

הסברים לפרק כמותי 2:

התשובות הנכונות:

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
3	2	1	3	3	1	1	3	2	3	3	3	2

25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
4	3	4	1	2	1	2	4	2	3	2	4

1. התשובה הנכונה היא: (2).

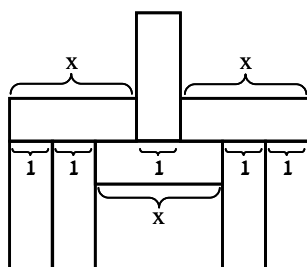
עלינו לקבוע כמה מכתבים ידפיס רוני ב- 40 דקות. בשאלה נתון קשר בין כמות העבודה שמבצע רוני לבין הזמן הנדרש ממנו. בעזרת קשר זה נמצא את כמות המכתבים שידפיס ב- 40 דקות. למען נוחות הפתרון נעלה קשר זה לטבלת "עבודה-זמן". משום שבשאלה עצמה יחידות הזמן הן דקות, כבר בתחילת העבודה נמיר את יחידות הזמן לדקות (שעתיים = 120 דקות). נקבל:

מכתבים	דקות
6	120
?	40

$$\frac{40 \cdot 6}{120} = \frac{40}{20} = 2 \text{ נקבל: } \frac{40 \cdot 6}{120} = \frac{40}{20}$$

כלומר, ב- 40 דקות ידפיס רוני 2 מכתבים.

2. התשובה הנכונה היא: (3).



עלינו לקבוע מהו אורכו של כל מלבן. בשאלה נתון רוחבם של המלבנים החופפים (= 1 ס"מ). בשאלה מספר צורות, ולכן כדי לקשר בין נתון זה לבין הרוחב המבוקש נחפש מהו הקשר בין הצורות. למען נוחות ההסבר, נסמן את אורכו של המלבן ב- x . מנקודת המגע בין הצורות ניתן להסיק כי: $1 + 1 + x + 1 + 1 = x + 1 + x$ ונבודד בה את x . נקבל: $2 + x + 2 = 2x + 1 \iff 3 = x$.



3. התשובה הנכונה היא : (3).

עלינו לקבוע לכמה שווה הממוצע של x ו- y , ולבטא אותו באמצעות z . התבקשנו למצוא את הממוצע של x ו- y , ולכן נמצא את סכומם ונחלק ב-2. בשאלה נתונים אשר קושרים בין x ו- y ובין a, b, c, d וכן בין a, b, c, d לבין z . נתרגם משוואות אלו לכתיבה אלגברית של סכום האיברים (סכום איברים = מספר האיברים \cdot ממוצע). נקבל :

$$a + b = 2x \quad (\text{תרגום אלגברי של הנתון : } x \text{ הוא הממוצע של } a \text{ ו-} b).$$

$$c + d = 2y \quad (\text{תרגום אלגברי של הנתון : } y \text{ הוא הממוצע של } c \text{ ו-} d).$$

$$a + b + c + d = z$$

משום שעלינו לקשור בין x ו- y לבין z , "ניפטור" מ- a, b, c, d על-ידי החלפתם ב- x ו- y . נקבל :

$$a + b + c + d = z \iff \underbrace{a + b}_{2x} + \underbrace{c + d}_{2y} = z$$

$$2x + 2y = z \quad \text{עלינו למצוא את הערך של } x + y \text{ ולכן נחלק את}$$

$$\text{המשוואה ב-2. נקבל : } x + y = \frac{z}{2}$$

כדי למצוא את הממוצע של x ו- y עלינו לחלק את סכומם ב-2. נקבל : $\frac{\frac{z}{2}}{2} = \frac{z}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{z}{4}$

4. התשובה הנכונה היא : (3).

עלינו לקבוע מהו נפח הגוף שנוצר כתוצאה מהסיבוב. הגוף הנוצר מהסיבוב הוא גליל. משום שנתונים בשאלה כל הגדלים הדרושים לשימוש בנוסחה לחישוב נפח מנסרה ישרה (גליל הוא סוג של מנסרה ישרה), נשתמש בנוסחה זו :

$$(\text{נפח מנסרה ישרה} = \text{שטח הבסיס} \cdot \text{גובה המנסרה}).$$

$$\text{רדיוס בסיס הגליל} = 2 \text{ ס"מ. לפיכך, שטח בסיס הגליל הוא } 4\pi = 2^2 \pi.$$

$$\text{גובה הגליל} = 3 \text{ ס"מ.}$$

$$\text{נציב את הגדלים בנוסחה ונקבל : } 4\pi \cdot 3 = 12\pi.$$

$$\text{לפיכך, נפחו של הגוף שהתקבל הינו } 12\pi \text{ סמ"ק.}$$

5. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו לקבוע איזה מהמספרים בתשובות יכול להיות גילו של הילד הצעיר ביותר במשפחת אריאל. נתון שבמשפחה 3 ילדים, שסכום גילי הילדים הוא 35 ושגיל כל הילדים קטן מ-14 שנים. משום שנוח לבדוק את המספרים שבתשובות, נבדוק האם המספר בכל תשובה יכול להיות גילו של הילד הצעיר. אם כן, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (1) : אם גילו של הילד הצעיר ביותר הינו 12 שנים, גילו של כל אחד משני האחים האחרים גדול מ-12 (היות ושני אחיו של הילד הצעיר מבוגרים ממנו). לפיכך, סכום הגילים של אחיו גדול מ-24 (= 12 + 12), וסכום שלושת האחים גדול מ-36 (= 12 + 24). משום שסכום גילי האחים צריך להיות 35, תשובה זו נפסלת.



תשובה (2): אם גילו של הילד הצעיר ביותר הינו 10 שנים, הרי שסכום הגילים של שני אחיו הוא 25 שנים ($= 10 - 35$). היות ושני אחיו של הילד הצעיר מבוגרים ממנו, הרי שגילו של כל אחד מהם גדול מ-10. יתכנו שני מספרים גדולים מ-10 שסכומם 25 (למשל: 12 ו-13) ולכן תשובה זו תתכן. משום שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך לבדוק את המספרים שבשאר התשובות, אך נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

תשובה (3): אם גילו של הילד הצעיר ביותר הינו 5 שנים, הרי שסכום הגילים של שני אחיו הוא 30 שנים ($= 5 - 35$). משום שנתון שגילם של כל הילדים קטן מ-14 שנים, סכום הגילים המקסימלי שיתכן עבור שני האחים הוא פחות מ-28 שנים ($= 2 \cdot 14$). משום שהתקבלה סתירה (סכום גיל האחים צריך להיות 30 שנה, אך לפי נתוני השאלה סכום הגילים המקסימלי אליו הם יכולים להגיע הוא פחות מ-28 שנים), תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): אם גילו של הילד הצעיר ביותר הינו 4 שנים, הרי שסכום הגילים של שני אחיו הוא 31 שנים ($= 4 - 35$). משום שנתון שגילם של כל הילדים קטן מ-14 שנים, סכום הגילים המקסימלי שיתכן עבור שני האחים הוא פחות מ-28 שנים ($= 2 \cdot 14$). משום שהתקבלה סתירה (סכום גיל האחים צריך להיות 31 שנה, אך לפי נתוני השאלה סכום הגילים המקסימלי אליו הם יכולים להגיע הוא פחות מ-28 שנים), תשובה זו נפסלת.

6. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהו סכום הזוויות α ו- β .

α היא חלק מזווית בת 60° (נתון שמשולש ABC הוא משולש שווה צלעות), וכך גם β . לא ניתן למצוא את גודלה המדויק של הזווית אשר משלימה את α או את β ל- 60° (זווית BAG או זווית ABG). לא נתון שמשולש ABG הוא משולש שווה שוקיים). יחד עם זאת, ניתן למצוא מהו סכומן של הזוויות BAG ו-ABG (זווית AGB = 90° משום שהינה זווית היקפית הנשענת על הקוטר. משום שסכום הזווית במשולש ABG = 180° , הרי שסכומן של הזוויות BAG ו-ABG הוא 90°).

נחסר את סכום הזוויות BAG ו-ABG מסכומן של הזוויות BAC ו-ABC ונקבל את הגודל של $\alpha + \beta$.

גודלן של כל אחת מהזוויות CAB ו-ABC הוא 60° (נתון כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות). לפיכך, סכומן הוא 120° ($= 60^\circ + 60^\circ$).

סכום הזוויות BAG ו-ABG הוא 90° .

לפיכך, $30^\circ = \alpha + \beta$ ($= 120^\circ - 90^\circ$).

7. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע לכמה שווים $\frac{3}{8}$ מ- x . בשאלה מתואר בצורה מילולית מידע הקושר בין x לבין מספר. נתרגם מידע זה לכתיב אלגברי ונקבל משוואה המכילה x ומספרים. במשוואה זו נבודד את x ונקבל את ערכו המספרי. לאחר מציאת ערכו המספרי של x נחשב לכמה שווים $\frac{3}{8}$ מ- x .

$$50\% \text{ מ-} 25\% \text{ של } x \text{ הם } 7 \Leftrightarrow \frac{50}{100} \cdot \frac{25}{100} \cdot x = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot x = 7 \Leftrightarrow \frac{x}{8} = 7 \Leftrightarrow x = 56$$

לפיכך, $\frac{3}{8}$ מ- $x = \frac{3}{8} \cdot 56 = 21 = 3 \cdot 7 = \frac{3}{8} \cdot 56$ מ- $x = \frac{3}{8}$.

8. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע כמה לחיצות ידיים היו במפגש. משום שמספר האפשרויות שהתשובות מציעות קטן יחסית, נמצא את כל אפשרויות לחיצות היד על-ידי ספירה ידנית מסודרת של הלחיצות שיתכנו. למען נוחות ההסבר, נסמן את 4 החברים באותיות א, ב, ג, ד. הלחיצות שהתרחשו היו בין:
א-ו, ב, א-ו, ג, א-ו, ד, ב-ו, ג, ב-ו, ד, ג-ו, ד.
סך הכל היו במפגש 6 לחיצות ידיים.

9. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהו גודלה של זווית α . α היא זווית במשולש ADC, עליו אין לנו מידע בנוגע לזוויותיו. כמו כן, α היא זווית בטרפז שווה שוקיים ABCD. לפיכך, אם נמצא גודל זווית כלשהי בטרפז זה, הרי שנוכל למצוא את גודלה של α . נתחיל מלנסות למצוא את הזוויות במשולש ABC, שלו זווית משותפת עם הטרפז ושעליו יש לנו הכי הרבה נתונים. משולש ABC הוא משולש זהב, שכן היתר בו גדול פי 2 מאחד הניצבים (הניצב הקטן). לפיכך, זווית $ABC = 60^\circ$. משום שבטרפז שווה שוקיים סכום הזוויות הנגדיות הוא 180° , הרי ש- $\alpha = 120^\circ (= 180^\circ - 60^\circ)$.

10. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע איזה מהתרשימים שבתשובות מתאר את מספר הלטאות שנצפו על הקרקע ביממה שבה נערך המחקר. משום שבתרשימים שבתשובות בציר האנכי המייצג את שעת המדידה (= ציר ה- y) אין מספרים מדויקים, עלינו להבין את אופי השינוי במספר הלטאות, בהתאם לשעת המדידה.
בין השעות 00:00 ל-02:00 לא נצפו לטאות (סימן "-" בטבלה).
תשובות (2) ו-(4) מראות שמספר כלשהו של לטאות נצפו בשעות אלו (קיימות עמודות כלשהן). לפיכך, תשובות אלו נפסלות.

על-פי התרשימים שבשתי התשובות שנותרו בין השעות 2:00 ל- 4:00 לא נצפו לטאות.
לפיכך, אין טעם לבדוק את מספר הלטאות בשעות אלו, שכן הבדיקה לא תפסול תשובות
נוספות.

בין השעות 4:00 ל- 6:00 נצפתה לטאה אחת (על-פי הטבלה המצורפת). על-פי התרשים
שבתשובה (1) לא נצפו לטאות בין שעות אלו. לפיכך, תשובה (1) נפסלת.
משום שפסלנו 3 תשובות, התשובה שנותרה (תשובה (3)) היא התשובה הנכונה.

11. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע איזה בעל חיים לא יכלה הציפור לצוד. ידוע שהציפור יוצאת לצוד רק כאשר
הטמפרטורה באוויר גבוהה מ- 20° . לפיכך, הציפור אינה יכולה לצוד בעל חיים שביממת
המחקר לא נצפה כלל בשעות שבהן הטמפרטורה גבוהה מ- 20° . בין השעות 12:00 ל- 20:00
נמדדה טמפרטורה של 20° מעלות ויותר. בעל החיים היחידי שלא נצפה בכל השעות הללו
הוא הגרביל. לפיכך, הציפור אינה יכולה לצוד את הגרביל.

12. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע בכמה מדידות ביממה הייתה הטמפרטורה במחילה גבוהה מהטמפרטורה
באוויר. מדידות הטמפרטורה במחילה מסומנות בנקודה לאורך קו מרוסק.
מדידות הטמפרטורה באוויר מסומנות בנקודה לאורך קו רציף.
נספור את מספר הפעמים שבהם הנקודה שבקו המרוסק נמצאת מעל הנקודה שבקו
הרציף:

בשעות 00:00 (תחילת הניסוי), 2:00, 4:00, 6:00, 8:00, 22:00, 00:00 (סוף הניסוי)
הנקודות בקו המרוסק נמצאות מעל הנקודות בקו הרציף. לפיכך, ב- 7 מדידות
הטמפרטורה במחילה הייתה גבוהה מזו שבאוויר.

הערה: על-פי המבוא לתרשים, מדידות הטמפרטורה בוצעו כל שתיים, ולכן אין משמעות
לחיתוך בין הקווים בין הנקודות המייצגות את שעת מדידת הטמפרטורה.

13. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהו פרק הזמן המקסימלי שבו יתכן שגרביל נצפה שוהה על הקרקע. כדי
למצוא נתון זה עלינו לפנות לטבלה ולחפש את פרק הזמן הרציף המקסימלי שבו נצפה
גרביל כלשהו. בהנחה שאותו גרביל ספציפי נצפה לאורך כל הצפיית הללו, הרי שזהו פרק
הזמן שנדרשנו למצוא בשאלה.

בין השעות 00:00 ל- 10:00 ובין השעות 20:00 ל- 00:00 נצפו גרבילים ללא הפסקה.
משום שפרק הזמן בין השעות 00:00 ל- 10:00 (= 10 שעות) גדול יותר, הרי שזו התשובה
הנכונה.

14. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע עבור איזה מהערכים של x שבתשובות יהיה ערך הביטוי $\frac{a+x}{a-x}$ הקטן ביותר.

דרך א':

משום שהערך המתקבל אמור להיות הקטן ביותר ללא קשר ל- a , נציב $a = 2$. אז נציב את הערך המופיע בכל אחת מהתשובות לחוד. התשובה שבה יתקבל הערך הקטן ביותר היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): עבור $x = 1$ ו- $a = 2$ ערך הביטוי יהיה: $\frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$.

תשובה (2): עבור $x = \frac{1}{2}$ ו- $a = 2$ ערך הביטוי יהיה: $\frac{2+\frac{1}{2}}{2-\frac{1}{2}} = \frac{2\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

תשובה (3): עבור $x = -\frac{1}{2}$ ו- $a = 2$ ערך הביטוי יהיה:

$$\frac{2+\left(-\frac{1}{2}\right)}{2-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2-\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}} = \frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

תשובה (4): עבור $x = -1$ ו- $a = 2$ ערך הביטוי יהיה: $\frac{2+(-1)}{2-(-1)} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

הערך הקטן ביותר התקבל עבור המספר שבתשובה (4) ולכן היא התשובה הנכונה.

דרך ב':

משום שכל הערכים המוצעים עבור x קטנים מ- a , הרי שלא יתכן שערכו של הביטוי יהיה שלילי. עבור שבר חיובי, ככל שהמונה קטן יותר והמכנה גדול יותר, כך השבר קטן יותר. כדי שמונה השבר יהיה קטן, על x להיות הקטן ביותר. כדי שמכנה השבר יהיה גדול, על x להיות הקטן ביותר. לפיכך, התשובה הנכונה היא תשובה (4) שהיא התשובה שבה ה- x הקטן ביותר.

15. התשובה הנכונה היא : (2).

עלינו לקבוע כמה שקלים עולה להכין כוס קפה שבה כפית קפה ושתי כפיות סוכר. בנתוני השאלה מופיע הקשר בין כמות כפיות סוכר ומחירן ובין כמות כפיות קפה ומחירן. נלמד מנתונים אלו על מחיר כפית קפה וכפית סוכר:

נתון כי מחירן של 150 כפיות קפה הוא 15 שקלים. לפיכך, מחירן של 10 כפיות קפה הוא 1 שקל (חילקנו את שני האיברים ב-15), ומחירה של כפית קפה אחת הוא 0.1 שקלים (חילקנו את שני האיברים ב-10).

נתון כי מחירן של 400 כפיות סוכר הוא 16 שקלים.

לפיכך, מחירן של 100 כפיות סוכר הוא 4 שקלים (חילקנו את שני האיברים ב-4), מחירן של 10 כפיות סוכר הוא 0.4 שקלים (חילקנו את שני האיברים ב-10), מחירה של כפית סוכר אחת הוא 0.04 שקלים (שוב חילקנו את שני האיברים ב-10).



בכוס הקפה עליה נשאלנו יש כפית קפה אחת (שמחירה הוא 0.1 שקלים) ו-2 כפיות סוכר (מחיר כל כפית הוא 0.04 שקלים). לכן, עלות כוס הקפה היא 0.18 שקלים (= 0.1 + 2 · 0.04).

16. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהו ערכו של הביטוי שבשאלה. משום שהתשובות במספרים שלמים, הרי שעלינו לצמצם את הביטוי שבשאלה ולהעלים את המכנה שבו. הביטוי שבשאלה מכיל חיבור וחיסור, אך כדי שנוכל לצמצם עלינו ליצור מכפלה. כדי שניצור מכפלה נוציא במונה ובמכנה גורם משותף. נקבל:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{4} + 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{4} - 1)} = \frac{\sqrt{4} + 1}{\sqrt{4} - 1} = \frac{2 + 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

17. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהו סכום הזוויות $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ו- θ . זוויות אלו הן זוויות היקפיות. משום שבנתוני השאלה אין מספרים, ננסה לפנות לקשר בין זוויות היקפיות לקשתות עליהן הן נשענות.

סכום אורכי הקשתות הנשענות על הזוויות ההיקפיות המבוקשות יוצר מעגל שלם (α נשענת על קשת CD. β נשענת על קשת DE. γ נשענת על קשת AE. δ נשענת על קשת AB. θ נשענת על קשת BC).

כיוון שסכום הזוויות המרכזיות הנשענות על מעגל שלם הוא 360° , הרי שסכום הזוויות ההיקפיות הנשענות על מעגל שלם הוא 180° ($= \frac{360^\circ}{2}$).

18. התשובה הנכונה היא: (4).

משום שנשאלנו איזה מהמספרים הבאים יכול להיות מספר השקלים שיש עתה לחיים, נבדוק, עבור כל תשובה, האם המספר המופיע בה מקיים את תנאי השאלה. התשובה שבה המספר המקיים את תנאי השאלה היא התשובה הנכונה.

משום שבדיקת התשובות אינה פשוטה, עלינו להבין תחילה מה גורם לתשובה להיות נכונה או לא נכונה. על-פי נתוני השאלה, בכל משחק המנצח מקבל מהמפסיד 3 שקלים. לפיכך, בכל משחק ייווצר פער של 6 שקלים בין המנצח והמפסיד (למנצח יהיו 3 שקלים יותר מהסכום שהיה לו בתחילת המשחק ואילו למפסיד 3 שקלים פחות מהסכום שהיה לו בתחילת המשחק). אם בכל משחק נוצר פער של 6 שקלים (או מצטמצם פער של 6 שקלים), הרי שהפרש בין התשובה הנכונה ל-20 השקלים שבידיו של עוזי חייב להתחלק ב-6.

נבדוק באיזו מהתשובות הפרש בין המספר שבתשובה ל-20 מתחלק ב-6. תשובה (1): הפרש בין 10 ל-20 הוא 10. משום ש-10 אינו מתחלק ב-6, הרי שתשובה זו נפסלת.

תשובה (2): הפרש בין 6 ל-20 הוא 14. משום ש-14 אינו מתחלק ב-6, הרי שתשובה זו נפסלת.

תשובה (3): ההפרש בין 7 ל-20 הוא 13. משום ש-13 אינו מתחלק ב-6, הרי שתשובה זו נפסלת.

משום שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את התשובה שנותרה. אנו נבדוק אותה למען שלמות ההסבר.

תשובה (4): ההפרש בין 8 ל-20 הוא 12. משום ש-12 מתחלק ב-6 ללא שארית, הרי שתשובה זו היא התשובה הנכונה.
למשל: יתכן שבתחילת המשחק היו לשני השחקנים 14 שקלים, ועוזי ניצח פעמיים. לפיכך, לעוזי יהיו 20 שקלים ($= 14 + 3 + 3$) ולחיים 8 שקלים ($= 14 - 3 - 3$).

19. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזו מהמשוואות/אי-שוויונות שבתשובות מתקיים בהכרח. משום שהשאלה עוסקת בתכונות הנעלמים (ראשוניים) ולמעשה אין מה לפשט בנתוני השאלה, נפנה לפתרון על-ידי הבנת תכונות.

נתון כי הסכום $A + B$ הוא ראשוני. כלומר, $A + B$ הוא מספר אי-זוגי (כל הראשוניים אינם זוגיים, למעט 2. יחד עם זאת, לא יתכן שהסכום $A + B$ שווה 2 משום ש-2 הוא הראשוני הקטן ביותר, ובשאלה מדובר בחיבור בין שני ראשוניים).

כדי שסכום שני מספרים שלמים (ראשוניים הם מספרים שלמים) יהיה אי-זוגי, על אחד האיברים להיות זוגי, והשני אי-זוגי.

משום ש-2 הוא המספר הראשוני הזוגי היחיד, הרי שאחד מהאיברים (A או B) הינו 2. לא יתכן ש- B הוא 2 משום ש- A הינו מספר ראשוני קטן ממנו (והרי אין מספר ראשוני קטן מ-2). לפיכך, $A = 2$.

20. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א':

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין x ל- y . במידע הנוסף נתון כי כל הנעלמים חיוביים, נתונה מערכת היחסים בין a ל- b ($a < b$), וכן כי $a \cdot x = b \cdot y$. ננסה ללמוד על מערכת היחסים המבוקשת דרך המשוואה שבמידע הנוסף. המשוואה מתארת את הקשר בין a ו- b (שמערכת היחסים ביניהם ידועה) לבין x ו- y עליהם נשאלנו. באגף ימין של המשוואה אחד האיברים במכפלה הוא b (שגדול מ- a) ואילו באגף שמאל אחד האיברים הוא a (שקטן מ- b). לפיכך, כדי לגרום לאגפי המשוואה להיות מאוזנים, את האגף השמאלי יש לכפול באיבר גדול יותר ($x =$) ואילו את האגף הימני באיבר קטן יותר ($y =$). ולפיכך, $y < x$.

דרך ב':

כדי ליצור התאמה בין המידע הנוסף לבין מה שעליו שואלים (מה שבטורים) נבודד במשוואה את מה שמופיע באחד הטורים (למשל: נבודד את x) ונקבל: $x = \frac{b \cdot y}{a}$.

כעת נציב את אשר קיבלנו במקום x באגף ימין. נקבל:

$$a \cdot \frac{b \cdot y}{a} = y \quad ?$$

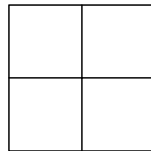
$$y \cdot a = b \cdot y \quad ?$$

$$a = b \quad ?$$

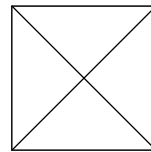
לפי הנתון במידע הנוסף, הביטוי שבטור א' גדול יותר.

21. התשובה הנכונה היא: (2).

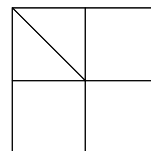
עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין אורך צלע הריבוע הקטן בדף האחד לבין אורך ניצב המשולש בדף האחר. משום שלא פשוט להבין את הנתונים המילוליים, נסרטט את המתואר במילים.



סרטוט הדף שבו נוצרו ריבועים:



סרטוט הדף שבו נוצרו משולשים ישרי זווית, שווי שוקיים וחופפים:



כדי לערוך השוואה בין שני הגדלים, נקצה את אורך הניצב בסרטוט של דף המרובעים באופן הבא:

כעת נוצר משולש ישר זווית שבו היתר הוא אורך הניצב של המשולש מדף המשולשים והניצב הוא אורך צלע הריבוע. משום שבכל משולש ישר זווית היתר ארוך מהניצב, אורך הניצב מדף המשולשים גדול יותר.

22. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין שתי החזקות. משום שלא ניראה שניתן לפשט את נתוני השאלה או את הטורים, ומשום שנתוני השאלה מרמזים על תכונות a (הוא שבר חיובי, $b > 0$ ו- c שליליים קטנים מ-1), ננסה לפתור תוך שימוש בהבנת תכונות. בטור א' העלו את השבר החיובי בחזקה שלילית: $(b+c) =$ סכום שני שליליים = ביטוי שלילי). לפי חוקי החזקות, ניתן להפוך מעריך שלילי לחיובי, אך הבסיס הופך להופכי של הבסיס המקורי. במקרה עסקינן, משום שהבסיס המקורי הוא שבר, הרי שההופכי לו הוא מספר גדול מ-1. כלומר, בטור א' ישנו מספר גדול מ-1 המועלה בחזקה חיובית. לפיכך, ערך

$$a^{(b+c)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{((-2)+(-3))} = \left(\frac{1}{2}\right)^{(-5)} = 2^5 = 32$$

לדוגמה: 1. בטור א' גדול מ-1. לדוגמה: $2^5 = 32$.



בטור ב' העלו את השבר החיובי בחזקה חיובית ($b \cdot c =$ מכפלת שני שליליים = ביטוי חיובי).
 מעריך חיובי כשהבסיס הוא שבר חיובי ישמור על הביטוי כשבר חיובי. לפיכך, ערך הביטוי

$$a^{(b \cdot c)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{((-2)(-3))} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

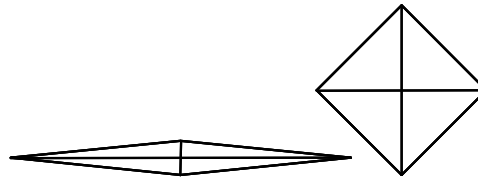
בטור ב' הוא בין 0 ל-1 (שבר חיובי). לדוגמה: $\frac{1}{64}$

לסיכום: הביטוי שבטור א' גדול מ-1, בעוד הביטוי שבטור ב' קטן מ-1.

23. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין שטח מעוין שסכום אורכי אלכסונו הוא 8 ס"מ, לבין שטח מקבילית שסכום אורכי אלכסוניה הוא 12 ס"מ. משום שאין דרך לקשור בין אורך מקבילית/מעוין לבין סכום אורכי האלכסונים, נחשוב על מצבי הקיצון שיתכנו ודרכם ננסה להגיע לתשובה.

בטור א' יתכנו מצבי הקיצון הבאים:



בטור ב' יתכנו מצבי הקיצון הבאים:



דרך בדיקת מצבי הקיצון ניתן להבין שלא קיימת מערכת יחסים אחת קבועה בין הטורים.

24. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין 1 לבין מספר המספרים שיוסי ודני בחרו. במידע הנוסף מופיע מידע על המספרים שבחרו יוסי ודני שמאפשר לדעת מהם המספרים המדויקים שבחרו. לפיכך, נמצא את המספרים שבחרו ונסיק כמה מספרים משותפים בחרו.

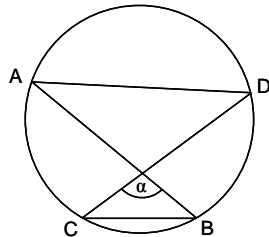
המספרים אותם בחר יוסי הם: 3, 5, 7 (אלו הם המספרים הראשוניים שגדולים מ-2 וקטנים מ-10).

המספרים אותם בחר דני הם: 7, 11, 13 (אלו הם המספרים הראשוניים שגדולים מ-5 וקטנים מ-15).

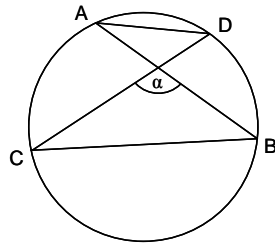
לפיכך, כמות המספרים שגם יוסי וגם דני בחרו היא 1 (המספר 7).

25. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין AD לבין CB. מהמידע הנוסף לא ניתן להסיק על גדלים מדויקים ומצבים רבים יתכנו. לכן, נבדוק את מקרי הקיצון שיתכנו וננסה על פיהם להסיק על מערכת היחסים בין הגדלים.



יתכן מצב שבו BC קצר ו-AD ארוך :



כמו כן, יתכן מצב שבו BC ארוך ו-AD קצר :

לפיכך, אין מערכת יחסים אחת קבועה בין הטורים.