הסברים לפרק חשיבה כמותית 1

1. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא את מספר השורות ב- 6 עמודים. מכיוון שב- $\frac{1}{6}$ עמוד ישנן 5 שורות הרי שכמות השורות בעמוד אחד גדולה פי 6. בעמוד אחד יש 30 שורות ($5 \cdot 6 =$).
לפיכך, מספר השורות ב- 6 עמודים הוא 180 ($30 \cdot 6 =$).

2. התשובה הנכונה היא: (3).

על מנת למצוא את ערכי הנקודה D עלינו למצוא את מרחקה מציר ה- x ומרחקה מציר ה- y.
הקטע BC מקביל לציר ה- x משום שגם לנקודה B וגם לנקודה C אותו ערך y.
על כן ערך ה- y של הנקודה D זהה לערך ה- y של הנקודות B ו- C, כלומר שווה ל- 1.
הקטע AD הוא גובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים, ולכן הוא גם תיכון לבסיס. כלומר, הנקודה D היא אמצע הקטע BC.
אורך הקטע BC הוא 6 ($5 - (-1) = 5 + 1 =$) (הפרש ערכי ה- x של הנקודות B ו- C).
אם כן, אורך הקטע DC הוא 3.
כדי למצוא את שיעור ה- x של נקודה D נחסר 3 משיעור ה- x של נקודה C. שיעור ה- x של הנקודה D הוא 2 ($5 - 3 =$).
לסיכום, ערכי הנקודה D הם (1 , 2).

3. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא איזה מהביטויים שבתשובות שווה לביטוי שעליו שאלו. בשלושה מתוך ארבעת הביטויים שבתשובות יש חזקות שבסיסן הוא 2. לכן, נעביר את החזקות שבשאלה לבסיס 2.

$$8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$$
$$4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$$

כעת כל החזקות שבשאלה כתובות בבסיס 2.
נקבל: $8^x \cdot 4^x \cdot 2^x = 2^{3x} \cdot 2^{2x} \cdot 2^x = 2^{(3x+2x+x)} = 2^{6x}$.

4. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא מהו המספר הקטן ביותר של מיטות לבנות שמחירן נמוך מ-1,000 שקלים.
כדי שנקבל את המספר **הקטן** ביותר של מיטות לבנות שמחירן נמוך מ-1,000 שקלים, נניח שצבען של כל 5 המיטות שמחירן גבוה מ-1,000 שקלים הוא לבן.
כמות המיטות הלבנות שנותרה חייבת להשתייך לקבוצת המיטות שמחירן נמוך מ- 1,000 שקלים. כלומר יש לפחות 2 מיטות $(= 7 - 5)$ לבנות שמחירן נמוך מ- 1,000 שקלים.

5. התשובה הנכונה היא: (4).

על-פי התשובות עלינו לבטא את זווית BOD תוך שימוש בזוויות α ו- β.
זווית BOD הינה זווית מרכזית הנשענת על אותה הקשת שעליה נשענת הזווית ההיקפית BAD. לפיכך, גודלה של זווית BOD כפול מגודלה של זווית BAD. זווית BOD שווה ל- 2α.
את גודלה של הזווית המבוקשת BOC נקבל על ידי חיסורה של הזווית COD $(= \beta)$ מזווית BOD $(= 2\alpha)$. כלומר, זווית BOC שווה $2\alpha - \beta$.

6. התשובה הנכונה היא: (2).

כדי למצוא את אורכו של קטע AD, נחשב את המרחקים של הנקודות D ו- A מהקצה השמאלי של הקטע שבסרטוט (זה שאורכו 12 ס"מ). תוצאת החיסור בין מרחקים אלו תהיה שווה לאורך הקטע AD.
למען נוחות ההסבר, נסמן את הקצה השמאלי של קטע זה ב- O.
נתון כי הנקודות A ו- B מחלקות את הקטע ל- 3 קטעים שווים. לפיכך, הנקודה A נמצאת במרחק 4 ס"מ $\left(= \frac{12}{3}\right)$ מהנקודה O.
נתון כי הנקודות D,C ו- E מחלקות את הקטע ל- 4 קטעים שווים.לפיכך, הנקודה C נמצאת במרחק 3 ס"מ $\left(= \frac{12}{4}\right)$ מנקודה O, והנקודה D נמצאת במרחק 6 ס"מ $(= 3 \cdot 2)$ מנקודה O.
אורכו של הקטע AD הוא 2 ס"מ $(= 6 - 4)$.

7. התשובה הנכונה היא: (3).

על-פי התשובות עלינו לבטא את y באמצעות x ומספרים.
במשוואה הנתונה נבודד את y בצד אחד ואת כל היתר בצד השני.
כדי להפטר מהשברים שבמשוואה נבצע "כפל באלכסון" ונקבל: $x^2 = 4(y+2)$.
נמשיך לפשט: $x^2 = 4y + 8 \leftarrow x^2 - 8 = 4y \leftarrow \frac{x^2 - 8}{4} = y \leftarrow \frac{x^2}{4} - 2 = y$.

8. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו למצוא את גודלה של זווית α. בסרטוט מרובע שבו ידוע גודלן של 3 זוויות, ולכן ננסה למצוא קשר בין α לבין הזוויות הנתונות במרובע.
מכיוון ש- AB ו- CD מקבילים, הרי שזווית BAC שווה ל- α.
סכום הזוויות במרובע שווה $360°$ ומכאן:

$$\alpha + 95° + 90° + 70° = 360°$$
$$\alpha + 255° = 360°$$
$$\alpha = 105°$$

9. התשובה הנכונה היא: (2).

מכיוון שבכל התשובות משוואות המכילות m או n, ולא m^2 או n^2 כפי שרשום במשוואה הנתונה, ננסה להפטר מהמרכיבים הריבועיים על-ידי פישוט המשוואה.
נפתח את אגף ימין של המשוואה לפי נוסחת הכפל המקוצר ונקבל:

$$m^2 + n^2 = m^2 + 2 \cdot m \cdot n + n^2$$
$$0 = 2 \cdot m \cdot n$$
$$0 = m \cdot n$$

כאשר מכפלה של מספר איברים שווה לאפס, לפחות אחד האיברים במכפלה הוא אפס.
נתון כי $n < 2$, ולכן האיבר השווה ל- 0 הוא m.

10. התשובה הנכונה היא: (1).

לשם נוחות ההסבר נכנה את הילד שלידו מסומן הכדור בסרטוט בשם משה. את עשרת הילדים שנותרו נסמן באותיות א׳ עד י׳ נגד כיוון השעון.
על מנת למצוא אחרי כמה מסירות יקבל משה בחזרה את הכדור נעביר את הכדור בהתאם לנתונים עד שהכדור יחזור למשה.
מסירה ראשונה: לפי הסרטוט אנו רואים כי משה העביר את הכדור לילד שסימנו באות ד׳.
מסירה שנייה: לפי הסרטוט אנו רואים כי ד׳ העביר את הכדור לילד שסימנו באות ח׳.
מסירה שלישית: ח׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- א׳.
מסירה רביעית: א׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ה׳.
מסירה חמישית: ה׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ט׳.
מסירה שישית: ט׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ב׳.
מסירה שביעית: ב׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ו׳.
מסירה שמינית: ו׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- י׳.
מסירה תשיעית: י׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ג׳.
מסירה עשירית: ג׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר ל- ז׳.
מסירה אחת עשרה: ז׳ העביר את הכדור לילד הרביעי מימינו כלומר למשה.
אם כן הכדור חזר למשה לאחר 11 מסירות.

11. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא את גודלו של השטח הכהה. השטח הכהה הוא משולש ישר-זווית. ננסה למצוא את אורכי הניצבים של משולש זה ובעזרתם לחשב את שטחו.
במשולש הכהה, זווית BAE שווה להפרש בין הזווית של הריבוע ($90°$) לזווית של משולש שווה-הצלעות ($60°$). אם כן $\angle BAE = 90° - 60° = 30°$.
משולש ישר-זווית בו זווית חדה בת $30°$ הוא משולש זהב.
במשולש זהב ניתן ללמוד על גודלן של כל הצלעות כשנתון רק אורך של צלע אחת.
היתר במשולש הכהה הוא צלע במשולש שווה-הצלעות AED, ולכן אורכו 1 ס"מ.
ומכאן: $BE = \frac{1}{2}$ ס"מ (הניצב שמול הזווית בת $30°$ שווה למחצית מהיתר).
$AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ס"מ (הניצב שמול הזווית בת $60°$ גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב האחר).
כעת נציב את אורכי הניצבים בנוסחת שטח משולש ישר-זווית.
שטח המשולש הוא $\frac{\sqrt{3}}{8}$ סמ"ר. $\left(\frac{AB \cdot BE}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{2} = \right)$

12. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו למצוא איזה מהמספרים שבתשובות אינו יכול להיות ערכו של x. ננסה לבדוק איזה ממספרים אלו יכול לקיים את התנאים שבנתונים. תשובה שתקיים את הנתונים תפסל.
<u>תשובה (1)</u>: בין 24 ל- 32 ישנם בדיוק שני מספרים ראשוניים (29 ו- 31), ולכן תשובה זו תפסל.
<u>תשובה (2)</u>: בין 24 לבין 34 ישנם בדיוק שני מספרים ראשוניים (29 ו- 31), ולכן תשובה זו תפסל.
<u>תשובה (3)</u>: בין 24 לבין 36 ישנם בדיוק שני מספרים ראשוניים (29 ו- 31), ולכן תשובה זו תפסל.
משום שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את התשובה הרביעית, אך למען שלמות ההסבר נבדוק גם את תשובה זו.
<u>תשובה (4)</u>: בין 24 לבין 38 ישנם **שלושה** מספרים ראשוניים (29, 31 ו- 37), ולכן זו התשובה הנכונה.

13. התשובה הנכונה היא: (2).

מספר הגברים (קו מקווקוו) שהטו את ראשם בזווית קטנה או שווה ל- $60°$ הוא 40.
נחפש בתרשים באיזו זווית 40 ומטה נשים הטו את הראש. לשם כך נבדוק היכן חותכת הקשת שמסומנת ב- 40 את הקו הרציף (מספר הנשים). הקשת חותכת קו זה בזווית $45°$.
כלומר 40 נשים הטו את ראשן בזווית הקטנה או שווה ל- $45°$.

14. התשובה הנכונה היא : (3).

על מנת לדעת איזה אחוז ממשתתפי הכנס הטו את ראשם בזווית של 45° ומטה, נבדוק מה מספר הנשים ומה מספר הגברים שהטו את ראשם בהתאם.
נשים – על-פי הגרף 40 נשים הטו את ראשן בזווית הקטנה או שווה ל- 45°.
גברים – על-פי הגרף 25 גברים הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 45°.
בסך הכול מתוך 100 משתתפי הכנס (= 50 גברים + 50 נשים) 65 משתתפים הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל= 45°. 65 מתוך 100 הם 65%.

15. התשובה הנכונה היא : (4).

על מנת למצוא איזה מהגרפים מתאר את תוצאות הניסוי החדש נבחר נקודה מסוימת בגרף שבנתונים, נבדוק איך נקודה זו צריכה להיות מוצגת בגרף החדש, ואז נבדוק איזה מהגרפים שבתשובות מתאים למה שמצאנו.
בהסבר לשאלה 14 כבר מצאנו כי 25 גברים הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 45°,
לשם הנוחות נשתמש בנתון זה. בניסוי המתואר בשאלה 15 כל אותם 25 גברים יטו את ראשם בזווית קטנה יותר, זווית הראש המקסימאלית שלהם תהיה 25° (=15° - 45°).
כלומר 25 גברים יטו את ראשם בזווית של 15° ומטה.
כל תשובה בה בגרף המוצג הנקודה המתארת 25 מהגברים לא נמצאת על הרדיוס המתאר זווית בת 15° תפסל.
תשובות (1), (2) ו- (3) נפסלות. התשובה הנכונה היא תשובה (4).

16. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לחשב כמה גברים הטו את ראשם בזווית הגדולה מ- 30° או קטנה מ- 45° .
מתוך הגרף ניתן למצוא כמה גברים הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 45°, כמות זו **כוללת בתוכה** את אלו שהטו את ראשם גם בזווית הקטנה או שווה ל- 30°.
אם נמצא כמה הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 30° נוכל להפחית מספר זה ממספר הגברים שהטו בזווית של 45° ומטה. כך נדע כמה הטו את ראשם בזווית שבין 30° ל- 45°.
על-פי הגרף 25 גברים הטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 30°. כבר מצאנו בשאלות הקודמות כי זו בדיוק כמות הגברים שהטו את ראשם בזווית הקטנה או שווה ל- 45°.
כלומר, לא נוסף אף גבר שהטה את ראשו בזווית הגדולה מ- 30° וקטנה מ- 45°.
מספר הגברים שהטו את ראשם בזווית שבין 30° ל 45° הוא : 0.

17. התשובה הנכונה היא: (1).

על מנת למצוא איזה אחוז יש להפחית ממחירה החדש של מכונת הכביסה, כדי שיהיה גבוה ב- 12.5% ממחירה המקורי, עלינו לדעת מהו מחירה המקורי של מכונת הכביסה.
מכיוון שלא נתון לנו שום ערך מספרי איתו נוכל לחשב את הגדלים החסרים, נציב 100 שקלים בתור מחירה המקורי של מכונת הכביסה.
נתון כי מחירה החדש של מכונת הכביסה גבוה ב- 25% ממחירה המקורי. אם מחירה המקורי הוא 100 שקלים, הרי שמחירה החדש הוא 125 שקלים.
כדי שמחירה יהיה גבוה ב- 12.5% ממחירה המקורי עליו להיות 112.5 שקלים.
אם כך, יש להפחית ממחירה החדש (125 שקלים) 12.5 שקלים שהם 10% מ- 125 .

18. התשובה הנכונה היא: (4).

דרך א'

עלינו למצוא את מהירותה של המכונית בשעה השנייה. מכיוון שאיננו יודעים מה הייתה המהירות באף אחת מהשעות, נציב את המספרים שבתשובות בתור מהירות המכונית בשעה השנייה, וכך נוכל למצוא את המהירות בשעה הראשונה והשלישית. משום שהמכונית נעה בכל מהירות במשך שעה אחת בדיוק, הרי שהמספר המייצג את מהירותה הוא גם המספר המייצג את הדרך שעברה במשך שעה. נבדוק באיזו תשובה סכום המרחקים יהיה 350 ק"מ.

<u>תשובה (1)</u>: אם בשעה השנייה מהירותה הייתה 225 קמ"ש, הרי שבשעה הראשונה נסעה במהירות 112.5 קמ"ש $\left(=\frac{225}{2}\right)$, ובשעה השלישית נסעה במהירות 450 קמ"ש $(= 2 \cdot 225)$.

תשובה זו לא תתכן, משום שעל-פיה בשעה השלישית לבדה נסעה המכונית יותר מ- 350 ק"מ.

<u>תשובה (2)</u>: אם בשעה השנייה מהירותה הייתה 175 קמ"ש, הרי שבשעה הראשונה נסעה במהירות 87.5 קמ"ש $\left(=\frac{175}{2}\right)$, ובשעה השלישית נסעה במהירות 350 קמ"ש $(= 2 \cdot 175)$.

תשובה זו לא תתכן, משום שעל-פיה בשעה השלישית לבדה נסעה המכונית 350 ק"מ.

<u>תשובה (3)</u>: אם בשעה השנייה מהירותה הייתה 150 קמ"ש, הרי שבשעה הראשונה נסעה במהירות 75 קמ"ש $\left(=\frac{150}{2}\right)$, ובשעה השלישית נסעה במהירות 300 קמ"ש $(= 2 \cdot 150)$.

תשובה זו לא תתכן, משום שבשעה השנייה והשלישית יחדיו נסעה המכונית 450 ק"מ $(= 150 + 300)$, שזה מרחק גדול יותר מהמרחק שעל המכונית לעבור בכל שלוש השעות יחדיו. משום שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את הרביעית ללא בדיקתה. אנו נבדוק גם את תשובה זו, למען שלמות ההסבר.

<u>תשובה (4)</u>: אם בשעה השנייה מהירותה הייתה 100 קמ"ש, הרי שבשעה הראשונה נסעה במהירות 50 קמ"ש $\left(=\frac{100}{2}\right)$, ובשעה השלישית נסעה במהירות 200 קמ"ש $(= 2 \cdot 100)$.

בשלוש השעות יחדיו נסעה 350 ק"מ $(= 200 + 100 + 50)$, ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב'

נכנה את מהירותה של המכונית בשעה הראשונה ב- x.
לפי נתוני השאלה, מהירותה בשעה השנייה גדולה פי 2, ולכן בשעה השנייה מהירות המכונית הייתה $2x$. באופן דומה, מהירותה בשעה השלישית הייתה $4x$. משום שהמכונית נעה בכל מהירות במשך שעה אחת בדיוק, הרי שהמספר המייצג את מהירותה הוא גם המספר המייצג את הדרך שעברה במשך שעה.
נבנה משוואה שבה סכום המרחקים שעברה הוא 350 ק"מ:

$$x + 2x + 4x = 350$$
$$7x = 350$$
$$x = 50$$

מהירותה בשעה השנייה היא $2x$, ולכן שווה ל- 100 קמ"ש ($50 \cdot 2=$).

19. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזה מהמספרים שבתשובות אינו יכול להיות ערכו של הביטוי $a - b$.
עבור כל תשובה, ננסה להוכיח שהמספר בה דווקא יכול להיות ערכו של הביטוי.
תשובה שתתאפשר על-פי הנתונים- תפסל.
<u>תשובה (1)</u>: תשובה זו יכולה לקיים את התנאים בשאלה כאשר $a = 10$ ו- $b = 5$, ולכן תפסל.
<u>תשובה (2)</u>: תשובה זו אינה יכולה לקיים את התנאים בשאלה, ולכן זו התשובה הנכונה.

משום שהגענו לתשובה הנכונה אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובות שנותרו, אך אנו נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

<u>תשובה (3)</u>: תשובה זו יכולה לקיים את התנאים בשאלה כאשר $a = 25$ ו- $b = 2$, ולכן תפסל.
<u>תשובה (4)</u>: תשובה זו יכולה לקיים את התנאים בשאלה כאשר $a = 50$ ו- $b = 1$, ולכן תפסל.

20. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין נפח החרוט ונפח הגליל.
<u>טור א'</u>: נפח הגליל הוא $b^2\pi \cdot a$ (נפח גליל = שטח הבסיס · הגובה).
<u>טור ב'</u>: נפח החרוט הוא $\frac{d^2\pi \cdot c}{3}$ (נפח חרוט = $\frac{\text{שטח הבסיס · הגובה}}{3}$)

	$b^2\pi \cdot a$	?	$\frac{d^2\pi \cdot c}{3}$
את שני הטורים נצמצם ב- π ונכפול ב- 3:	$3 \cdot b^2 \cdot a$	?	$d^2 \cdot c$
נציב את הנתון $d^2 = 3b^2$ בטור ב'	$d^2 \cdot a$	?	$d^2 \cdot c$
נצמצם את שני הטורים ב- d^2	a	?	c

משום שאין נתון המקשר בין a ו- c, לא ניתן לקבוע את מערכת היחסים בין הטורים.
התשובה הנכונה היא (4).

21. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין אורך צלע הריבוע (בס"מ) ל- 4.
נסמן את צלע הריבוע ב- x ונכתוב את המתואר במידע הנוסף בצורה אלגברית.
היקף הריבוע הוא $4x$. שטח הריבוע הוא x^2.
נתון שהיקף הריבוע גדול משטחו כלומר: $x^2 < 4x$.
נחלק את שני אגפי אי-השוויון ב- x, ונקבל: $x < 4$.
כלומר, טור א' (4) גדול מטור ב' (x).

22. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין a ל- b.
על-פי המשוואה שבמידע הנוסף על מנת להגיע מ- b^3 ל- a^3 עלינו להוסיף 1 ל- b^3, כלומר
עלינו להגדיל את ערכו של b^3. אם כך $b^3 < a^3$.
אנו יודעים כי a הוא מספר חיובי. אם b שלילי הרי ש- a בטוח גדול ממנו.
אם b חיובי אפשר להוציא שורש שלישי לשני אגפי אי-השוויון בלי לדאוג לשינוי סימן
אי-השוויון. נקבל: $b < a$.
בכל מקרה טור א' (a) גדול מטור ב' (b).

23. התשובה הנכונה היא: (1).

על מנת להשוות בין הטורים נתאר אלגברית את הכתוב בטור א'.
לאסף היו x מדפים. לאחר שהכפיל את מספר המדפים שלו, היו לו $2x$ מדפים.
לבתיה היו y מדפים. לאחר שהכפילה את מספר המדפים שלה, היו לה $2y$ מדפים.
ההפרש בין מספרי המדפים שלהם בערך מוחלט הוא $|2x - 2y|$.
$|2x - 2y| = |2(x-y)| = 2 \cdot |x - y|$.
הביטוי בטור א' גדול פי 2 מהביטוי בטור ב'.

24. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו להשוות בין גודל שני המיתרים AB ו- BC ל- $3r$.
מכיוון שאין לנו כל מידע המגביל את מיקום המיתרים נבדוק מצבים קיצוניים.
המיתרים הארוכים ביותר הם קטרים (כל קוטר אורכו $2r$). האורך הגדול ביותר האפשרי
למיתרים אלו הוא קרוב ל- $2r$ לכל מיתר וביחד קרוב ל- $4r$.
הראנו כי יתכן שטור א' גדול מטור ב'. תשובות (2) ו- (3) נפסלות.
המיתרים יכולים להיות קטנים ביותר. למשל אורכו של כל מיתר יכול להיות r ואף למטה
מכך. במקרה כזה סכומם יהיה קטן מ- $2r$. תשובה (1) נפסלת.
הראנו כי לא ניתן לדעת מה מערכת היחסים בין סכום המיתרים ל- $3r$. התשובה הנכונה
היא תשובה (4).

25. התשובה הנכונה היא: (3).

a^2 שווה למכפלה של a ב- a. כלומר ביטוי זה מתחלק בכל הגורמים הראשוניים בו מתחלק a.
על מנת של- a^2 יהיה מספר גדול יותר של מחלקים ראשונים צריך שיהיו במכפלתו גורמים ראשונים נוספים שאינם מצויים ב- a. אולם, מכיוון ש- $a^2 = a \cdot a$, אין בו גורמים **ראשוניים** שאינם כלולים במילא ב- a. אם כן מספר המחלקים הראשונים זהה בשני הטורים.

<u>שימו לב</u>: ל- a^2 יש יותר מחלקים מאשר ל- a עצמו, אבל מחלקים אלו אינם ראשוניים אלא מכפלה של ה- a "הנוסף" או גורמיו במחלקים אלו ואחרים.