

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 4 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- | | | | | | |
|--------|-----------------|---|--------------------------|---|--------|
| נקודות | $33\frac{1}{3}$ | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | נקודות |
| נקודות | $33\frac{1}{3}$ | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | נקודות |
| נקודות | $33\frac{1}{3}$ | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | נקודות |
| נקודות | 100 | – | סה"כ | – | נקודות |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון. הניתן לתכנות שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. מכונית נסעה מעיר A לעיר B על כביש ראשי במהירות קבועה.

בדרך חזרה מעיר B לעיר A נסעה המכונית בדרך עפר, הקצרה ב- 40% מהדרך בכביש הראשי, ונאלצה להקטין את מהירותה ב- 10%.

אורך הדרך בכביש הראשי מ-A ל-B הוא 240 ק"מ.

נתון כי בכביש הראשי עברה המכונית $\frac{2}{3}$ מהדרך שבין A ל-B ב- 2 שעות.

מצא את זמן הנסיעה של המכונית בדרך חזרה מ-B ל-A.

2. נתון מעגל שמרכזו O(0,0).

דרך הנקודה M, הנמצאת ברביע הראשון,

העבירו ישר המשיק למעגל

בנקודה D(1, -1) (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. מצא:

(1) את משוואת הישר OD.

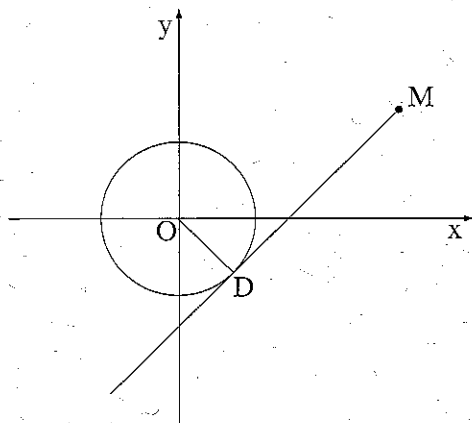
(2) את משוואת המשיק DM.

ג. נתון כי $DM = \sqrt{18}$.

מצא את השיעורים של הנקודה M.

ד. העבירו מעגל דרך הנקודות O, D, M.

מצא את המשוואה של מעגל זה.



המשך בעמוד 3

3. במלאי של סוחר יש כובעים המיוצרים בשלושה מפעלים: מפעל A, מפעל B, מפעל C.

מלאי הכובעים הוא גדול מאוד.

A. $\frac{1}{2}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל A.

B. $\frac{1}{3}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל B.

C. שאר הכובעים במלאי מיוצרים במפעל C.

5% מהכובעים המיוצרים במפעל A הם פגומים.

1.5% מהכובעים המיוצרים במפעל B הם פגומים.

3.5% מהכובעים במלאי הם פגומים.

א. בוחרים באקראי כובע אחד מבין הכובעים המיוצרים במפעל C.

מהי ההסתברות שהכובע פגום?

ב. מהי ההסתברות שבמדגם מקרי של 6 כובעים המיוצרים במפעל C יש

לכל היותר כובע אחד פגום?

נוסחאות בהסתברות מותנית

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:}$$

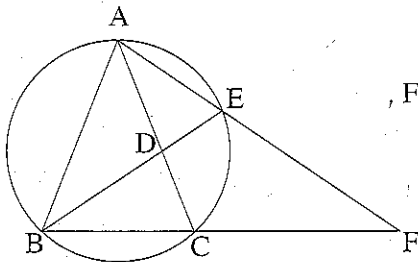
$$P(A/B) \neq P(A/\bar{B}) \quad \text{יש תלות:}$$

$$P(A/B) \neq P(A)$$

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 1/3 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה - 16 2/3 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. משולש ABC חסום במעגל.

המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F.

כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$

EF = 16 ס"מ

AF = 25 ס"מ

א. (1) הוכח כי $\triangle BAE \sim \triangle FAB$

(2) מצא את האורך של AB

(3) מצא את האורך של BF

ב. הוכח כי $\triangle AEC \sim \triangle BEF$

ג. מצא את האורך של CF

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B.

ויוצא ישר החותך את המעגל בנקודות D ו-C.

CD הוא קוטר (ראה ציור).

נתון: $AD = \frac{2R}{3}$

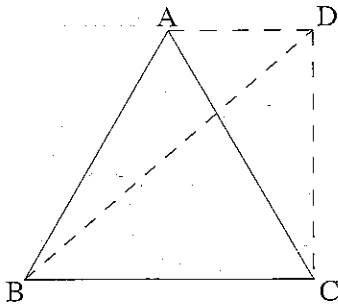
א. הבע את AB באמצעות R. נמק.

ב. חשב את גודל הזווית BOA.

ג. מנקודה A יוצא ישר נוסף המשיק למעגל בנקודה F.

הוכח כי $BF \perp AO$

/המשך בעמוד 5/



6. משולש ABC הוא שווה-צלעות (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם משולש זה הוא R.

א. הבע באמצעות R:

(1) את היקף המשולש ABC.

(2) את שטח המשולש ABC.

ב. על הצלע AC בנו משולש ADC

כך ש- $AD \parallel BC$ ו- $\angle ADC = 90^\circ$ (ראה ציור).

נתון גם כי $R = 4\sqrt{3}$.

מצא את האורך של הקטע BD.

/המשך בעמוד 6/

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 (33 נקודות) $\frac{1}{3}$

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

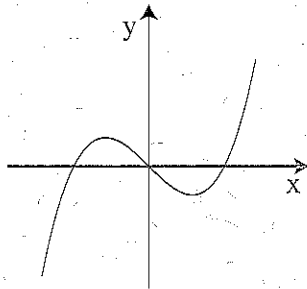
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x-3} - \frac{3}{x-1}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. קבע אם נקודה ששיעור ה- y שלה הוא -5 נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - ax$ (ראה ציור).

a הוא פרמטר.



א. ישר, המשיק לגרף של $f(x)$ בנקודה

שבה $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, מקביל לציר ה- x .

מצא את הערך של a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) על פי הגרף של $f(x)$, קבע את התחומים שבהם $f(x)$ שלילית.

ואת התחומים שבהם $f(x)$ חיובית.

(3) נגזרת של הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

($f(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $g(x)$.)

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

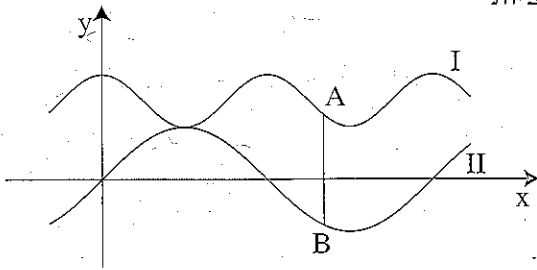
נמק.

ג. הישר $y = -7$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

מצא את הפונקציה $g(x)$.

/המשך בעמוד 7/

9. בציר מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות



$$g(x) = \cos^2 x + 1, \quad f(x) = \sin x$$

א. מצא איזה גרף הוא

של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$.

נמק.

ב. נקודה A נמצאת על גרף I ונקודה B נמצאת על גרף II כך שהקטע AB מקביל

לציר ה- y ונמצא בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

(1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה A, שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(2) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך