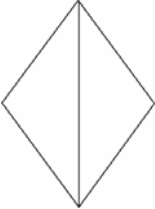
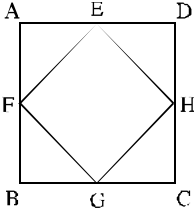
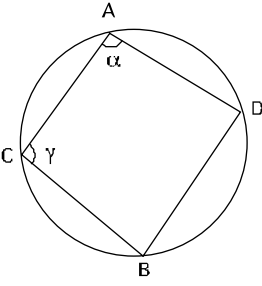
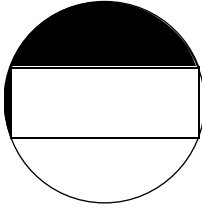


השאלות הבאות מורכבות מזוגות של ביטויים. בכל שאלה, ביטוי אחד מופיע בטור א', וביטוי שני בטור ב'. בטור שלישי מופיע לעיתים מידע נוסף הנוגע לזוג הביטויים שבטורים א' ו-ב'. **המידע הנוסף עשוי להיות חיוני לפתרון השאלה.** עליך להשוות בין שני הביטויים, אגב הסתייעות במידע הנוסף (אם הוא קיים), ולקבוע האם:

- (1) הביטוי שבטור א' גדול יותר
 (2) הביטוי שבטור ב' גדול יותר
 (3) שני הביטויים שווים זה לזה
 (4) המידע הנתון אינו מספיק כדי לקבוע איזה מהנ"ל הוא יחס הגדלים בין הביטויים

מידע נוסף	טור ב'	טור א'	
$0 < a < b < c$	$\frac{1}{a+b}$	$\frac{1}{b+c}$.1
$y < x$ $x \cdot z < y \cdot z$	0	z	.2
$1 < a$	$a^3 + a^4$	a^2	.3
$0 < a$	$(\sqrt[3]{a})^4$	$\frac{a}{a^{\frac{1}{3}}}$.4
$a < b$	$(a-b)^2$	$a^2 - b^2$.5
	$ x+y $	x	.6
דני: "אם תאמרו לי את ספרת האחדות של מספר, אוכל לדעת בוודאות אם המספר מתחלק ללא שארית ב-x".	x	11	.7
x, y ו-z הם מספרים עוקבים שממוצעם הוא a. $x < y < z$	y	a	.8

מידע נוסף	טור ב'	טור א'	
בארגז יש 80 פירות משלושה סוגים: אבטיחים מלונים ותפוזים. 45 מהפירות אינם אבטיחים, 37 מהפירות אינם תפוזים.	מספר התפוזים בארגז	מספר המלונים בארגז	.9
גילה של הגר גדול פי 3 מגילו של דורון. גילה של אפרת גדול ב-6 שנים מגילה של הגר.	$\frac{1}{3}$	$\frac{\text{גילה של הגר}}{\text{גילה של אפרת}}$.10
הזרוקים מהווים 40% ממעשני הנרגילה, ו-60% מהמטיילים בסיני.	מספרם הכולל של מעשני הנרגילה	מספרם הכולל של המטיילים בסיני	.11
בכיתה א' יותר מתלמיד אחד. ממוצע גילאיהם של תלמידי כיתה א' לפני הצטרפותו של סמי הוא 6.	ממוצע גילאיהם של תלמידי כיתה א' לאחר שהצטרף אליהם סמי, שגילו 8	7	.12
	הסיכוי לקבל לפחות "עץ" אחד בשתי הטלות מטבע	הסיכוי לקבל "עץ" בהטלת מטבע	.13
המרחק בין A ל-B הוא 6 מ'. המרחק בין B ל-C הוא 8 מ'.	המרחק בין A ל-C	14 מ'	.14
 <p>טרפז ABCD שווה שוקיים</p>	48 ס"מ	היקף טרפז ABCD	.15

מידע נוסף	טור ב'	טור א'	
 <p>היקף המעוין הוא 18 ס"מ</p>	9 ס"מ	אלכסון המעוין	.16
 <p>ריבוע EFGH חסום בריבוע ABCD. נקודות H, G, F, E הן אמצעי צלעות הריבוע ABCD.</p>	שטח ריבוע ABCD	פעמיים שטח ריבוע EFGH	.17
 <p>נתון: $\alpha \neq \gamma$. המיתר המחבר את A ו-B הוא קוטר המעגל</p>	אורך המיתר המחבר את C ו-D	קוטר המעגל	.18
 <p>המלבן חסום במעגל</p>	השטח המושחר	שטח המלבן	.19

מידע נוסף	טור ב'	טור א'
 <p>משושה משוכלל חסום במעגל שרדיוסו r.</p>	<p>הצלע AB</p>	<p>r</p>

.20



התשובות הנכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	2	3	1	4	4	3	2	2	2

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
3	4	1	3	2	2	4	2	1	2

הסברים

1. התשובה הנכונה היא: (2).

דרך א': לשני השברים מונה זהה - 1, על מנת לקבוע מי מהם גדול יותר נבדוק את המכנים של שני השברים: מכנה השבר בטור א': $b+c$, מכנה השבר בטור ב': $a+b$. מכיוון ש- b מופיע בשני המכנים, הרי שהשאלה היא מי גדול יותר a או c . על פי הנתון $a < c$, ומכאן שהמכנה של השבר בטור א' ($b+c$) גדול ממכנה השבר בטור ב' ($a+b$). כאשר לשני שברים חיוביים יש מונים שווים, הרי שהשבר בעל המכנה הקטן יותר הוא השבר הגדול יותר, כלומר טור ב' גדול מטור א'.

דרך ב': (פשוט טורים א' ו- ב')

$$\frac{1}{a+b} \quad ? \quad \frac{1}{b+c}$$

(מכיוון שהנעלמים חיוביים, נכפול במכנים)

$$b+c \quad ? \quad a+b$$

$$c \quad > \quad a$$

2. תשובה הנכונה היא: (2).

נתבונן במידע הנוסף: על פי הנתון הראשון: $y < x$. הנתון השני ($x \cdot z < y \cdot z$) הוא בעצם אי-השוויון $y < x$, לאחר שכפלו את שני אגפי אי השוויון ב- z . מכיוון שכיוונו של אי-השוויון השתנה, הרי ש- z הוא מספר שלילי (אם היו כופלים את שני אגפי אי-השוויון במספר חיובי, כיוונו של אי-השוויון לא היה משתנה), ומכאן שטור א' קטן מטור ב'.

3. התשובה הנכונה היא : (2).

דרך א' : a^2 ? $a^3 + a^4$. נחלק את שני האגפים ב- a^2 , ונקבל :

1 ? $a + a^2$. על פי המידע הנוסף $1 < a$, ומכאן שבהכרח טור ב' גדול מטור א'.

דרך ב' : על פי המידע הנוסף a הוא מספר שלם וחיובי. כאשר מעלים מספר שלם בחזקה (שלמה וחיובית) מקבלים מספר גדול מהמספר המקורי. ככל שהמעריך גדול יותר,

כך תוצאת החזקה תהיה גדולה. על כן : $a^3 > a^2$, ומכאן ש- $a^3 + a^4 > a^2$.

4. התשובה הנכונה היא : (3).

$$\frac{a}{a^{-\frac{1}{3}}} = \frac{a^1}{a^{-\frac{1}{3}}} = a^{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = a^{\frac{4}{3}} : \text{טור א'}$$

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^4 = a^{\frac{4}{3}} : \text{טור ב'}$$

שני הטורים שווים זה לזה.

5. התשובה הנכונה היא : (4).

$$(a-b)^2 \quad ? \quad a^2 - b^2$$

נפשט את טור ב' על פי נוסחת הכפל המקוצר השניה, ונקבל :

$$a^2 - 2ab + b^2 \quad ? \quad a^2 - b^2$$

נצמצם a^2 משני הטורים, ונקבל :

$$-2ab + b^2 \quad ? \quad -b^2$$

נעביר אגפים, ונקבל :

$$2b^2 \quad ? \quad 2ab$$

נצמצם ב- 2 את שני הטורים, ונקבל :

$$b^2 \quad ? \quad ab$$

אנו אמנם יודעים כי $a < b$, אך אין לנו מידע על הסימנים של הנעלמים (חיובי, שלילי או 0)

ולכן לא ניתן לקבוע מה יחס הגדלים בין הביטויים (לדוגמה, אם $b=0$ הביטויים שווים,

אך אם b חיובי ו- a שלילי הביטוי בטור ב' גדול יותר).

6. התשובה הנכונה היא : (4).

$$|x + y| \quad ? \quad x$$

נציב : $y = 1, x = 2$.

$$|2 + 1| \quad ? \quad 2$$

כלומר :

$$3 > 2$$

קיבלנו כי טור ב' גדול מטור א'.

כעת נציב : $y = 0, x = 2$.

$$|2 + 0| \quad ? \quad 2$$

כלומר :

$$2 = 2$$

קיבלנו כי טור א' שווה לטור ב'.

מכיוון שקיבלנו שתי תשובות שונות, הרי שהתשובה הנכונה היא (4).

7. התשובה הנכונה היא : (1).

דני טוען כי על פי ספרת האחדות בלבד הוא יודע האם המספר מתחלק ב- x .

על פי ספרת האחדות ניתן לדעת האם מספר כלשהו מתחלק ב- 2, 5 או 10.

כלומר, הערכים ש- x יכול לקבל הם 2, 5 או 10, כך שבכל מקרה 11 גדול מ- x .

8. התשובה הנכונה היא : (3).

דרך א' : הצבת מספרים מהראש

נציב : $x = 1, y = 2, z = 3$. הממוצע של המספרים הוא : $\frac{1+2+3}{3} = 2$, כלומר $a = 2$.

נציב את המספרים בטורים, ונגלה ששני הטורים שווים.

דרך ב' :

ממוצע שלושה מספרים עוקבים הוא המספר האמצעי מביניהם, כלומר y .

מכיוון שנתון כי ממוצע שלושת המספרים שווה ל- a , הרי שהביטויים בשני הטורים שווים.

9. התשובה הנכונה היא : (2).

בארגז 80 פירות מ- 3 סוגים : אבטיחים, מלונים ותפוזים.

ידוע, כי 45 מהפירות אינם אבטיחים. אם כך, כל השאר הם אבטיחים : $80 - 45 = 35$.

עוד ידוע, כי 37 מהפירות אינם תפוזים. אם כך, כל השאר הם תפוזים : $80 - 37 = 43$.

יתר הפירות הם מלונים : $80 - 35 - 43 = 2$.

כלומר, מספר התפוזים בארגז גדול ממספר המלונים.

10. התשובה הנכונה היא : (4).

מכיוון שאין כל נתונים מספריים לגבי הגילאים, נציב מספרים מהראש.
נציב 1 כגילו של דורון.

מכיוון שגילה של הגר גדול פי 3 מגילו של דורון, הרי שהגר בת 3, ואפרת המבוגרת בשש שנים מהגר היא בת 9 ($3 + 6 = 9$).

$$\text{על פי הצבה זו טור א' שווה לטור ב'.} \quad \frac{\text{גילה של הגר}}{\text{גילה של אפרת}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

נציב 2 כגילו של דורון.

מכיוון שגילה של הגר גדול פי 3 מגילו של דורון, הרי שהגר בת 6, ואפרת המבוגרת בשש שנים מהגר היא בת 12 ($6 + 6 = 12$).

$$\text{על פי הצבה זו טור א' גדול מטור ב'.} \quad \frac{\text{גילה של הגר}}{\text{גילה של אפרת}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

11. התשובה הנכונה היא : (2).

נציב 100 בתור מספר המטיילים בסיני.

הזרוקים מהווים 60% ממספר המטיילים בסיני, כלומר מספר הזרוקים הוא

$$60 \cdot \left(\frac{60 \cdot 100}{60} \right)$$

אם כן 60 הזרוקים הם 40% ממעשני הנרגילה. במילים אחרות 60 הם 40% ממעשני הנרגילה. נשתמש בריבוע היחסים למצוא את מספר מעשני הנרגילה :

	מספר	%
החלק (הזרוקים)	60	40%
השלים (מעשני הנרגילה)	?	100%

נכפול את שני הנתונים באלכסון (60 ו-100) ונחלק במה שנותר (40), נצמצם, ונקבל כי מחיר מעשני הנרגילה הוא $150 \cdot \left(\frac{60 \cdot 100}{40} \right)$.

אם כן מספר מעשני הנרגילה (טור ב') גדול ממספר המטיילים בסיני (טור א').

12. התשובה הנכונה היא : (1).

דרך א' : הצבת מספרים מהראש

מכיוון שנתון כי בכיתה יותר מתלמיד אחד, נציב כי בכיתה 2 תלמידים, שממוצע גיליהם הוא 6, ומכאן שסכום גיליהם הוא 12 ($2 \cdot 6 = 12$).

לאחר הצטרפותו של סמי סכום הגילים בכיתה שווה ל-20 ($12 + 8 = 20$).

$$\text{נחלק סכום זה במספר התלמידים (3) ונקבל } 6 \frac{2}{3} \left(\frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3} \right)$$

אם נציב כמספרם ההתחלתי של תלמידי הכיתה מספר הגדול מ-2 (למשל 3), הרי שנקבל כי סכום הגילים לפני הצטרפותו של סמי שווה ל-18 ($3 \cdot 6 =$), ולאחר הצטרפותו - 26. ממוצע גילאי הכיתה במקרה זה יהיה שווה ל- $6\frac{1}{2}$ ($\frac{26}{4} =$), כלומר ככל שמספר ילדי הכיתה גדל הממוצע קטן, ולפיכך טור א' בהכרח גדול מטור ב'.

דרך ב':

ממוצע הגילים בכיתה הוא 6. גילו של סמי הוא 8. אם בכיתה היה תלמיד אחד הממוצע החדש היה 7 ($\frac{6+8}{2} =$). מכיוון שמספר התלמידים שגילם 6 גדול מ-1, הרי שהממוצע ינטה יותר לכיוון ילדי הכיתה (הם הרוב). הממוצע יהיה אם כן נמוך מ-7.

13. התשובה הנכונה היא: (2).

טור א': בהטלת מטבע אחד יש 2 אפשרויות ("עץ" או "פלי"). הסיכוי לקבל "עץ" הוא: $\frac{1}{2}$.

טור ב': מכיוון שעבור כל מספר יש 2 אפשרויות ("עץ" או "פלי"), מספר האפשרויות בהטלת 2 מטבעות הוא: $4 = (2 \cdot 2)$. ניתן לקבל לפחות "עץ" אחד בשלוש אפשרויות מתוך

הארבע ("עץ; עץ" אֶן "עץ; פלי" אֶן "פלי; עץ"), ולכן הסיכוי הוא: $\frac{3}{4}$.

אפשר לחשב גם באמצעות הסיכוי המשלים, כלומר, 1 פחות הסיכוי לקבל את התוצאה

$$\text{"פלי; פלי": } 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

מכאן שהסיכוי בטור ב' גדול מהסיכוי בטור א'.

14. התשובה הנכונה היא: (4).

אם הנקודות A, B ו-C "מסודרות" על קו ישר, לפי סדר זה, הרי שהמרחק בין A ל-C הוא: $6 + 8 = 14$. בכל מקרה אחר, המרחק בין A ל-C יהיה קטן מ-14 ס"מ (מכיוון שאז יוצר משולש, שקודקודיו הם A, B ו-C, וידוע כי בכל משולש אורך צלע יהיה תמיד קטן מסכום שתי הצלעות האחרות, ולכן AC יהיה קצר מסכומן של הצלעות AB ו-BC).

15. התשובה הנכונה היא: (2).

נוריד גובה נוסף מנקודה D לבסיס התחתון. הבסיס התחתון גדול ב-6 ס"מ מהבסיס העליון. מכיוון שהטרפז הוא שווה שוקיים, 6 הס"מ מתחלקים באופן שווה בין המשולש שבצד שמאל למשולש שבצד ימין. מכאן נובע שניצביו של המשולש ישר הזווית שבצד שמאל הם 3 ס"מ ו-4 ס"מ. עפ"י השלשה הפיתגורית 3:4:5, הִקְטָר AB שווה 5 ס"מ. הטרפז הוא שווה שוקיים, ולכן גם DC שווה 5 ס"מ. היקף הטרפז (בס"מ) הוא:

$$5 + 17 + 5 + 11 = 38$$

16. התשובה הנכונה היא : (2).
- אם היקף המעויין הוא 18 ס"מ, הרי שסכומן של שתי צלעות במעויין הוא 9 ס"מ. נסתכל על אחד משני המשולשים הנוצרים ע"י האלכסון : סכומן של שתי צלעות במשולש תמיד גדול יותר מהצלע השלישית. לכן, במקרה הזה, הצלע השלישית (האלכסון) קטנה מ- 9 ס"מ.
17. התשובה הנכונה היא : (3).
- חיבור נקודות G ו- E, ונקודות H ו- F, יחלק את הריבוע הגדול לשמונה משולשים שווים, כאשר הריבוע הקטן EFGH כולל ארבעה משולשים. מכאן, ששטח הריבוע הקטן הוא מחצית משטח הריבוע הגדול. כלומר, שטח הריבוע הגדול שווה לפעמיים שטח הריבוע הקטן.
18. התשובה הנכונה היא : (1).
- מכיוון שהמיתר AB הוא קוטר המעגל שבסרטוט, הרי ש- $\gamma = 90^\circ$ (זווית היקפית על קוטר המעגל).
על פי המידע הנוסף $\gamma \neq \alpha$, כלומר α אינה שווה 90° .
מכיוון ש- α שונה מ- 90° , הרי שבהכרח המיתר CD אינו קוטר המעגל (אם CD היה קוטר המעגל הייתה הזווית ההיקפית הנשענת עליו שווה ל- 90°).
הקוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל, ומכיוון שהגענו למסקנה כי CD אינו קוטר במעגל, הרי שבהכרח טור א' גדול מטור ב'.
19. התשובה הנכונה היא : (4).
- אין די נתונים לגבי המלבן.
נבדוק מצבים קיצוניים :
במקרה שהמלבן הוא ריבוע, שטח המלבן גדול מהשטח המושחר.
במקרה שהמלבן צר ביותר, כלומר קרוב בגודלו לקו ישר, השטח המושחר גדול משטח המלבן.
20. התשובה הנכונה היא : (3).
- במשושה משוכלל החסום במעגל, צלע המשושה שווה לרדיוס המעגל.
טור א' שווה לטור ב'.