנים בתשובות היה סך כל התלמידים באולפן הגדול ביותר. סכום זה מחושב על ידי סכום כל העמודות (כיתות א', ב' ו-ג') בכל שנה.
 מבין השנים המוצעות בתשובות (2000, 2001, 2002 ו-2004), בשנים 2001 ו-2004 העמודה של כיתה א' גבוהה משמעותית לעומת השנים האחרות, ולכן נתמקד בשנים אלו. בשנת 2001 גם כיתה ב' וגם כיתה ג' גדולות יותר משמעותית מהמקבילות להן בשנת 2004.
הערה: ניתן לחשב את הסכומים בצורה מדויקת, אך מכיוון שיש הבדלים ניכרים לעין, חישוב זה מיותר.

17. התשובה הנכונה היא : (4).
 עלינו לחשב איזה אחוז מבני מחזור 2000 הגיע לכיתה ג'. על-פי המבוא לתרשים, בני מחזור 2000 הם אלו שלמדו בכיתה א' בשנת 2000. לפיכך, בני מחזור 2000 מנו 50 תלמידים. בשנת 2001 תלמידי מחזור 2000 למדו בכיתה ב', ובשנת 2002 למדו בכיתה ג'. על-פי התרשים, מספר התלמידים בכיתה ג' בשנת 2002 היה 20 תלמידים. לפיכך, כמות זו מהווה 40% מבני המחזור $(= \frac{20 \cdot 100\%}{50})$.

18. התשובה הנכונה היא : (3).
 עלינו לקבוע איזה מהמספרים בתשובות יכול להיות מספר התלמידים בכיתה ב' בשנת 2002. תלמידי כיתה ב' בשנת 2002 היו תלמידי כיתה א' בשנת 2001, כלומר 70 תלמידים. לפיכך, מספר תלמידי כיתה ב' בשנת 2002 חייב להיות קטן מ-70. תלמידי כיתה ב' בשנת 2002 יהיו תלמידי כיתה ג' בשנת 2003, כלומר 40 תלמידים. לפיכך, מספר תלמידי כיתה ב' בשנת 2002 חייב להיות גדול מ-40. המספר היחיד בתשובות שגדול מ-40 וקטן מ-70 הוא 45.



19. התשובה הנכונה היא : (2).
 עלינו לקבוע לאיזה מהמחזורים בתשובות היו יותר תלמידים שהגיעו לכיתה ג'. נבדוק מהי כמות מסיימי האולפן (הגיעו לכיתה ג') בקרב המחזורים שבתשובות. התשובה שהמחזור שבה הוא המחזור שבו כמות המסיימים הגדולה ביותר היא התשובה הנכונה.
תשובה (1): בני מחזור 1998 הגיעו לכיתה ג' בשנת 2000. לפיכך, למחזור זה 15 בוגרים.
תשובה (2): בני מחזור 1999 הגיעו לכיתה ג' בשנת 2001. לפיכך, למחזור זה 20 בוגרים.
תשובה (3): בני מחזור 2002 הגיעו לכיתה ג' בשנת 2004. לפיכך, למחזור זה 5 בוגרים.
תשובה (4): בני מחזור 2003 הגיעו לכיתה ג' בשנת 2005. לפיכך, למחזור זה 10 בוגרים.
 לפיכך, לבני מחזור 1999 היה ייצוג גדול יותר של בוגרים.
20. התשובה הנכונה היא : (2).
 עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין x ל-0. לפיכך, עלינו לקבוע האם x חיובי או שלילי. מכיוון שקשה להסיק זאת מהמידע הנוסף, נעזר בהצבת מספרים על מנת להבין את התכונה. נציב מספר חיובי בעבור x . לדוגמה: $x = 2$. על-פי המידע הנוסף $x < y$. נציב $y = 3$. במקרה זה לא מתקיים חלקו השני של המידע הנוסף $(|x| < |y| \Leftrightarrow |2| < |3|)$, ולכן אפשרות זו נפסלת. כעת נציב $x = 0$. על-פי המידע הנוסף $x < y$. נציב $y = 3$. במקרה זה לא מתקיים חלקו השני של המידע הנוסף $(|x| < |y| \Leftrightarrow |0| < |3|)$ ואפשרות זו נפסלת. נציב מספר שלילי בעבור x . לדוגמה: $x = -3$. על-פי המידע הנוסף $x < y$. נציב $y = -2$. במקרה זה מתקיים חלקו השני של המידע הנוסף $(|x| < |y| \Leftrightarrow |-3| < |-2|)$. מכיוון שזו האפשרות היחידה x בהכרח קטן מ-0 ולפיכך טור ב גדול יותר.
הערה: ניתן היה לפתור שאלה זו גם על ידי הבנת התכונות מהמידע הנוסף בלבד, ללא הצבה.
21. התשובה הנכונה היא : (3).
 עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין r ל- BC . משום שלא נראה שיש איזשהו קשר בין גדלים אלו, ננסה ליצור צורה שתקשר ביניהם. נעביר רדיוסים ממרכז המעגל לנקודות B ו-C ונקבל משולש המכיל שני r ואת BC . על-פי המידע הנוסף, משולש ABC הוא שווה שוקיים. לפיכך זוויות הבסיס שוות זו לזו ושוות ל- 75° . זווית BAC משלימה שתי זוויות אלו ל- 180° שווה ל- $30^\circ (= 180^\circ - 75^\circ)$. זווית BOC היא זווית מרכזית הנשענת על הקשת BC , כמו גם הזווית ההיקפית BAC . לפיכך, זווית BAC כפולה ממנה ושווה ל- $60^\circ (= 2 \cdot 30^\circ)$. קיבלנו משולש שווה שוקיים (אורך כל שוק r) ושבו אחת הזוויות בת 60° . לפיכך משולש זה גם שווה צלעות. משום שאורך שתיים מהצלעות במשולש הוא r , הרי שגם $BC = r$.



22. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הביטויים בטורים. לשם כך, ננסה להבין את גודל הביטוי בטור ב'. על-פי המידע הנוסף, לילדים דני, אסף ורונו יש בממוצע 5 גולות לכל אחד. לפיכך, יחדיו יש להם 15 גולות ($5 \cdot 3 =$). נתון כי לדני יש 8 גולות. לפיכך, לאסף ולרונו יחד יש 7 גולות ($15 - 8 =$). הילד שיש לו את מספר הגולות הקטן ביותר יכול להיות אסף או רונו. לפיכך, יתכן שלילד עם מספר הגולות הקטן ביותר יש 0 גולות, ויתכן שיש לו 3 גולות (ואז לאחר יהיו 4 גולות). משום שהוכחנו שתתכן יותר ממערכת יחסים אחת בין הטורים, הרי שלא ניתן לקבוע האם הביטוי בטור ב' גדול, שווה או קטן מ-2.

23. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הביטויים בטורים. נפשט את הביטויים בטורים כך שנקבל השוואה נוחה יותר.

| | | | |
|--|-------------|---|---------------|
| נחלק את שני הטורים ב- m (נתון כי n חיובי ולפיכך גם m חיובי). נקבל: | $m \cdot n$ | ? | $\frac{m}{n}$ |
| נכפיל את שני הטורים ב-n. נקבל: | n | | $\frac{1}{n}$ |
| נפשט את המידע הנוסף עצמו על ידי כפל ב-n. נקבל: | n^2 | ? | 1 |

$$1 < n \leftarrow \frac{1}{n} < 1$$

לפיכך, הביטוי בטור ב' גדול מ-1.

24. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הביטויים בטורים. במידע הנוסף נתון אורך רדיוס המעגל.

טור א': נבטא את ממוצע שטחי הריבועים ABCD ו-EFGH באמצעות רדיוס המעגל.

ישר FH הוא קוטר המעגל ואורכו שווה ל-2r. זהו גם אלכסון בריבוע EFGH. לפיכך, שטח

$$\text{ריבוע EFGH} = \frac{(2r)^2}{2} = \frac{4r^2}{2} = 2r^2. \text{ ישר FH שווה באורכו לישר AD, צלע בריבוע ABCD.}$$

לפיכך, שטח ריבוע ABCD = $4r^2 = (2r)^2$. נחשב את ממוצע שטחי הריבועים:

$$\text{ממוצע} = \frac{\text{סכום איברים}}{\text{מספר איברים}} = \frac{\text{שטח EFGH} + \text{שטח ABCD}}{2} = \frac{4r^2 + 2r^2}{2} = \frac{6r^2}{2} = 3r^2.$$

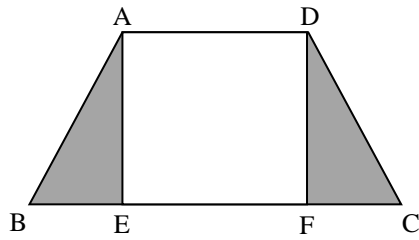
טור ב': שטח המעגל = πr^2 . נפשט את הטורים:

| | | | |
|-------------------------------------|---------|---|--------|
| נחלק את שני הטורים ב- r^2 . נקבל: | π^2 | ? | $3r^2$ |
|-------------------------------------|---------|---|--------|

| | | | |
|--------------------------|-------|---|---|
| לפיכך, טור ב' גדול יותר. | π | ? | 3 |
|--------------------------|-------|---|---|

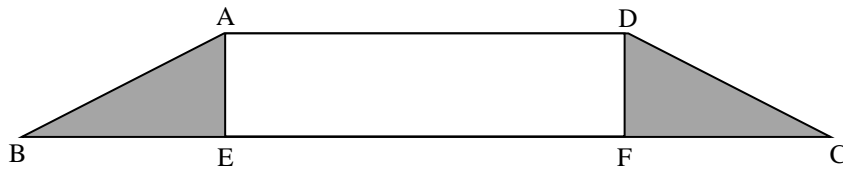


25. התשובה הנכונה היא : (4).



עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הטורים. לשם נוחות ההסבר, סימנו את הקודקודים כמתואר בסרטוט. רוב הצלעות הכלולות בהיקף הטרפז כלולות גם בהיקף המשולשים. משום שצלעות אשר משותפות לחישוב בשני הטורים אינן משפיעות על מערכת היחסים שבין הטורים, נתמקד בצלעות שאינן משותפות לטרפז ולמשולשים. כלומר, הצלעות AD ו-EF בהיקף הטרפז, וצלעות AE ו-DF בהיקף המשולשים. כפי שהסרטוט מופיע, נדמה כי קווים אלו שווים זה לזה (נראה כי AEDF הוא ריבוע). במקרה זה שני הטורים שווים.

כיוון שהסרטוט המצורף אינו מסורטט בהכרח על-פי קנה מידה, ננסה לשנותו כדי לבדוק האם יתכן מצב שבו הקווים שונים זה מזה. לדוגמה :



במקרה זה הקווים AD ו-EF ארוכים מהקווים AE ו-DF. לפיכך, במקרה זה היקף הטרפז גדול מסכום היקפי המשולשים הכהים, וטור א גדול מטור ב. כיוון שהצלחנו למצוא שתי מערכות יחסים שונות בין הביטויים בטורים, התשובה הנכונה היא (4).

