

הסברים לפרק חשיבה כמותית 2

התשובות הנכונות:

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
3	4	4	2	4	2	3	1	3	2	3	2	3

25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
4	3	2	1	2	4	2	3	1	1	3	1

1. התשובה הנכונה היא : (3).

דרך א':

בשאלה זו עלינו לקבוע מה מחירה של צנצנת ריבה. כלומר, מה ערכו של x . נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום x , נחשב בעזרתו את מחירה של צנצנת דבש ולבסוף נבדוק אם אכן מחירה של צנצנת הדבש גדול פי 3 ממחירה של צנצנת הריבה (x). כשנמצא תשובה מתאימה, נסמן אותה. תשובות (1) ו-(2) אינן שלמות ולכן מסורבלות להצבה, ולכן נתחיל בהצבה מתשובה (3).

תשובה (3): מחיר צנצנת ריבה הוא 3 שקלים. כלומר $x = 3$. נחשב את מחיר צנצנת הדבש: $\frac{3^2 + 18}{3} = \frac{9 + 18}{3} = \frac{27}{3} = 9$. מחיר צנצנת הדבש (9) גדול פי 3 ממחיר צנצנת ריבה (3), ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הבאה.

דרך ב':

בשאלה נתון מחיר צנצנת דבש ומחיר צנצנת ריבה. כמו כן נתון היחס בין מחיר צנצנת דבש ומחיר צנצנת ריבה (פי 3) ועלינו למצוא את ערכו של x (מחיר צנצנת הריבה). ניצור משוואה על פי היחס, ונחלץ מתוכה את x :

$$\frac{x^2 + 18}{x} = 3 \cdot x \quad \text{כלומר:}$$

$$x^2 + 18 = 3x^2 \quad \text{נכפול ב-} x \text{ את שני האגפים, ונקבל:}$$

$$18 = 2x^2 \quad \text{נפחית } x^2 \text{ משני האגפים, ונקבל:}$$

$$9 = x^2 \quad \text{נחלק ב-} 2 \text{ את שני האגפים, ונקבל:}$$

$$x = 3 \quad \text{לסיום נוציא שורש משני האגפים, ונקבל:}$$



2. התשובה הנכונה היא : (2).

דרך א' :

אנו מתבקשים לדעת איזה מהמספרים בתשובות יכול להיות מספר התרגולות שהטילו 2 ביצים בדיוק. נבדוק כל תשובה עד שנמצא תשובה שמקיימת את הנתונים.
תשובה (1) : אם 9 תרגולות הטילו 2 ביצים הרי שבסך הכול הן הטילו 18 ביצים. נותרו 3 תרגולות שכל אחת מהן הטילה 3 ביצים וביחד הטילו 9 ביצים. על פי תשובה זו אמורות להיות 27 ביצים (= 18 + 9) ולא 28. התשובה נפסלת.
תשובה (2) : אם 8 תרגולות הטילו 2 ביצים הרי שבסך הכול הן הטילו 16 ביצים. נותרו 4 תרגולות שכל אחת מהן הטילה 4 ביצים וביחד הטילו 12 ביצים. על פי תשובה זו אמורות להיות 28 ביצים (= 16 + 12). זו התשובה הנכונה.

דרך ב' :

נסמן ב- x את מספר התרגולות שהטילו 2 ביצים. סך הכל כמות הביצים שיטילו תרגולות אלו : $2x$ ביצים.
 מספר התרגולות שהטילו 3 ביצים הוא : $x - 12$ סך הכל כמות הביצים שיטילו תרגולות אלו : $3 \cdot (x - 12)$ ביצים.
 בסך הכל הוטלו 28 ביצים. כלומר, $2x + 3 \cdot (x - 12) = 28$, ומכאן : $2x + 3x - 36 = 28$
 נפשט את המשוואה ונקבל : $x = 8$

3. התשובה הנכונה היא : (3).

תשובה (1) : משולש ובו שתי זוויות בנות 60° הוא בהכרח שווה צלעות. שכן גם הזווית השלישית היא בת 60° (= $180^\circ - 60^\circ - 60^\circ$). במשולש בו כל הזוויות שוות גם כל הצלעות שוות.

תשובה (2) : משולש שווה שוקיים בו זווית הראש היא בת 60° הוא בהכרח שווה צלעות. שכן שתי זוויות הבסיס שוות זו לזו ועל כן כל אחת שווה 60° (= $\frac{180^\circ - 60^\circ}{2}$). ולכן גם הבסיס שווה לשוקיים.

תשובה (3) : במשולש זה הגובה הוא גם חוצה-זווית. כלומר המשולש הוא שווה-שוקיים. איננו יכולים להיות בטוחים שהבסיס שווה לשוקיים, כלומר איננו יודעים אם המשולש הוא שווה-צלעות. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4) : הגובה הנתון במשולש יוצר משולש ישר-זווית בו אחד הניצבים הוא $\left(\frac{x}{2}\right)$

מחצית מהיתר (x). במשולש זה, המכונה משולש זהב, הזווית שבין היתר לניצב הנ"ל היא בת 60° . לפנינו משולש שווה-שוקיים ובו זווית בסיס בת 60° . גם זווית הבסיס השנייה היא בת 60° , וכפי שהסברנו בתשובה (1) המשולש הוא בהכרח שווה-צלעות.

4. התשובה הנכונה היא : (2).

על מנת למצוא את הקשר בין הזוויות α , β , ו- γ ננסה לקבץ את כל הזוויות באותו האזור בסרטוט. נעביר את α לאזור הצלע BC (שם נמצאות הזוויות γ ו- β). המרובע שנוצר מהעברת שני הישרים המקבילים הוא מקבילית (שני זוגות של צלעות מקבילות). במקבילית זוויות נגדיות שוות ועל כן הזווית α שווה לזווית שנוצרת בין הישר c לבין הצלע BC.
במקבילית סכום זוויות סמוכות הוא 180° ועל כן:
$$\angle BCD + \angle ABC = (\alpha + \gamma) + \beta = 180^\circ$$

5. התשובה הנכונה היא : (3).

בשאלה מוגדרת הפעולה \$, ועלינו לקבוע מה ערכו של ביטוי המכיל פעולה זו. לצורך כך נמיר את פעולות ה-\$ שבביטוי המבוקש בפעולות חשבון רגילות, על פי ההגדרה. נתחיל מהסוגריים הפנימיים. נציב, על פי ההגדרה 2 במקום x ו-1 במקום y, ונקבל:
$$$(2,1) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$
כאשר נציב זאת בביטוי המבוקש, נקבל: $$(\sqrt{5},2) = ?$
נציב, על פי ההגדרה $\sqrt{5}$ במקום x ו-2 במקום y, ונקבל:
$$$(\sqrt{5},2) = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$$$$$

6. התשובה הנכונה היא : (1).

על מנת למצוא את מכפלת העוקבים ננסה למצוא את ערכם. נכנה את ארבעת הנעלמים באמצעות הנעלם a (נניח שהוא הנעלם הקטן ביניהם). מכיוון שמדובר במספרים עוקבים כל נעלם גדול ב-1 מהנעלם שלפניו. נקבל: $a-1, a+1, a+2, a+3$. סכום הנעלמים הוא 2 כלומר: $a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = 2$. נפשט את המשוואה ונקבל: $4a = -4$ ומכאן: $a = -1$. המספרים בתרגיל הם: -1, 0, 1, 2. מכפלת ארבעת המספרים היא 0.

7. התשובה הנכונה היא : (3).

ממוצע מושפע מסכום האיברים וממספר האיברים. מעבר של גולות מילד אחד לשני אינו משנה את סכום הגולות של שני הילדים יחד, שכן לא נוספו גולות שלא היו שייכות לאחד מהילדים קודם וגם לא נעלמו גולות. מספר הילדים נותר גם הוא כשהיה ולכן הממוצע לא השתנה בעקבות המעבר.



8. התשובה הנכונה היא : (2).

סכום זוויות פנימיות במצולע שבו n צלעות הוא $(n-2) \cdot 180^\circ$.
 כלומר ככל שמספר הצלעות (n) גדול יותר סכום הזוויות הפנימיות יהיה גדול יותר.
 לפיכך, סכום הזוויות הפנימיות במצולע בעל 9 צלעות גדול מסכום הזוויות הפנימיות במצולע בעל 7 צלעות.

9. התשובה הנכונה היא : (4).

מכיוון ש- a ו- b חיוביים נחלק את שני האגפים ב- $\frac{a}{b}$.

בטור א' נקבל : 1

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{a^3 \cdot b}{b^3 \cdot a} = \frac{a^2}{b^2}$$

בטור ב' נקבל :

$$\frac{a^2}{b^2}$$

כעת עלינו להשוות בין 1 לבין השבר $\frac{a^2}{b^2}$.
 כאשר מונה גדול ממכנה ערך השבר גדול מ- 1 וכאשר מונה קטן ממכנה ערך של שבר קטן מ- 1.

מכיוון שאיננו יודעים מה מערכת היחסים בין a לבין- b לא ניתן לדעת האם a^2 קטן מ- b^2 , גדול ממנו או שווה לו.

10. התשובה הנכונה היא : (2).

בכדי להשוות בין הטורים, נבדוק למה שווה היקף המשולש (טור א'): ההיקף שווה לסכום 3 צלעות המשולש (AB, AC ו- BC). כלומר, הוא שווה ל- $4 + 5 + BC = 9 + BC$.
 כעת נשווה בין הטורים:

$$18 \quad ? \quad 9 + BC$$

נחסר 9 משני האגפים, ונקבל:

$$9 \quad ? \quad BC$$

כעת נבדוק מה היחס בין BC ל- 9.

BC היא צלע במשולש שבו הצלעות האחרות הן 4 ו- 5. צלע במשולש קטנה מסכום שתי הצלעות האחרות. כלומר, BC קטן מ- 9.

11. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לברר מהי מערכת היחסים בין 1 להפרש בין x ל- y .
 ננסה ללמוד על מערכת יחסים זו באמצעות המשוואה שבמידע הנוסף.
 נוציא שורש מהמשוואה ונקבל : $x + y = 1$ או $x + y = -1$ (תזכורת: בהוצאת שורש במשוואה יש פתרון חיובי ופתרון שלילי).



הפישוט לא הספיק לנו כדי ללמוד על ההפרש בין x ל- y ולכן נבדוק מצבים. נציב מספרים מהראש על מנת לפסול תשובות.

נבחר שני מספרים שסכומם הוא 1 למשל: נציב $x = 1, y = 0$.

בטור ב נקבל $1 (1 - 0 =)$. הראינו שהטורים יכולים להיות שווים ופסלנו את תשובות (1) ו-(2).

כעת נחפש זוג מספרים שסכומם 1 וההפרש ביניהם שונה מ-1. למשל שני מספרים שווים.

נציב $x = \frac{1}{2}$ ו- $y = \frac{1}{2}$. בטור ב' נקבל $0 (\frac{1}{2} - \frac{1}{2} =)$, כלומר טור ב' קטן מטור א'. פסלנו את

תשובה (3). התשובה שנותרה היא (4).

12. התשובה הנכונה היא: (4).

"יעילות" מוגדרת כשבר. ערכו של שבר יהיה גדול יותר ככל שהמונה (מספר המבקרים

המקסימלי בכל הפעלה) יהיה גדול וככל שהמכנה (משך הפעילות) יהיה קצר יותר.

נבדוק בכל אחד מהמתקנים שבתשובות מה היעילות שלו ונבדוק באיזה מתקן נקבל ערך

מקסימלי. שימו לב אין צורך לחשב מספיק לעשות הערכת סדר גודל.

תשובה (1): גלגל ענק: $\frac{45}{8}$ מעט יותר מ-5.

תשובה (2): מעלית נופלת: $\frac{10}{2}$ בדיוק 5.

תשובה (3): צלחת מעופפת: $\frac{20}{10}$ בדיוק 2.

תשובה (4): רכבת הרים: $\frac{24}{4}$ בדיוק 6.

13. התשובה הנכונה היא: (3).

בפארק השעשועים 9 מתקנים. ירון יכול לעלות רק על $\frac{2}{3}$ מתוכם כלומר על 6.

נחפש בתשובות גיל שנמצא מעל הגיל הסף של 6 מתקנים ומתחת לזה של 3 מתקנים אחרים.

תשובה (1): אם רון בן 5 הוא יכול להעלות רק 5 המתקנים שגיל הסף שלהם 5 ומטה (גלגל

ענק, מבוך מראות, מכוניות מתנגשות, צלחת מעופפת וקרסלה).

תשובה (2): אם רון בן 7 הוא עדיין יכול להעלות רק 5 המתקנים שגיל הסף שלהם 5 אך לא

נוסף שום מתקן אחר עליו יוכל לעלות.

תשובה (3): אם רון בן 9 הוא עדיין יכול להעלות רק 5 המתקנים שגיל הסף שלהם 5 אך

כעת יוכל לעלות גם על מסלול המרוצים שגיל הסף שלו 9. בסך הכול יוכל לעלות על 6

מתקנים. זו התשובה הנכונה.

14. התשובה הנכונה היא : (1).

על מנת לדעת כמה פעמים הופעלה המעלית בזמן שיוגב המתין נבדוק כמה זמן עובר בין הפעלה להפעלה.
 כל הפעלה של מעלית נמשכת 2 דקות ולאחריה יש להמתין דקה לתחילת ההפעלה הבאה.
 כלומר 3 דקות המתנה מתחילת הפעלה לתחילתה הפעלה הבאה.
 יוגב הגיע בדיוק כשהסתיימה הפעלה. כלומר היה עליו להמתין 1 דקות לתחילת הפעלה הבאה.

נותרו 33 דקות. ב- 33 דקות אלו המעלית תהיה מופעלת 11 פעמים $\left(\frac{33}{3} = \right)$.

15. התשובה הנכונה היא : (3).

כדי לדעת כמה מתקנים פעלו כעבור 10.5 דקות נבדוק מה המצב של כל מתקן 10.5 דקות מהרגע שכולם הופעלו. משום שביקשו שנמצא כמה מתקנים, **לכל היותר**, עובדים. נקצה לכל מתקן את ההפסקה המינימלית שלו (1 דקה עבור כל המתקנים).
הגלגל ענק פעל 8 דקות ואז 1 דקה הפסקה. בסך הכל 9 דקות, ושוב הופעל – בשלב זה הוא **פועל**.

מבוך המראות פעל 10 דקות ובשלב זה הוא בוודאות בהפסקה.
מכוניות מתנגשות פעלו 7 דקות ואז 1 דקה הפסקה. בסך הכל 8 דקות, ושוב הופעל – בשלב זה הן **פועלות**.

מסלול המרוצים פעל 3 דקות ואז 1 דקה הפסקה. בסך הכל 4 דקות. הפעלה נוספת והפסקה נוספת נמשכו עוד 4 דקות. בסך הכל 8 דקות. בשלב זה הוא שוב **פועל**.
מעלית נופלת פעלה 2 דקות ואז 1 דקה הפסקה. בסך הכל 3 דקות. הפעלה נוספת והפסקה נוספת נמשכו עוד 3 דקות. בסך הכל 6 דקות. 3 דקות נוספות להפעלה והפסקה. בסך הכל 9 דקות. בשלב זה היא שוב **פועלת**.

ספינת הפיראטים פעלה 4 דקות, 1 דקה הפסקה בסך הכל 5 דקות. הפעלה נוספת והפסקה נוספת נמשכו עוד 5 דקות. בסך הכל 10 דקות. בשלב זה היא שוב **פועלת**.

צלחת מעופפת (בדיוק כמו מבוך המראות) פעל 10 דקות ובשלב זה הוא בהפסקה.

הקרוסלה פועלת 15 דקות ובשלב זה היא עדיין **פועלת**.

רכבת ההרים (בדיוק כמו ספינת הפיראטים) פעלה 4 דקות ואז 1 דקה הפסקה. בסך הכל 5 דקות. הפעלה נוספת והפסקה נוספת נמשכו עוד 5 דקות. בסך הכל 10 דקות. בשלב זה היא שוב **פועלת**.

בסך הכול 7 מתקנים בפעולה.

16. התשובה הנכונה היא : (1).

כדי לדעת מה יכול להיות מספר המבקרים בספינת הפיראטים נבדוק מה מספר המבקרים המינמלי ומה המקסימלי.

הספינה פעלה שעתיים שהם 120 דקות. כל הפעלה נמשכה 4 דקות. מכיוון שהזמן הנתון אינו כולל הפסקות, הרי שבסך הכול היא הופעלה 30 פעמים $\left(\frac{120}{4} = \right)$.

מספר המבקרים המינמלי בהפעלה הוא 7 אנשים וב- 30 הפעלות 210 מבקרים $(7 \cdot 30 =)$. לפני שנחשב את מספר המבקרים המקסימלי נבדוק האם יש תשובה שמחוץ לטווח. תשובה (1) נמוכה מידי ולכן היא לא אפשרית.

17. התשובה הנכונה היא : (1).

דרך א' :

על מנת לקבוע מה היחס בין מספר הבולים של לימור למספר הבולים של דפנה, נציב מספרים במקום הגורמים האחרים בשאלה (בועז ו- a), בעזרתם נמצא את מספר הבולים של לימור ודפנה ונוכל לקבוע מה היחס בניהן. נציב 10 בתור מספר הבולים של בועז וכן נציב $a=30$ (נוח להציב במקום a מספר המתחלק ב- 3, מכיוון שזה יקל עלינו לחשב שני שלישי מ- a). מספר הבולים של לימור שווה למספר שכאשר כופלים אותו ב- 10 מקבלים 30. מכאן, שללימור יש 3 בולים. מספר הבולים של דפנה שווה למספר שכאשר כופלים אותו ב- 10 מקבלים $\frac{2}{3}$ מ- 30, שהם 20. מכאן, שלדינה יש 2 בולים.

כעת, בכדי לדעת פי כמה גדולה הכמות של לימור מזו של דפנה, נבדוק פי כמה גדול 3 מ- 2 : $\frac{3}{2}$. תשובות (2), (3) ו- (4) נפסלות ולכן התשובה הנכונה היא (1).

דרך ב' :

בשאלה מתוארים קשרים בין הכמויות של שלושה ילדים. נסמן את הכמות של בועז ב- b, של לימור ב- L ושל דפנה ב- d, ונרשום את הקשרים המתוארים בשאלה בצורה אלגברית: מכפלת הכמות של בועז בכמות של לימור היא : $b \cdot L$. ולכן : $b \cdot L = a$.

מכפלת כמות הבולים של בועז בכמות הבולים של דפנה היא : $b \cdot d$. ולכן : $b \cdot d = \frac{2}{3}a$.

על מנת למצוא פי כמה גדולה הכמות של לימור מזו של דפנה, נבודד את לימור (L) ודפנה (d) מתוך המשוואות, ונחלק בניהן :

$$L = \frac{a}{b} \Leftrightarrow b \cdot L = a$$

$$d = \frac{2a}{3b} \Leftrightarrow b \cdot d = \frac{2}{3}a$$

כעת נחלק בין לימור ודפנה, ונגלה פי כמה גדולה הכמות של לימור מזו של דפנה :

$$\frac{L}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{2a}{3b}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{3b}{2a} = \frac{3}{2}$$



18. התשובה הנכונה היא : (3).

נפשט את הביטוי שבשאלה כך שיהיה דומה לתשובות. 2 מהתשובות כתובות בצורת חזקות ו-2 מהן בצורת שורש המופיע כמכנה של שבר. משום שלא ברור כיצד להפוך את הביטוי שבשאלה לשבר, נעבור לחזקות. את המעבר נעשה בשלבים.

נתחיל מהשורש הפנימי. שורש זוגי של מספר שווה למספר בחזקת חצי, ולכן: $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$. הביטוי שבשאלה נראה עתה כך: $\sqrt{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$

בביטוי שקיבלנו נהפוך את השורש החיצוני לחזקה, ונקבל $\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

על פי חוקי חזקות נפשט את הביטוי שהתקבל כך שיהיה דומה לתשובות:

$$\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{1+\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}}\right) = 2^{\frac{3}{4}}$$

19. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו למצוא את הקשר בין זווית DAC ל- α .
 זווית DAC היא זווית היקפית הנשענת על הקשת DC. DOC היא זווית מרכזית הנשענת על אותה הקשת, ולכן כפולה מזווית DAC. הזוויות EOB ו-DOC שוות (זוויות קודקודיות).
 כעת נמצא את הקשר בין זווית EOB ל- α .
 $\angle EOB$ ניתנת לפירוק ל-2 זוויות באמצעות בניית עזר של הרדיוס AO.
 $\angle EOA = 2\alpha$ (הזווית המרכזית היא זווית מרכזית הנשענת על הקשת AE עליה נשענת הזווית ההיקפית ECA). באופן דומה: $\angle AOB = 2\alpha$.
 מכאן, $\angle EOB = 4\alpha$ ($2\alpha + 2\alpha$).
 $\angle DOC$ שווה גם כן 4α . לכן, $\angle DAC = 2\alpha$.

20. התשובה הנכונה היא : (4).

בשאלה זו עלינו למצוא כמה חליפות בגדים יכולה שירה להרכיב. חליפה כוללת שמלה וזוג נעליים או מכנסיים, חולצה וזוג נעליים. נבדוק כמה חליפות יכולה שירה להרכיב מכל סוג: בכדי למצוא את מספר החליפות הכוללות שמלה וזוג נעליים שבשירה יכולה להרכיב, נכפול את מספר השמלות במספר זוגות הנעליים: $1 \cdot 2 = 2$.
 בכדי למצוא את מספר החליפות הכוללות מכנסיים, חולצה וזוג נעליים שבשירה יכולה להרכיב, נכפול את מספר המכנסיים במספר החולצות ובמספר זוגות הנעליים: $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$.
 כלומר, בסך הכל שירה יכולה להרכיב 18 חליפות ($16 + 2$) השונות זו מזו בפריט אחד לפחות.



21. התשובה הנכונה היא : (2).

אברהם הטיל מטבע 6 פעמים. בכל פעם יש שתי אפשרויות (עץ או פלי) שעבור כל אחת מהן הוא מקבל מספר שונה של שקלים. לפיכך יש אפשרויות רבות למספר השקלים הכולל שקיבל אברהם. במקום לבדוק את כל האפשרויות, נבדוק את התשובות:
תשובה (1): האם ייתכן שאברהם קיבל בסך הכל 5 שקלים? לא, מכיוון שגם אם יקבל רק שקל אחד בכל זריקה, יהיו לו בסך הכל 6 שקלים. כלומר תשובה זו קטנה מידי ולכן נפסלת.

תשובה (2): האם ייתכן שאברהם קיבל בסך הכל 10 שקלים? כן, אם יצא לו פעמיים עץ (שהם פעמיים 3 שקלים. כלומר 6 שקלים) וארבע פעמים פלי (שהם 4 פעמים שקל. כלומר, 4 שקלים) יהיו לו בסך הכל 10 שקלים. תשובה זו תיתכן, ולכן היא התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

22. התשובה הנכונה היא : (1).

מכיוון שאין דרך נוחה לפשט את אי השוויון הנתון ומכיוון שעל פי התשובות ניתן להבין שישנם מעט ערכים שלמים של x המקיימים את אי השוויון, ננסה למצוא אילו מגבלות נובעות מאי השוויון הנתון ומכאן כמה פתרונות אפשריים עבורו.
 על פי הנתונים באי השוויון מספר שלם שערכו המוחלט קטן מ-3.
 אם כן, ערך הביטוי $(x + 8)$ יכול להיות : 2, 1, 0, -1 או -2.
 בסך הכול קיימות 5 ערכים עבור x המקיימים את אי השוויון.

שים לב : אין צורך למצוא את הערכים המדויקים של x כל שהתבקשנו למצוא הם כמה ערכים מקיימים את אי השוויון.

למען שלמות ההסבר הערכים המקיימים את אי השוויון הם : -6, -7, -8, -9, -10.

23. התשובה הנכונה היא : (2).

בכדי לחשב את שטח הצורה שבסרטוט, נחלק אותה לצורות משנה מוכרות, נחשב את שטחיהן ואז נסכום את השטחים. הצורה מורכבת מ-3 משולשים שווים-צלעות ו-3 גזרות של מעגל.

שטח כל אחד מהמשולשים כבר נתון : $\frac{\pi}{2}$, ולכן סכום שטחי המשולשים הוא : $3 \cdot \frac{\pi}{2}$.

בכדי לחשב את שטח הגזרות עלינו לדעת מה גודל הזוויות המרכזיות היוצרות אותן ומה רדיוס המעגל (1 ס"מ על פי הנתונים).

נלמד על הזוויות המרכזיות של הגזרות בעזרת המשולשים. מכיוון שזווית הראש של כל משולש שווה צלעות היא 60° , הרי שסכום הזוויות המרכזיות של שלוש הגזרות הוא 180° ($= 3 \cdot 60^\circ - 360^\circ$). אמנם איננו יודעים כיצד מתחלקות ה- 180° בין שלוש הגזרות, האם שווה בשווה או אחרת, אך סכום הזוויות הללו הוא 180° , שהם מחצית מסיבוב שלם של מעגל (360°). סכום שטחיהן שווה למחצית שטח המעגל שרדיוסו 1 ס"מ : $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2}$. מכאן

$$\text{ששטח הצורה הוא : } 3 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$$



24. התשובה הנכונה היא : (3).

דרך א':

על פי התשובות עלינו ללמוד האם ביטויים שונים המכילים את B ו- C מתחלקים ב- 3 או לא. על פי הנתונים סכום שלושת המספרים מתחלק ב- 3, אבל A, אחד מהם, אינו מתחלק ב- 3. אם A אינו מתחלק ב- 3, הרי שהוא נושא שארית מחלוקה ב- 3. כדי שהסכום של כל השלושה יתחלק ב- 3, הרי שגם בחלוקת B + C ב- 3 צריכה להתקבל שארית. כך סכום השאריות (מהחלוקה של A ב- 3 ומהחלוקה של B + C ב- 3) יהיה שווה ל- 3. מצאנו ש- B + C אינו מתחלק ב- 3 ללא שארית. כלומר תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

דרך ב':

משום שלא ניתן לדעת מהשאלה או מהתשובות מהו ערכם המדויק של A, B ו- C, נציב מספרים מהראש.

נתחיל מהצבת A שכן יש לנו מגבלה לגביו (אינו מתחלק ב- 3). נציב $A = 2$.

כעת נציב עבור B ו- C כך שהסכום של A, B ו- C יתחלק ב- 3. נציב $B = 2, C = 2$.

$$(A + B + C = 2 + 2 + 2 = 6)$$

נציב את הערכים שבחרנו בתשובות, ונפסול תשובות.

תשובה (1): עבור ההצבה $B = 2, C = 2$ נקבל ש- $B \cdot C = 4 = 2 \cdot 2$. אינו מתחלק ב- 3 ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): עבור ההצבה $B = 2, C = 2$ קיבלנו שני ערכים שאינם מתחלקים ב- 3 ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (3): עבור ההצבה $B = 2, C = 2$ נקבל ש- $B + C = 4 = 2 + 2$. אינו מתחלק ב- 3, ולכן לא נפסול תשובה זו.

תשובה (4): עבור ההצבה $B = 2, C = 2$ נקבל $b - c = 2 - 2 = 0$. מתחלק ב- 3 ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובות (1), (2) ו- (4) נפסלו, התשובה הנכונה היא תשובה מספר (3).

25. התשובה הנכונה היא : (4).

על מנת למצוא קשר בין הרדיוס לצלעות המשולש נשתמש בבניות עזר: נחבר רדיוסים לנקודות ההשקה E ו- D. הזווית בין הרדיוסים למשיקים היא 90° .

קיבלנו מרובע OEBD. מרובע זה הוא ריבוע (3 מזוויותיו הן 90° , וצלעות סמוכות בו (הרדיוסים) שוות זו לזו.

משולשים ABC ו- ADO הם משולשים דומים, שניהם ישרי זווית ולשניהם זווית חדה

$$\text{משותפת (זווית OAD)}. \text{ על כן: } \frac{BC}{OD} = \frac{AB}{AD}$$

בריבוע OEBD כל הצלעות שוות ועל כן $OD = DB = r$. $AB = 3 + DB = 3 + r$.

$$\text{נציב גדלים אלו במשוואה לעיל ונקבל: } \frac{BC}{r} = \frac{3+r}{3}$$

$$\text{נפשט את המשוואה ונקבל: } BC = \frac{3r+r^2}{3} = \frac{r^2}{3} + r$$

