

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרנליים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
— סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ה !

המשך מעבר לדף ◀

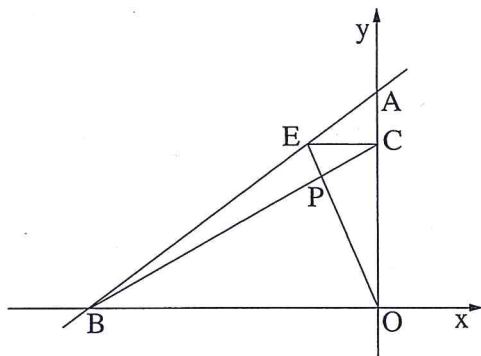
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות). שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות הנקודות: $A(0, 6)$, $B(-8, 0)$.

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים

ישר המקביל לציר ה-x

(הנקודה E שונה מ-A ומ-B).

הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

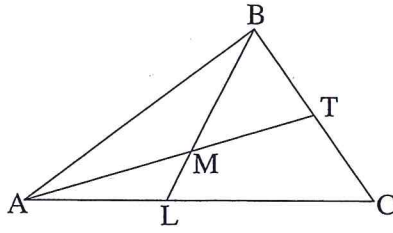
O — ראשית הצירים (ראה ציור).

א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_0 נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO. מצא את שטח המשולש AP_0O .

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035807, 317 + נספח

- 3 -



2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$, $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $\underline{v} = (7, 7)$, $A(1, 0)$.

על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).

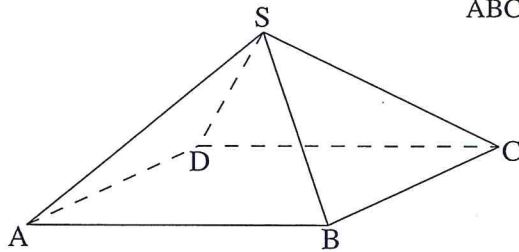
(2) מצא את השיעורים של הנקודה L.

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

◀ המשך בעמוד 4

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035807, 317 + נספח - 4 -



3. א. נתונה פירמידה SABC שבסיסה ABCD

הוא מקבילית (ראה ציור).

נסמן: $\vec{SA} = \underline{w}$, $\vec{SB} = \underline{u}$,

$\vec{SD} = \underline{v}$.

(1) הבע באמצעות \underline{w} , \underline{u} , \underline{v} את הוקטור \vec{SC} .

(2) נתון גם: $SC = SA$, $SD = SB$, $|\underline{w}| = 2a$, $|\underline{u}| = a$,

$\sphericalangle ASB = \beta$, $\sphericalangle ASD = \alpha$, $\sphericalangle DSB = 90^\circ$.

הראה כי $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$.

ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה $|z| + 2z = \sqrt{3}$.

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז z^{6n} יכול לקבל רק שני ערכים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5 ◀

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035807, 317 + נספח

- 5 -

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.

(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x

בתחום $e^2 \leq x \leq e^3$, שווה ל-0.5.

מצא את הערך של $f(e^3)$.

המשך בעמוד 6 ◀

- 6 - מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035807, 317 + נספח

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית. העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T . שני המשיקים מקבילים זה לזה. (T) היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ .) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך