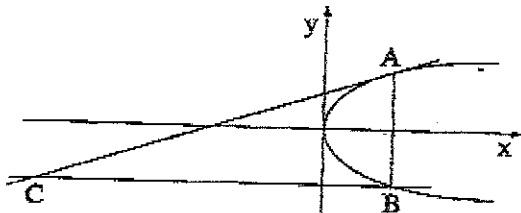


השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבהינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 ולכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות.
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. A ו- B הן נקודות כלשהן על

$$\text{הפרבולה } y^2 = 2px, \quad p > 0$$

כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- y.

ישר, המשיק לפרבולה בנקודה A,

חותך בנקודה C את הישר שעובר

דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- x (ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

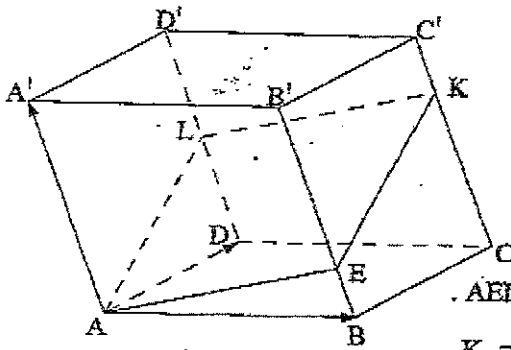
(2) סרטט במערכת צירים סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודה C, הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

$$\text{מצאת, הוא } y = -2p.$$

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA, ובין ציר ה- x.

+ נספח



2 נתון מקבילון $ABCD A'B'C'D'$

(נגף שכל פאותיו הן מקבילות).

נקודה L היא אמצע המקצוע DD' .

נקודה E נמצאת על המקצוע BB'

כך ש- $\frac{B'E}{EB} = 3$.

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{CK} = m\vec{CC'}$

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x} = (4, 5, 8) + t(1, -1, 2)$

הנקודה $(2, -1, 3)$ נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C' הם $(x, y, 0)$.

מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

3 z_1, z_2, z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר

דרך ראשית הצירים. z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

נסמן $z_1 = r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha)$.

א. האם המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי

ולא מדומה טהור? נמק.

נתון גם כי z_1 ו- z_3 נמצאים על מעגל היחידה, ו- $\left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$

ב. חשב את הערך המוחלט של z_2 .

ג. z_4 הוא הצמוד של z_1 .

הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות z_1, z_3, z_4 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמהברתך.

4. נתונות שלוש פונקציות, I, II, III :

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן

המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף

הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא

$$\text{בתחום } 1 < x < 2.$$

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה III עם ציר ה- x . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתת-סעיף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של

גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III

ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו- $x = 2.5$.

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (1+x)e^{-x}$.

א. הראה כי $f'(x) = -xe^{-x}$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן

(אם יש כאלה).

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הראה כי עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx < e$.

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי ציר ה- y .

(2) הסבר מדוע עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx > e - 2$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למוזיקת ישראל
אין להעתיק או למססם אלא בדשות משרד החינוך