

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	2	3	2	4	1	4	1	3	4

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
3	1	4	1	4	3	3	4	1	1

1. התשובה הנכונה היא: (4).

נתון: $(x+y)^2 = 100$, $(x-y)^2 = 16$. נפתח את שתי המשוואות על-פי נוסחאות הכפל המקוצר, ונקבל: $x^2 + 2xy + y^2 = 100$ ומכאן: $x^2 - 2xy + y^2 = 16$. על מנת למצוא את xy עלינו להיפטר מ- $x^2 + y^2$. נשתמש במשוואה השנייה כדי לבטא ביטוי זה באמצעות xy , ונקבל: $x^2 + y^2 = 16 + 2xy$. נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $16 + 2xy + 2xy = 100$, ומכאן: $4xy = 84$, נחלק ב-4 את שני האגפים, ונקבל: $xy = 21$.

הערה: אפשר לחפש מספרים שלמים המקיימים את שתי המשוואות, כלומר שסכומם הוא 10 והפרשם הוא 4. המספרים הם 7 ו-3.

2. התשובה הנכונה היא: (3).

אורך צלעו של כל אחד מהריבועים שבסרטוט הוא 2 ס"מ. היקף הצורה מורכב מ-4 ריבועים, שכל אחד מהם 'תורם' $2\frac{1}{2}$ מצלעותיו להיקף הכולל של הצורה, ובסך הכל מ-10 צלעות $\left(4 \cdot 2\frac{1}{2} = 10\right)$ של הריבועים הזחים. היקפה הכולל של הצורה מורכב, אם כן, מ-10 צלעות שאורך כל אחת מהן הוא 2 ס"מ, כלומר היקף הצורה הוא 20 ס"מ ($10 \cdot 2 = 20$).

3. התשובה הנכונה היא: (1).

אבישי מכין ליטר אחד של מיץ מתפוזים שמשקלם הכולל הוא 3 ק"ג, ומוכר אותו במחיר של 24 שקלים. ידוע כי עלות התפוזים שמהם מפיקים את המיץ היא 50% ממחירו הסופי של המיץ, כלומר 12 שקלים $\left(\frac{24}{2} = 12\right)$. מכאן שמחירם של 3 ק"ג תפוזים הוא 12 שקלים. נחלק ב-3 ונמצא כי מחיר 1 ק"ג הוא 4 שקלים. נחלק ב-4 ונמצא כי מחיר רבע ק"ג הוא 1 שקל.

4. התשובה הנכונה היא: (4).

נציב: $C=1$, ונקבל: $B=2$ ($B=2C=2 \cdot 1=2$), ומכאן: $A=6$ ($A=3B=3 \cdot 2=6$). קיבלנו כי המספר הדו ספרתי AA הוא 66.66 אינו מתחלק ב-9. תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

הערה: מי שינסה להציב במקום C מספר גדול יותר, יקבל A גדול מ-10, מכיוון ש-A הוא ספרה בין 1 ל-9, הרי ש-C בהכרח שווה ל-1, ו-AA בהכרח שווה ל-66.

5. התשובה הנכונה היא: (1).

משולש ABC הוא משולש שווה צלעות, ומכאן שהצלע AC שווה לצלע BC. הצלע BC היא אחת מצלעות הריבוע BCDE, ומכאן שהצלע AC שווה גם לצלע CD (שאף היא צלע בריבוע). במשולש שווה השוקיים ACD, מול השוקיים השוות ($AC = CD$) זוויות שוות, ומכאן ש- $\angle DAC = \angle CDA = \alpha$. זווית ACD מורכבת מזווית BCD השווה ל- 90° (זווית הריבוע) וזווית ACB השווה ל- 60° (זווית פנימית במשולש שווה הצלעות ABC), ומכאן שזווית $\angle ACD = 150^\circ$. סכום זוויות פנימיות במשולש הוא 180° , ומכאן: $\angle CDA + \angle DAC + \angle ACD = 180^\circ$. לכן: $\alpha + \alpha + 150^\circ = 180^\circ$. כלומר: $2\alpha = 30^\circ$. לפיכך: $\alpha = 15^\circ$.

6. התשובה הנכונה היא: (4).

מכיוון ש-5 הכדורים השחורים זהים זה לזה, הרי שאין כל משמעות לשינויי סדר ביניהם. מספר האופנים השונים בהם ניתן לסדר את הכדורים תלוי במיקומו של הכדור הלבן, שכן כל שינוי במיקומו הוא סידור באופן שונה של הכדורים. מכיוון שבסך הכל יש 6 אפשרויות שונות למיקומו של הכדור הלבן, מספר האופנים השונים לסידור הכדורים הוא 6.

7. התשובה הנכונה היא: (2).

נתון: $A = \frac{3B^2}{2}$. נציב: $B = 2$ (מספר המתחלק ללא שארית ב-2), נקבל:
 $A = \frac{3 \cdot 2^2}{2} = \frac{12}{2} = 6$ אם נגדיל את ערכו של B פי 3, כלומר נציב: $B = 6$, נקבל:
 $A = \frac{3 \cdot 6^2}{2} = \frac{54}{2} = 27$. גדול מ-6 פי 9.

שאלות 8 - 11

תרשים זה מזכיר מפה טופוגרפית (הרים ועמקים) או מפה סינופטית (רמות ושקעים ברומטריים). התרשים מתאר שטחים, כשכל שטח (המצוין במספר בתוך התרשים) הוא אוסף של נקודות בעלות אותם מאפיינים (בתרשים זה המאפיינים הדומים הם מחירי החבילות).

8. התשובה הנכונה היא: (3).

מעלים קו אנכי מהמספר 15 ק"מ שעל הציר האופקי, ומחפשים בתוך התרשים שטח המצוין במספרים 8-9. כעת נלך ימינה (אנחנו פשוט קרובים יותר לצד ימין) לבדוק מה "גובהו" של האזור שמצאנו על הציר האנכי שמימין, ונגלה שהוא בסביבות 30 ק"ג.

9. התשובה הנכונה היא: (2).

נלך לתשובות, ונעלה בכל תשובה קו אנכי מהמספר שבתשובה (שעל הציר האופקי). כעת נחפש באיזו תשובה, ככל שאנו עולים כלפי מעלה, המספרים קטנים. בתשובה 2 (2 ק"מ) אנו רואים ירידה של מחירי החבילות מ: 9-10 ועד ל: 5-6. זו התשובה הנכונה.

10. התשובה הנכונה היא: (2).

צריך ללכת למספר 50 שעל הציר האנכי השמאלי, ולמתוח ממנו קו אופקי לכיוון ימין עד הציר האנכי הימני, ולעקוב אחר השתנות המחירים בדרך. כך נראה שהמחירים משתנים באופן הבא: ירידה (8-9, 7-8, 6-7, 5-6); עלייה (5-4, 6-5, 7-6, 8-7, 9-8); עלייה (5-4, 6-5, 7-6, 8-7, 9-8); ירידה (7-8, 8-7, 9-8); עלייה (7-8). כלומר, ירידה, עלייה, עלייה, ירידה ושוב עלייה.

11. התשובה הנכונה היא: (1).

נלך לתשובות, ונעלה בכל תשובה קו אנכי מהמספר שבתשובה (שעל הציר האופקי). כעת נחפש באיזו תשובה, ככל שאנו עולים כלפי מעלה, אין כמעט שינויים במחירי החבילות, כלומר, אנחנו כמעט ולא חוצים קווי הפרדה שבין שטחים שונים. בתשובה 1 (10 ק"מ) אנו משנים מחיר חבילה רק פעמיים לאורך כל טווח המשקלים (מכיוון שיש במרחק זה רק שלושה סוגי מחירים: (7-8, 8-7, 9-8)).

12. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע בכמה אפשרויות שונות יכולים חברי הלהקה להסתדר בשורה, כך שהזמר עומד בדיוק באמצע. זוהי שאלת צירופים שבה מספר האפשרויות שיתכנו גדול יחסית. לפיכך, נפנה לחישוב דרך "הכפלות".
למקום הימני ביותר יכולים להבחר כל אחד מ-6 הנגנים, ולכן מספר האפשרויות הוא 6.
למקום השני מימין יכול להבחר כל אחד מ-5 הנגנים שעדיין לא נבחרו (אחד הנגנים נבחר למקום הימני ביותר). לכן, מספר האפשרויות הוא 5.
למקום השלישי מימין יכולים להבחר כל אחד מ-4 הנגנים שעדיין לא נבחרו (שני נגנים נבחרו ל-2 המקומות הימניים). לכן, מספר האפשרויות הוא 4.
למקום האמצעי יכול להבחר רק הזמר (כך על-פי הנתונים). לכן, מספר האפשרויות למקום זה הוא 1.
למקום החמישי מימין יכולים להבחר כל אחד מ-3 הנגנים שעדיין לא נבחרו.
למקום השישי מימין יכולים להבחר כל אחד מ-2 הנגנים שעדיין לא נבחרו.
למקום השביעי מימין יכולים להבחר רק הנגן היחיד שטרם נבחר.
כעת נכפול בין כל האפשרויות. נקבל: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$

13. התשובה הנכונה היא: (4).

נתון: $5^{2a} - 1 = (x+1) \cdot (x-1)$. נפתח את האגף הימני של המשוואה ע"פ נוסחת הכפל המקוצר, ונקבל: $5^{2a} - 1 = x^2 - 1$. נחבר 1 לשני האגפים ונקבל: $5^{2a} = x^2$. כעת נוציא שורש ריבועי משני אגפי המשוואה על מנת למצוא את x ונקבל: $x = \sqrt{5^{2a}} = 5^{\frac{2a}{2}} = 5^a$.

14. התשובה הנכונה היא: (3).

משולש AEB הוא משולש ישר זווית בעל יתר באורך 5 ס"מ וניצב באורך 4 ס"מ. על-פי השלשה הפיתגורית 3:4:5, אורך הניצב השני במשולש (AE) הוא 3 ס"מ. נוכיח דמיון בין משולש AEB לבין משולש BFC: $\angle AEB = \angle BCF = 90^\circ$. AB מקביל ל-DC (צלעות נגדיות במלבן), מכאן: $\angle ABF = \angle BFC$. מכיוון שמול $\angle ABF$ במשולש AEB ישנה צלע באורך 3 ס"מ, ומול $\angle BFC$ במשולש BFC ישנה גם כן צלע באורך 3 ס"מ (מול זוויות שוות, צלעות שוות), הרי שהמשולשים הללו חופפים ולא רק דומים. על מנת למצוא את גודלו של השטח המושחר, נחסר את שטחם של שני המשולשים הלבנים משטח המלבן. שטח המלבן הוא: $5 \cdot 3 = 15$. שטח כל אחד מהמשולשים הלבנים הוא: $6 = \frac{3 \cdot 4}{2}$. מכאן שגודל השטח המושחר הוא: 3 ס"מ² ($15 - 6 - 6 = 3$).

15. התשובה הנכונה היא: (3).

נציב: $Q = 2$ ו- $P = 3$. כעת השאלה אומרת כך: חדווה סורגת סוודר ב-2 שעות ונחמה סורגת סוודר זהה ב-3 שעות. בכמה שעות יסרגו שתיהן יחד סוודר אחד? נביא את הבנות לעבודה בזמן משותף של 6 שעות. חדווה סורגת סוודר אחד בשעתיים ולכן ב-6 שעות היא תסרוג 3 סוודרים. נחמה סורגת סוודר אחד ב-3 שעות ולכן ב-6 שעות היא תסרוג 2 סוודרים. מכאן שהשתיים סורגות יחד ב-6 שעות 5 סוודרים ($3 + 2 = 5$). הזמן שייקח לשתיים לסרוג יחד סוודר אחד, קטן פי 5 מהזמן שבו הן סורגות 5 סוודרים, כלומר $\frac{6}{5}$ שעה. כעת נציב את המספרים שבחרנו בתשובות ונחפש תשובה השווה ל- $\frac{6}{5}$:

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \quad \text{תשובה (1)}$$

$$P + Q = 3 + 2 = 5 \quad \text{תשובה (2)}$$

$$\frac{P \cdot Q}{P + Q} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = \frac{6}{5} \quad \text{תשובה (3)} \quad \text{זו התשובה הנכונה.}$$

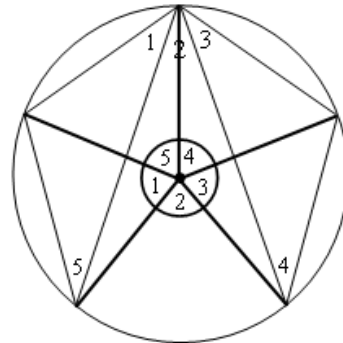
$$\frac{P + Q}{2} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{תשובה (4)}$$

16. התשובה הנכונה היא: (4).

על-פי התשובות אנו נשאלים לגבי תכונות שונות של המספרים a, b ו-c. מכיוון שאנו נשאלים מה נכון בהכרח, ננסה לחפש 3 מספרים שלמים שמכפלתם 8, ולפסול תשובות, שמספרים אלו אינם מקיימים. למשל: $1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$. ייתכן שערך הנעלמים הוא 1, 2 ו-4. תשובה (1) נפסלת, שכן 1 אינו מספר זוגי. תשובה (3) נפסלת שכן סכום המספרים ($1 + 2 + 4 = 7$) אינו מספר זוגי. נחפש שלושה מספרים אחרים שיפסלו אחת מהתשובות שנותנת $1 \cdot 1 \cdot 8 = 8$. ייתכן שערך הנעלמים הוא 1, 1 ו-8 (שימו לב: לא ציינו שהמספרים שונים זה מזה). תשובה (2) נפסלת, שכן 2 אינו חייב להיות אחד הכופלים. תשובות (1), (2) ו-(3) נפסלו. התשובה הנכונה היא: (4). שימו לב, אם שלושת המספרים היו שליליים, הרי שמכפלתם הייתה בהכרח שלילית, כלומר לא יתכן שתוצאת המכפלה הייתה 8. על כן, לפחות אחד המספרים חייב להיות חיובי.

17. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א':



הזוויות המסומנות במעגל - $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5$ הן זוויות היקפיות במעגל. נעזר בבניית עזר: נסמן את הזוויות המרכזיות שנשענות על הקשתות עליהן נשענות הזוויות ההיקפיות, כמתואר בסרטוט המצורף (לצורך ההסבר, סימנו בסרטוט את הזוויות המרכזיות באותו מספר של הזוויות ההיקפיות). כפי שניתן לראות, הזוויות המרכזיות משלימות לזווית של 360° . זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת. בהתאם, סכום הזוויות ההיקפיות יהיה שווה למחצית סכום הזוויות המרכזיות הנשענות על אותן קשתות. לכן סכום הזוויות ההיקפיות שווה ל-

$$180^\circ \cdot \left(\frac{360}{2}\right)$$

דרך ב':

הזוויות המסומנות במעגל - $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5$ הן זוויות היקפיות במעגל. אם נסמן את הקשתות עליהן נשענות הזוויות נגלה שיחד הן נשענות על היקף המעגל כולו. סכום הזוויות המרכזיות שנשענות על היקף המעגל כולו שווה ל- 360° . זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת, ובהתאם, סכום הזוויות ההיקפיות יהיה שווה למחצית סכום הזוויות המרכזיות הנשענות על אותן קשתות, ולכן סכום הזוויות ההיקפיות הנשענות על היקף המעגל

$$180^\circ \cdot \left(\frac{360}{2}\right) \text{ כולו שווה ל-}$$

18. התשובה הנכונה היא: (4).

דרך א': בניית משוואות

נתונים סכומי הגילאים של זוגות שונים, ואנו מתבקשים למצוא את גילו של יהודה. נכתוב את נתונים כמשוואות, ומתוך המשוואות נחשב את גילו של יהודה (תוך שימוש בחילוף והצבה). לצורך בניית המשוואה נכנה את נתן n , את חיים h ואת יהודה y . המשוואות הן:

$$n + h = 84$$

$$n + y = 86$$

$$h + y = 92$$

עלינו להיפטר מהנעלמים h ו- n . נשתמש במשוואה הראשונה על מנת לבטא את h באמצעות n , ונקבל: $h = 84 - n$. נציב ערך זה במשוואה השלישית, ונקבל: $84 - n + y = 92$. ומכאן: $y - n = 8$.

נותר לנו להיפטר מ- n . נשתמש במשוואה השנייה על מנת לבטא את n באמצעות y , ונקבל:

$$n = 86 - y$$

$$y - (86 - y) = 8$$

$$2y = 94$$

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $y = 47$.

דרך ב': הצבת תשובות
בתשובות נתון גילו של יהודה. נציב את המספר שבתשובות בנתונים, כך נמצא בני כמה נתן וחיים. נחפש תשובה שמקיימת את כל הנתונים. לשם הנוחות נדגים על התשובה הנכונה, תשובה (4). יהודה בן 47. נתון כי סכום הגילאים של חיים ויהודה הוא 92. מכאן שחיים בן 45 ($92 - 47 = 45$). נתון כי סכום הגילאים של נתן ויהודה הוא 86. מכאן שנתן בן 39 ($86 - 47 = 39$). מצאנו כי חיים בן 45 ונתן בן 39. סכום הגילאים שלהם הוא 84 ($45 + 39 = 84$). תשובה זו מקיימת את כל נתוני השאלה ולכן היא התשובה הנכונה.

19. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א': אלגברה

על-פי התשובות עלינו ללמוד על התכונות של c (האם הוא חיובי או שלילי, גדול מ-1 או קטן מ-1).

$$(1) \text{ נתון: } c = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{b}} \text{ הוא מספר שלילי. כאשר מעלים שבר } \left(\frac{1}{a}\right) \text{ בחזקה שלילית, המיקום של}$$

המונה והמכנה מתחלפים. אם כן, $c = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{b}} = (a)^{\frac{1}{|b|}}$, נתון כי a הוא מספר הגדול מ-1. כאשר

מעלים מספר הגדול מ-1 בחזקה, מקבלים תוצאה הגדולה מ-1. על כן $1 < c$. שימו לב, גם אם המעריך הוא שבר, כלומר בעצם אנו מוציאים שורש, עדיין יתקבל מספר הגדול מ-1.

דרך ב': הצבה

נציב מספרים נוחים הנעלמים a ו- b . כך נוכל לתת ערך ל- c , ולפסול תשובות שאינן

$$c = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{b}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{-2}} = (4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

מצאנו כי: $c = 2$. תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות.

20. התשובה הנכונה היא: (3).

על מנת לדעת לכמה סלי צבעיזדקק הצבע עלינו לדעת מה גודל השטח אותו יצטרך לצבוע. השטח שהצבע יצבע שווה לשטח קירות האולם (מעטפת הגליל) ושטח התקרה (שטח הבסיס העליון). התקרה היא מעגל שקוטר הבסיס שלו $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ מטר, ולכן הרדיוס שלו $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ מטר. שטח

מעגל זה הוא 4 מ"ר $\left(\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \cdot \pi = \frac{4}{\pi} \cdot \pi = 4 \right)$. שטח הקירות, הוא שטח המעטפת של הגליל,

ששווה למכפלת היקף הבסיס בגובה. היקף הבסיס שווה לקוטר כפול π , כלומר שווה ל- $4 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \pi = 4 \cdot 6 = 24 \right)$ מ"ר. שטח המעטפת הוא 24 מ"ר $\left(\frac{6}{\sqrt{\pi}} \cdot 4 \cdot \sqrt{\pi} = 4 \cdot 6 = 24 \right)$. בסך הכול הצבע צריך לצבוע שטח של 28 מ"ר $(4 + 24)$. כל דלי מספיק לצביעת 4 מ"ר, ולכן הצבע זקוק ל-7 דליים $\left(\frac{28}{4} = 7 \right)$.