

הסברים לפרק כמותי 2:

התשובות הנכונות:

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	1	4	3	2	1	3	2	1	3	1	2	3

25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
1	4	4	3	2	1	3	1	2	1	4	1

1. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהו רדיוס המעגל שנוצר. נתון אורכו של החוט אשר יוצר את היקפו של המעגל. נבטא קשר זה באמצעות משוואה שבה אורך החוט שווה לנוסחת היקף המעגל. במשוואה זו נבודד את הרדיוס כמבוקש:

$$2r\pi = 6$$

$$r = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

2. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע למה x יכול להיות שווה. בנתוני השאלה מגבלות שונות על x ובתשובות מוצעים מספרים נוחים יחסית לבדיקה. נבדוק את המספרים שבתשובות. תשובה שהמספר בה מקיים את תנאי השאלה היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): עבור $x = 25$ ערכו של a הוא 5 ($a^2 = x$), ואילו ערכו של b הוא $\sqrt{5}$ ($b^4 = x$). על-פי נתוני השאלה a ו- b הם מספרים שלמים (אך $\sqrt{5}$ אינו מספר שלם).

לכן, תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): עבור $x = 16$ ערכו של a הוא 4 ($a^2 = x$), ואילו ערכו של b הוא 2 ($b^4 = x$).

משום שתשובה זו עומדת בכל התנאים שבתנאי השאלה, זו התשובה הנכונה.

אין צורך לבדוק את התשובות הנוספות, אך נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

תשובה (3): עבור $x = 8$ ערכו של a הוא $\sqrt{8}$ ($a^2 = x$).

על-פי נתוני השאלה a ו- b הם מספרים שלמים (אך $\sqrt{8}$ אינו מספר שלם).

לכן, תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): עבור $x = 4$ ערכו של a הוא 2 ($a^2 = x$), ואילו ערכו של b הוא $\sqrt{2}$ ($b^4 = x$).

על-פי נתוני השאלה a ו- b הם מספרים שלמים (אך $\sqrt{2}$ אינו מספר שלם).

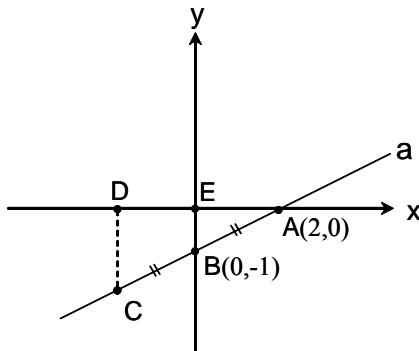
לכן, תשובה זו נפסלת.

3. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו לקבוע מהו מספר הכדורים השחורים שהכלבים משחקים בהם. על-פי התשובות ניתן להבין שקיים טווח אפשרויות למספר זה. נמצא את קצוות הטווח. משום שבשאלה קיים טווח של חפיפה בין קבוצות, ניתן להשתמש בנוסחאות החפיפה. השלם : 8 כדורים. הקבוצות הנחפפות : 4 כדורים שחורים, 5 כלבים. גודל החפיפה המקסימלית ("לכל היותר") = גודל הקבוצה הנחפפת הקטנה = 4. גודל החפיפה המינימלית ("לכל הפחות") = סכום הקבוצות הנחפפות פחות השלם = $1 = (4 + 5) - 8$.

הערה: ניתן גם לסדר את הנתונים בעזרת "עץ" ולהגיע למסקנות זהות.

4. התשובה הנכונה היא : (3).



עלינו לקבוע מהם ערכי הנקודה C. לשם כך נבנה מקביל לצירים כך שנקבל משולש ישר זווית שבו הצלע AC תהיה היתר (ראו סרטוט). הסרטוט ממחיש אחת ממספר הדרכים האפשריות. למען נוחות ההסבר נסמן את הנקודות E ו-D (ראו סרטוט).

כעת נוצרו שני משולשים ישרי זווית

דומים ABE ו-ACD (שתי זוויות זהות או מקרה דמיון נפוץ – קו מקביל לצלע). יחס הדמיון בין המשולשים הוא 1 : 2 (היתר במשולש ADC גדול פי 2 מהיתר במשולש ABE). לפיכך, אורך הצלע DC במשולש ADC גדול פי 2 מהצלע EB במשולש ABE (צלעות מתאימות במשולשים דומים). אורך הצלע EB הוא 1, ולפיכך אורך הצלע DC הוא 2. כמו כן, אורך הצלע AD במשולש ACD גדול פי 2 מאורך הצלע AE במשולש ABE (צלעות מתאימות במשולשים דומים). אורך הצלע AE הוא 2, ולפיכך אורך הצלע AD הוא 4. כעת, כשידוע אורך כל הצלעות, ניתן לחשב את ערכי הנקודה C. ערך ה- x של הנקודה הוא 2- ("זזים" 4 שמאלה מערך ה- x של הנקודה A). ערך ה- y של הנקודה הוא 2- ("יורדים" 2 מהנקודה D). לסיכום: ערכי הנקודה C הם (-2,-2).



5. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו לקבוע מהו ערכו של הביטוי שבשאלה.

דרך א' :

נפשט את ערכו של הביטוי. משום שהביטוי הינו מכפלה בין שתי חזקות בעלות בסיס זהה, הרי שניתן לאחד את הבסיסים ולחבר בין המערכים. נקבל : $2^{x+(-x)} \leftarrow 2^0 \leftarrow 1$.

דרך ב' :

משום שנשאלנו על ערכו של ביטוי, ניתן להציב מספר מהראש במקום הנעלם. נציב $x = 1$. עבור ההצבה שבחרנו ערכו של הביטוי שבשאלה הוא $2^{-1} \cdot 2^1 \leftarrow 2^0 \leftarrow 1$. נפסול כל תשובה שתיתן ערך מספרי אחר מזה שקיבלנו, ונישאר עם תשובה מספר (1) בלבד.

6. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו לקבוע מהו אורכו של AO. כדי לעשות זאת עלינו לקשור בין AO לבין הגודל המספרי היחיד שניתן בשאלה - רדיוסו של המעגל. בעזרת בניית עזר ניצור צורה שתכיל את שני הגדלים. נחבר בעזרת רדיוס בין מרכז המעגל לבין נקודת ההשקה של הקטע AC עם המעגל (למען נוחות ההסבר נסמן נקודה זו ב-D), ונקבל זווית ישרה (חיבור בין רדיוס למשיק בנקודת ההשקה).

משולש ADO שנוצר הוא משולש "זהב" שבו ידוע אורך הניצב שמול הזווית בת ה- 30° ($AD = 10$ ס"מ). לפיכך, אורכו של היתר במשולש זה ($AO =$) כפול מאורכו של הניצב שמול הזווית בת ה- 30° , ולכן אורכו הוא 20 ס"מ ($= 2 \cdot 10$).

7. התשובה הנכונה היא : (3).

עלינו לקבוע מהו ערכו המספרי של הסכום $x + y + z + w$. בנתוני השאלה מידע אודות סכומים שונים. ננסה לקשור בין מידע זה לבין הסכום המבוקש.

$$8 + w = \underbrace{x + y + z}_{8} + w \text{ הוא הסכום המבוקש כי } x + y + z = 8 \text{ לפיכך, הסכום המבוקש הוא } 8 + w$$

כדי למצוא את ערכו המספרי של w נעזר בשתי המשוואות הנוספות שבנתונים.

על-פי המשוואה השנייה : $y + z = 15$. על-פי המשוואה השלישית : $y + z + w = -6$.

$$w = -21 \Leftrightarrow 15 + w = -6 \Leftrightarrow \underbrace{y + z}_{15} + w = -6 \text{ נציב את המשוואה השנייה בשלישית ונקבל :}$$

$$-13 = \underbrace{x + y + z}_{8} + \underbrace{w}_{-21} \text{ כעת נציב את ערכו של } w \text{ בסכום עליו נשאלנו ונקבל :}$$



8. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו לקבוע מהו היקף המחומש. כדי לעשות זאת עלינו לקבוע מהו אורכו של AB או AE (הם שווים באורכם ולכן נסתפק במציאת אורך אחד מהם). נחבר בין הנקודות B ו-E. נקבל משולש "כסף" ABE וריבוע BCDE. לפיכך, $BE = 1$ (צלע בריבוע BCDE). במשולש הכסף ABE ידוע אורכו של היתר ($1 = BE =$). לכן, ניתן לחשב את אורכם של הניצבים (AB ו-AE). משום שבמשולש "כסף" היתר ארוך פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים, אורך כל אחד מהניצבים הללו הוא $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

לפיכך, היקף המחומש הוא $3 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 + \frac{2}{\sqrt{2}}$. משום שאין תשובה זהה לצורה זו

שקיבלנו, נמשיך בפישוט השבר. נקבל: $3 + \frac{2}{\sqrt{2}} \leftarrow 3 + \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \leftarrow 3 + \sqrt{2}$.

9. התשובה הנכונה היא : (2).

דרך א':

עלינו לקבוע כמה שעות הייתה אורכת נסיעתה של אילנה אילו הייתה נוסעת במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות שבה נסעה. בשאלה נתון שהיא נסעה 250 ק"מ ב-3 שעות. בעזרת נוסחת התנועה ניתן למצוא מנתונים אלו את מהירותה בשלב זה.

בשלב הבא ידוע לנו מהו המרחק עליה לעבור ($= 250$ ק"מ) ומהי מהירותה (פי 1.5 מהמהירות שנמצא בשלב הראשון). נשתמש בגורמים אלו בנוסחת התנועה ונמצא את הזמן המבוקש.

אם אילנה נסעה 250 ק"מ ב-3 שעות, הרי שמהירותה בשלב זה הייתה $\frac{250}{3}$ קמ"ש.

בשלב הבא מהירותה גדולה פי 1.5 ($= \frac{3}{2}$) ולכן מהירותה תהייה $\frac{250}{2} = \frac{250}{3} \cdot \frac{3}{2}$ קמ"ש.

על-פי נוסחת התנועה: זמן = $\frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}}$. בשלב זה הדרך היא 250 ק"מ והמהירות

היא $\frac{250}{2}$ קמ"ש. לפיכך, הזמן הנדרש הוא $\frac{250}{\frac{250}{2}} \leftarrow \frac{250 \cdot 2}{250} \leftarrow 2$ שעות.

דרך ב':

עלינו לקבוע כמה שעות הייתה אורכת נסיעתה של אילנה אילו הייתה נוסעת במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות שבה נסעה. משום שקיים יחס הפוך בין הזמן למהירות (כשהמרחק קבוע), הרי שאם תיסע את אותו המרחק במהירות גדולה פי 1.5 הזמן יקטן

פי 1.5 ($= \frac{2}{3}$). נקבל: $2 = 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$.

לפיכך, נסיעתה הייתה אורכת שתיים.

10. התשובה הנכונה היא : (3).

עלינו לקבוע מה היה אחוז הגברים שעסקו בתחום הממשל בשנת 1800. נעזר בתרשים השמאלי ביותר (המייצג את שנת 1800). אחוז הנשים שעסקו בתחום הממשל הינו 25% (גובה העמודה הכהה). לפיכך, $75\% (= 100\% - 25\%)$ מהעוסקים בתחום זה היו גברים.

11. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע באיזה תחום חלה עליה מתמדת באחוז הנשים שעסקו בו. נחפש תחום (מבין התחומים המוצעים בתשובות) שבו ככל ש"זזים" ימינה בתרשימים (כלומר, מתקדמים עם השנים) החלק הכהה (המייצג את אחוז הנשים) עולה. בתחום הממשל חלה ירידה בין השנים 1800 ל-1850. לפיכך, תחום זה אינו התחום המבוקש.

בתחום התקשורת חלה ירידה בין השנים 1850 ל-1900. לפיכך, תחום זה אינו התחום המבוקש.

בתחום הכלכלה חלה ירידה בין השנים 1800 ל-1850. לפיכך, תחום זה אינו התחום המבוקש.

משום שאף אחד מהתחומים המוצעים בתשובות אינו עומד במגבלות הנתונים, הרי שהתשובה היא (4).

שימו לב: לא מצאנו גדלים מדויקים אלא בחנו מגמה "לפי העין". מציאת הגדלים המדויקים מיותרת בשאלה זו.

12. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו לקבוע באיזו מהשנים המתוארות היה אחוז הגברים הגבוה ביותר שעסקו בתקשורת. נחפש בין התרשימים את התרשים שבו גובה העמודה הבהירה (המייצגת "גברים") בתחום התקשורת היא הגבוהה ביותר. נראה (אין צורך בחישוב מדויק) שגובה העמודה הבהירה הגבוהה ביותר בתחום התקשורת נמצא בתרשים הימני ביותר המתאר את הנתונים לשנת 1800, ולכן זו התשובה הנכונה.

13. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע כמה נשים עסקו בשנת 1900 בתחום התקשורת. על-פי התרשים המתאר את שנת 1900 אחוז הנשים מבין העוסקים בתקשורת היה 35%. כעת עלינו למצוא מהו מספר האנשים שעסקו בתחום התקשורת בשנת 1900 ומגודל זה להוציא 35%. על-פי הנתון, בשנת 1900 הועסקו 200 אלף עובדים, שנחלקו שווה בשווה בין ארבעת התחומים. לפיכך, בכל אחד מהתחומים עסקו 50 אלף איש $(= \frac{200,000}{4})$, וכך גם בתחום התקשורת. ידוע כי 35% מהעוסקים בתחום התקשורת $(= 50$ אלף) היו נשים. לפיכך, 17,500 נשים עסקו בתחום התקשורת בשנת 1900 (10% אחוזים מ-50 אלף).

הם 5 אלפים ← 30% הם 15 אלף ו- 5% מ- 50 אלף הם 2.5 אלפים. לסיכום: 35% מ- 50 אלף הם $15,000 + 2,500 = 17,500$.

14. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע באיזה תחום הספק העבודה הכולל של הנשים בשנת 1950 היה זהה להספק העבודה הכולל של הגברים. נתון כי בשנת 1950 הספק העבודה של אישה היה גדול פי 3 מזה של גבר. כלומר, כדי שהספק העבודה הכולל של הנשים יהיה שווה לזה של הגברים, על כמות הגברים להיות פי 3 יותר גדולה מכמות הנשים. בתחום הממשל 25% מהעוסקים בתחום היו נשים. כלומר, 75% מהעוסקים בתחום היו גברים. כמות הגברים העוסקים בתחום זה גדולה פי 3 מכמות הנשים העוסקות בתחום זה ($75\% = 3 \cdot 25\%$) ולכן זהו התחום המבוקש.

15. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהו מספר הנמלים בסוף היום השלישי. בשאלה מתואר האופן שבו גדל מספר הנמלים בכל יום, וכן נתון כמות הנמלים בתחילת היום הראשון. משום שעלינו למצוא את כמות הנמלים בעוד פרק זמן קצר יחסית (סוף היום השלישי) נפרט באופן ידני עד שנגיע לתשובה:
כמות הנמלים בתחילת היום הראשון = 3.
כמות הנמלים בסוף היום הראשון (שזו גם הכמות בתחילת היום השני) $= 6 = (2 \cdot 3)$.
כמות הנמלים בסוף היום השני (שזו גם הכמות בתחילת היום השלישי) $= 12 = (2 \cdot 6)$.
כמות הנמלים בסוף היום השלישי $= 24 = (2 \cdot 12)$.

16. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהו גילו של דני (בשנים). בשאלה מתוארות מגבלות שונות לגבי גילו, ובתשובות מוצעים מספרים נוחים יחסית לבדיקה. לכן, נבדוק תשובות. תשובה שהמספר בה יעמוד בכל המגבלות שבנתונים היא התשובה הנכונה.
תשובה (1): אם דני היום בן 8, הרי שאביו בן $33 = (8 + 25)$.
מכפלת גיליהם מתחלקת ב- 11 $(\frac{33 \cdot 8}{11} = \text{מספר שלם})$, וגילו של דני הוא פחות מ- 10 שנים. לפיכך, תשובה זו עומדת בכל מגבלות הנתונים ולכן היא התשובה הנכונה. משום שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך לבדוק את שאר התשובות אך נעשה זאת למען שלמות ההסבר.
תשובה (2): אם דני היום בן 9, הרי שאביו בן $34 = (9 + 25)$.
מכפלת גיליהם אינה מתחלקת ב- 11 $(\frac{34 \cdot 9}{11} = \text{מספר שאינו שלם})$. מכנה השבר אינו מצטמצם ואינו מגיע ל- 1. לפיכך, תשובה זו אינה עומדת בנתוני השאלה ולכן נפסלת.

תשובה (3): אם דני היום בן 3, הרי שאביו בן $28 (= 25 + 3)$.
 מכפלת גיליהם אינה מתחלקת ב-11 $(\frac{28 \cdot 3}{11} = \text{מספר שאינו שלם})$. מכנה השבר אינו מצטמצם ואינו מגיע ל-1. לפיכך, תשובה זו אינה עומדת בנתוני השאלה ולכן נפסלת.
תשובה (4): אם דני היום בן 5, הרי שאביו בן $30 (= 25 + 5)$.
 מכפלת גיליהם אינה מתחלקת ב-11 $(\frac{30 \cdot 5}{11} = \text{מספר שאינו שלם})$. מכנה השבר אינו מצטמצם ואינו מגיע ל-1. לפיכך, תשובה זו אינה עומדת בנתוני השאלה ולכן נפסלת.

17. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהו גודלו של $R^2 - r^2$. נתון גודל הפרש השטחים בין גזרות של 60° בשני המעגלים. נבנה משוואה המתארת הפרש זה ונבודד בה את הגודל $R^2 - r^2$:
הערה: שטח גזרה שהזווית המרכזית שלה בת 60° שווה ל- $\frac{1}{6}$ משטח המעגל.

$$\frac{R^2 \pi}{6} - \frac{r^2 \pi}{6} = \pi$$

נכפיל את שני האגפים פי 6. נקבל:

$$R^2 \pi - r^2 \pi = 6\pi$$

נחלק את שני אגפי המשוואה ב- π . נקבל:

$$R^2 - r^2 = 6$$

18. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהו סכום הספרות של x . בשאלה נתונות מגבלות שונות לגבי x ובתשובות מוצעות אפשרויות עבור סכום ספרותיו של x . משום ש- x הוא מספר דו-ספרתי שבו ידועה ספרת האחדות ($= 5$), הרי שמסכום ספרותיו (המופיע בתשובות) ניתן להסיק מהי ספרת העשרות שלו, ולמצוא את גודלו המדויק של x . בהצבת התשובות נבדוק בעבור כל תשובה האם הגודל שבה עומד במגבלות שבנתונים. אם כן, הרי שזו התשובה הנכונה.
תשובה (1): אם סכום הספרות של x הוא 7, וספרת האחדות של x היא 5, הרי שספרת העשרות שלו היא $2 (= 7 - 5)$ ו- x הוא 25.
 אם הופכים את סדר הספרות של x שהתקבל נקבל את המספר 52, שאכן גדול פי 2 מ-26 $(= 25 + 1)$. כלומר, תשובה זו עומדת בכל מגבלות השאלה ולכן זו התשובה הנכונה. משום שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך לבדוק את שאר התשובות אך נעשה זאת למען שלמות ההסבר.
תשובה (2): אם סכום הספרות של x הוא 9, וספרת האחדות של x היא 5, הרי שספרת העשרות שלו היא $4 (= 9 - 5)$ ו- x הוא 45.
 אם הופכים את סדר הספרות של x שהתקבל נקבל את המספר 54, שאינו גדול פי 2 מ-46 $(= 45 + 1)$. כלומר, תשובה זו אינה עומדת במגבלות השאלה ולכן היא נפסלת.

תשובה (3): אם סכום הספרות של x הוא 11, וספרת האחדות של x היא 5, הרי שספרת העשרות שלו היא 6 ($11 - 5 = 6$) ו- x הוא 65.
 אם הופכים את סדר הספרות של x שהתקבל נקבל את המספר 56, שאינו גדול פי 2 מ-66 ($66 + 1 = 67$). כלומר, תשובה זו אינה עומדת במגבלות השאלה ולכן היא נפסלת.
תשובה (4): אם סכום הספרות של x הוא 13, וספרת האחדות של x היא 5, הרי שספרת העשרות שלו היא 8 ($13 - 5 = 8$) ו- x הוא 85.
 אם הופכים את סדר הספרות של x שהתקבל נקבל את המספר 58, שאינו גדול פי 2 מ-86 ($86 + 1 = 87$). כלומר, תשובה זו אינה עומדת במגבלות השאלה ולכן היא נפסלת.

19. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מה צריכה להיות השעה שבה תמר תעזוב את העבודה כך שתעמוד במגבלות השאלה. נחשב מהי כמות השעות השבועיות שתמר צריכה להשקיע בעבודה ונחלק גודל זה ב-5 (כמות ימי העבודה).
 נתון כי תמר עובדת 30 שעות בשבוע, אך יוצאת פעמיים בשבוע להפסקה בת שעתיים (סך הכל 4 שעות הפסקה שבועיות). עלינו לכלול גם את שעות ההפסקה בתחשיב השעות השבועי שכן הן נלקחות בזמן שהותה במשרד. כלומר, תמר נמצאת בעבודה $34 (= 30 + 4)$ שעות שבועיות.

כדי למצוא כמה שעות עליה לעבוד בכל יום נחלק גודל זה ב-5.
 נקבל: $6\frac{4}{5} = \frac{34}{5}$ שעות ביום.

אם היא מתחילה את עבודתה בשעה 8:00 הרי שעליה לצאת מהמשרד בשעה 14:48.
 $(8:00 + 6\frac{4}{5} = 14:48)$

הערה: $\frac{1}{5}$ השעה הן $\frac{60}{5}$ דקות = 12 דקות.

20. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א':

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הפרשי הגבהים של הילדים השונים. נתון הקשר בין הגבהים של הילדים באחוזים. השאלה עוסקת באחוזים, אך לא ניתן לקבוע את גודלו המדויק של אף גודל. לכן, נציב 100 כשלם הקטן ביותר בשאלה:
 נציב שגובהו של גד הוא 100 ס"מ. לפיכך, גובהו של שמעון הוא 105 ס"מ (5% אחוז יותר מגד). על-פי הנתון, אורי גבוה משמעון ב-5%. לפי ההצבה שבחרנו גובהו של שמעון 105 ס"מ, ולפיכך גובהו של אורי הוא 110.25 ס"מ (10% מ-105). לפיכך, 5% הם 5.25. כלומר, גובהו של אורי הוא $105 + 5.25$ ס"מ).
טור א: לפי המספרים שהצבנו הפרש הגבהים בין אורי (110.25 ס"מ) לבין שמעון ($105 = 105$ ס"מ) הוא 5.25 ס"מ ($110.25 - 105 = 5.25$).



טור ב: לפי המספרים שהצבנו הפרש הגבהים בין שמעון (= 105 ס"מ) לבין גד (= 100 ס"מ) הוא 5 ס"מ (= 105 – 100).
ההפרש בטור א גדול יותר ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב':

נתון כי שמעון גבוה מגד ב- 5%, וכי אורי גבוה משמעון ב- 5%. אמנם בשני המקרים מדובר ב- 5%, אך כדי להגיע לגובהו של אורי נלקחים 5% משלם **גדול יותר** (השלם לחישוב גובהו של אורי הוא שמעון, ואילו השלם לחישוב גובהו של שמעון הוא גד. נתון כי שמעון גבוה מגד), ולכן הפרש הגבהים בין אורי לשמעון גדול יותר.

21. התשובה הנכונה היא: (2).

דרך א':

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין היקפי המשולשים. משום שהמשולשים מורכבים מצלעות אשר ניתן לקשר בין גודלן, נערוך השוואה בין זוגות של צלעות מהמשולשים השונים וננסה ללמוד מההשוואה למי מהמשולשים היקף גדול יותר:
לשני המשולשים צלע משותפת (DE) ולכן צלע זו אינה משפיעה על מערכת היחסים בין ההיקפים.

לשני המשולשים צלע בעלת אורך זהה ($DC = EF$), ולכן גם צלע זו אינה משפיעה על מערכת היחסים בין ההיקפים.

לפיכך, זוג הצלעות האחרון שנבדוק הוא זה שיקבע היקפו של איזה משולש גדול יותר. הצלע EC במשולש DEC **קצרה** מהצלע DF במשולש DEF (הצלע EC מורכבת משתי צלעות ריבוע, בעוד הצלע DF מורכבת משני אלכסוני ריבוע. אלכסון בריבוע ארוך מהצלע).

לסיכום: המשולש DEF מורכב משתי צלעות שזהות באורכן לשתי צלעות במשולש DEC ומצלע נוספת שארוכה מצלע במשולש DEC. לפיכך, היקפו של משולש DEF גדול יותר.

דרך ב':

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין היקפי המשולשים. משום שבשאלה אין גדלים, נציב מהראש 1 כגודל צלע הריבוע ונחשב את היקפם של כל אחד מהמשולשים.

היקף משולש DEC:

היקף המשולש מורכב מהצלע DC שאורכה 1, מהצלע EC שאורכה 2, ומהצלע ED שאת אורכה ניתן לחשב בעזרת משפט פיתגורס במשולש DEC. נקבל שאורך הצלע ED הוא $\sqrt{5}$ ($ED = \sqrt{5} \leftarrow ED^2 = 5 \leftarrow 1^2 + 2^2 = 5 \leftarrow EC^2 + DC^2 = ED^2$).
לסיכום: היקף משולש DEC = $3 + \sqrt{5}$ (= $1 + 2 + \sqrt{5}$).

היקף משולש DEF:

היקף המשולש מורכב מהצלע EF שאורכה 1, מהצלע ED שאורכה $\sqrt{5}$ (כפי שמצאנו בעת חישוב היקף משולש DEC), ומהצלע DF. נחשב את אורכה של הצלע DF: אורך הצלע DF



מורכב משני אלכסונים במרובע שאורך צלעו 1. משום שאלכסון במרובע יוצר שני משולשי "כסף", הרי שאורכו של האלכסון הוא $\sqrt{2}$. כלומר, אורך הצלע FC הוא $2\sqrt{2}$. לסיכום: היקף משולש DEF = $1 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$.

כעת נפשט את המידע שהתקבל בטורים:

נחסר $\sqrt{5}$ משני הטורים. נקבל:	$1 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$?	$3 + \sqrt{5}$
נחסר 1 משני הטורים. נקבל:	$1 + 2\sqrt{2}$?	3
נחלק ב-2 את שני הטורים. נקבל:	$2\sqrt{2}$?	2
משום ש- $\sqrt{2}$ גדול מ-1, המידע שבטור ב גדול יותר.	$\sqrt{2}$?	1

22. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע באיזה טור שארית החלוקה גדולה יותר. משום שהחזקות בשני הטורים קטנות יחסית ומוכרות, נתרגם אותן למספר ונעבוד עימו.

טור א: $81 = 9^2 = 3^4$. שארית החלוקה של 81 ב-4 היא 1 (אם נפחית 1 מ-81 נקבל 80, שהוא מספר המתחלק ב-4).

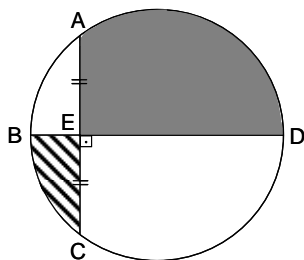
טור ב: $64 = 4^3$. שארית החלוקה של 64 ב-3 היא 1 (אם נפחית 1 מ-64 נקבל 63, שהוא מספר המתחלק ב-3).

לפיכך, הביטויים שבשני הטורים זהים, ולכן התשובה הנכונה היא (3).

23. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין השטחים שבטורים. משום שקיימות דרכים רבות לסרטט את נתוני השאלה, נבדוק האם יתכן מצב שבו השטחים יהיו שווים, והאם יתכן מצב שבו יהיו שונים ("שוויון ושבירתו").

אם הנקודה E נמצאת במרכז המעגל (כפי שהמצב נראה בסרטוט השאלה) הרי ששטח כל אחד מהשטחים יהיה רבע משטח המעגל (זווית מרכזית בת 90°). כלומר, יתכן מצב שבו השטחים יהיו שווים.



כעת נבחן מצב שבו השטחים צפויים להיות שונים. נרחיק את המיתר AC לצד שמאל (לא נאמר שמיתר זה הוא קוטר) ונקבל שטחים שונים (ראו סרטוט). כלומר, אין מערכת יחסים אחת קבועה בין הטורים, ולכן התשובה הנכונה היא (4).

24. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הביטויים שבשני הטורים. משום שנראה שלא ניתן לפשט את הטורים (y שלילי ולכן אסור לכפול בו את הטורים), ומשום שלא נראה שניתן ללמוד על תכונות (הביטויים בשני הטורים שליליים, אך מידע זה לא מסייע לפתרון), נבדוק האם יתכן שוויון בין הטורים, והאם יתכן מצב שאינו שוויון ("שוויון ושבירתו").

אם $x-1$ יהיו מספרים נגדיים, הרי שהביטויים בטורים יהיו שווים (לדוגמה: עבור $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$ נקבל בשני הטורים -1).

אם $x-1$ לא יהיו מספרים נגדיים, הרי שהביטויים בטורים יהיו שונים (לדוגמה: עבור $x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{2}$ נקבל בטור א -2 ובטור ב $(-\frac{1}{2})$).

משום שהוכחנו שאין מערכת יחסים אחת המתקיימת תמיד, התשובה הנכונה היא (4).

25. התשובה הנכונה היא : (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין השטחים השונים. מהיקפו של ריבוע ניתן ללמוד על אורך צלעותיו וכך על שטחו, אך משטחו של מלבן לא ניתן ללמוד על אורכי הצלעות במדויק, ולכן לא ניתן ללמוד על שטחו. לפיכך, ננסה ללמוד על התכונה המסתתרת בעזרת הצבה.

נציב $a = 8$ ונבחן את המצבים האפשריים :

טור א : אם היקפו של ריבוע הוא 8 ס"מ, הרי שאורך צלעו הוא 2 ס"מ, ושטחו הוא 4 סמ"ר.
טור ב : אם היקפו של מלבן הוא 8 ס"מ, הרי שיתכנו אורכים שונים לצלעותיו. נבחן למשל את המקרה שאורך שתיים מצלעותיו הוא 1 ס"מ, ואורך שתיים מצלעותיו הוא 3 ס"מ. במקרה זה שטח המלבן הוא 3 סמ"ר. כלומר, שטח הריבוע גדול יותר.

נציב שוב a שונה ונבדוק האם מערכת היחסים נכונה גם עבור הצבה אחרת.

נציב $a = 20$ ונבחן את המצבים האפשריים :

טור א : אם היקפו של ריבוע הוא 20 ס"מ, הרי שאורך צלעו הוא 5 ס"מ, ושטחו הוא 25 סמ"ר.
טור ב : אם היקפו של מלבן הוא 20 ס"מ, הרי שיתכנו אורכים שונים לצלעותיו. נבחן למשל את המקרה שאורך שתיים מצלעותיו הוא 8 ס"מ, ואורך שתיים מצלעותיו הוא 2 ס"מ. במקרה זה שטח המלבן הוא 16 סמ"ר. שוב, שטח הריבוע גדול יותר. לפיכך נסיק כי שטח הריבוע גדול יותר.

שימו לב : כאשר לשתי צורות יש היקף זהה, לצורה "המשוכללת יותר" מבינהן יש שטח גדול יותר. לדוגמה, בשאלה זו הריבוע "משוכלל יותר" מהמלבן, ולכן שטחו גדול יותר.